УДК 004.93:550.8

*Д. Н. Гапеев, Г. Н. Ерохин, С. В. Родин, Р. Д. Седайкин*

# К ВОПРОСУ О КОНТРОЛЕ ТОЧНОСТИ В РЕШЕНИИ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ МИКРОСЕЙСМИКИ



*Рассматриваются вопросы контроля точности решения обратной кинематической задачи микросейсмики, заключающейся в определении координат локализованных источников акустической эмиссии. Исследуются вопросы построения оптимальных алгоритмов и влияния уровня шума в данных на устойчивость получаемого решения. Демонстрируется эффективность данного подхода по сравнению с базовыми алгоритмами без использования оценки оптимальных параметров решения.*

*Discusses the issues of control accuracy for solving the inverse kinematics problem of microseismic. This problem is to determine coordinates of acoustic emission sources. Investigate questions of constructing optimal algorithms and the influence of noise in the data on the stability of the obtained solution. Demonstrate the effectiveness of this approach in comparison with generic algorithms without estimation of optimal parameters of the solution.*

**Ключевые слова:** микросейсмический мониторинг, обратные задачи, обратная кинематическая задача, обратная динамическая задача, минимизация, регуляризация Тихонова.

**Key words:** microseismic monitoring, inverse problem, inverse kinematic problem, inverse dynamic problem, minimization, Tikhonov regularization.

Работа основывается на идеях решения обратной задачи определения тензора сейсмического момента в задачах микросейсмического мониторинга по методу SMTIP [1—3]. Микросейсмический мониторинг с использованием метода SMTIP обеспечивает контроль гидравлического разрыва пласта, мониторинг закачки жидкости в пласт, оценку области питания месторождения нефти и выявление разломно-блоковой структуры коллектора углеводородов в призабойной зоне [4].

Для регистрации микросейсмического поля в технологии SMTIP применяется цифровые телеметрические станции: 6-канальные станции RefTek 130-01, 96 или 48 канальные станции производства ООО НПК «СибГеофизПрибор» SGD-SMH96 или SGD-SHF48. Его использование дает возможность быстрого развертывания системы наблюдения в условиях болотистой местности. Привязка станций к системе GPS позволяет осуществить синхронизацию станций с точностью 100 мкс.

Обратная задача состоит из обратных кинематической задачи (ОКЗ) и динамической задачи (ОДЗ). Цель решения ОКЗ — определение координат точечных источников сейсмических волн, а результатом ОДЗ является тензор сейсмического момента. Решения ОДЗ подробно изучено в работах [1; 2] и в этой статье рассматриваться не будет.

Алгоритм решения ОКЗ разделяется на два этапа: 1) определение времен вступлений; 2) определение координат событий.


*Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. 2014. Вып. 10. С. 120 – 125.*

Первый этап метода переводит микросейсмические записи во времена вступления сигнала на каждом из сейсмических датчиков $T=\left(t_1,\ldots,t_N\right)$. Второй этап — определение координат и интегральных скоростей.

Обработка полевого материала требует специализированных алгоритмов, реализованных для кластерных вычислений. Точность определения координат микросейсмических событий — вопрос первостепенной важности.

Помимо координат событий на времена вступления непосредственно влияет интегральная скорость распространения в среде. Распространение возмущений в среде зависит от пород и их параметров залегания, однако зачастую скоростная модель не известна. Алгоритм решения задачи устроен таким образом, что скорость распространения волны в среде оценивается одновременно с поиском координат события. Если же известны значения скорости распространения волн в среде, то эта априорная информация позволяет сузить область поиска, что уменьшает область неопределенности решения.



Как и любой другой численный метод, алгоритм решение ОКЗ имеет погрешность. Ошибки в определении координат событий складываются из следующих факторов:

1. Измерительная погрешность, связанная с погрешностью измерительной аппаратуры.

2. Модельная погрешность, связанная с неадекватностью используемой модели в расчетах.

3. Численная погрешность, связанная с реализацией алгоритма на ЭВМ.

С погрешностью измерения приходится сталкиваться при регистрации сейсмических записей и измерении координат приемников $P_i=\left(x_i,y_i,z_i\right), i=\overline{1,N}$. Для решения последней задачи применяется дифференциальный GPS приемник, который позволяет определять координаты с сантиметровой точностью. Такая избыточная точность дает возможность опустить этот вопрос при рассмотрении проблемы в целом. А что касается записи микросейсмического поля, то для оценки параметров подходящего оборудования требуется рассмотрение следующих параметров: уровень регистрируемого сигнала, КЭМС геофонов, коэффициент усиления и параметры АЦП. Регистрация шумов на месторождении в отсутствии активных работ в районе измерений выявила, что среднеквадратичное значение микросейсмического поля составляет 174 нм/с. В современной аппаратуре применяются 24 разрядные АЦП с возможностью настройки больших коэффициентов усиления. Заполнение динамического диапазона осуществляется за счет высокочувствительных датчиков и коэффициентов усиления. Из вышесказанного можно сделать вывод, что измерительная аппаратура позволяет решать задачи измерения с хорошей точностью. А измерительная погрешность переходит в плоскость выделения из общего сейсмического поля полезного сигнала.

Расстановка антенны в эпицентральной области событий позволяет решать вопросы неадекватности скоростной модели [5]. Рассматривая скорость распространения возмущений в среде как функцию от пространственных переменных $\nu = \nu(P)$ (а именно как функцию глубины $\nu = \nu(z)$, что соответствует слоистой среде), время вступления на $i$-ом регистраторе определяются формулой $t_i = \int_\gamma \frac{dl}{v}$, где $\gamma$ — сейсмический луч. Было показано, что однородная среда с интегральной скоростью является адекватной моделью при малоапертурной системе наблюдения. Искажения, вносимые во времена вступлений за счет неоднородностей среды, составляют порядка 1 мс на удалении до 300 м от эпицентра [5]. При таких значениях погрешности говорить о существенном влиянии неоднородностей на результат не приходится.

В итоге заключаем, что ключевым пунктом анализа точности является изучение оператора ОКЗ, действующего из пространства времен вступлений в пространство значения координат. Прямая кинематическая задача $S: R^{3(N+1)} \to R^N$, расчет времен вступлений $T^S = \left(t_1^S, ..., t_N^S\right)$ на каждом регистраторе $P_1, ..., P_N$ для точечного источника $P_0 = \left(x_0, y_0, z_0\right)$, в случае однородной среды представляется простой формулой

$$t_i^S = \frac{\sqrt{\left(x_i - x_0\right)^2 + \left(y_i - y_0\right)^2 + \left(z_i - z_0\right)^2}}{v}, i = \overline{1, N}.$$

Введем метрику (расстояние) между модельными временами вступления $T^S = (t_1^s, \ldots, t_N^s)$ и найденными $T = (t_1, \ldots, t_N)$ посредством определения функционала невязки $f$: $\mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}$, представляющего собой среднеквадратичную норму разности векторов:

$$f\left(T, S\left(P_0, ..., P_N\right)\right) = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} c_i \left(t_i^S - t_i - \left(t_r - t_r^S\right)\right)^2},$$

где $c_i$ — весовые коэффициенты; $t_r$ — время вступления опорного канала. Тот факт, что существует связь модельных времен вступлений с координатами источника, позволяет построить алгоритм в виде минимизации функционала невязки $f\left(T, S\left(P_0, ..., P_N\right)\right) \xrightarrow{x_0, y_0, z_0, v} \min$.

Минимизация гладкого функционала — хорошо изученная тема, для решения которой построено множество методов. Мы используем квазиньютоновский метод [6] собственной реализации, сходящийся в среднем за 17—20 итераций.

Для минимизации используется метод регуляризации Тихонова, применение которого делает процесс поиска решения устойчивым. Координаты $P_0^\alpha$ — результат применения $R_\alpha$ к временам вступления $T$:

$$R_\alpha(T) = P_0^\alpha = \arg\min_{P_{0,v}}\{f^2(T, S(P_0, ..., P_N)) + (P - P_{test})^T \alpha (P - P_{test})^T\},$$

где $P_{test}$ — пробное решение (априорная информация о решении), $\alpha$ — матрица параметров регуляризации.

Естественным образом возникает задача определения оптимальных параметров регуляризации $\alpha_{opt}$, при которых погрешность решения минимальна. Определим $\alpha_{opt}$ как значение параметров регуляризации, при котором достигается минимальное значение ошибки

$$\delta = \left\|P_0^{\alpha} - P_0\right\| / \left\|P_0\right\| : \ \forall\alpha, \left\|R_{\alpha_{opt}}(T) - P_0\right\| \leqslant \left\|R_{\alpha}(T) - P_0\right\|.$$

Покажем существование оптимальных параметров на примере определения $\alpha_r$, в котором матрица параметров регуляризации имеет диагональный вид $\alpha_{opt} = \begin{pmatrix} \alpha_r & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_r & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_z \end{pmatrix}$. Вычисления оптимальных значений имеет смысл при задании модели случайного шума и усреднении результатов по множеству реализаций зашумлений. Используя нормальное распределение шума $\eta_\xi$ с нулевым средним и дисперсией, равной $\xi$, получим зашумленные времена вступлений $T^{\xi} = T^{S} + \eta_{\xi}$. Для стабилизации оптимальных параметров регуляризации проводится многочисленная реализация случайного шума и для каждой реализации решается задача минимизации.

Из представленного определения оптимального параметра $\alpha_{opt}$, строго говоря, не следует его существование. Однако гипотеза существования подтверждается численным моделированием. График относительной ошибки $\delta$ от параметра $\alpha_r$ (рис. 1) имеет характерные особенности: существует предельное значение при стремлении параметра $\alpha_r$ к нулю; значение ошибки быстро нарастает до 100 % при больших значениях параметра; график имеет единственный минимум, при котором достигается оптимальное решение обратной задачи, который зависит от уровня шума.

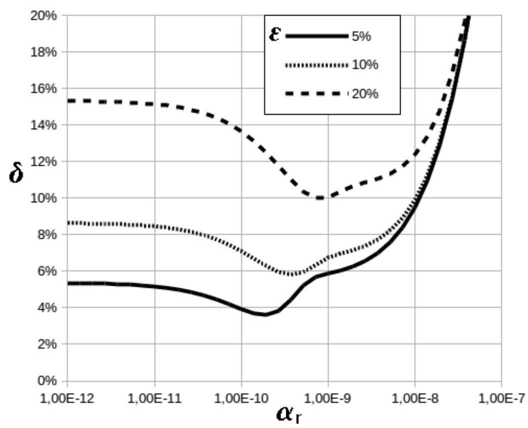


Рис. 1. Графики зависимостей относительной ошибки $\delta$ решений ОКЗ от параметра регуляризации $\alpha_r$ для различных уровней шума $\varepsilon$

Поиск оптимальных решений увеличивает вычислительные затраты, однако обеспечивает необходимую предельную точность $\delta(\alpha)$ в рамках определенных предположений об уровне помех в данных измерений. Сравнение точностей решения ОКЗ при использовании оптимальных параметров регуляризации и без регуляризации представлено на рисунке 2. Расхождение кривых линейно растет с увеличением ошибки в данных и уже существенно при шуме на уровне 15—20 %.

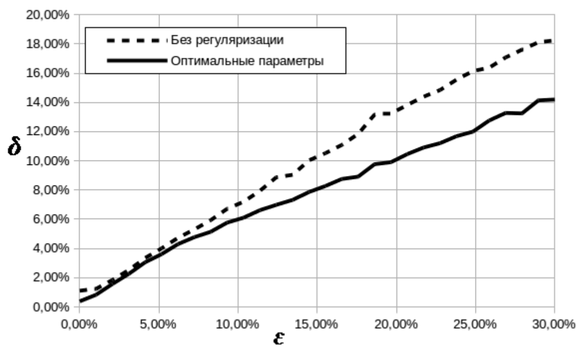


Рис. 2. Сравнение точности алгоритма с использованием оптимальных параметров регуляризации и без регуляризации

*Авторы благодарят за вклад в работу П.Б. Бортникова, Ф.Д. Шмакова, В.И. Строкова, К.С. Кутергина.*

### Список литературы

1. *Erokhin G. N., Bortnikov P. B.* Inverse problem of determination of the earthquake source seismic moment tensor // Geology and Geophysics. 1987. 4. P. 115–123.

2. *Anikonov U. E., Bubnov B. A., Erokhin G. N.* Inverse and Ill-Posed Sources Problems. VSP, 1997.

3. *Erokhin G. N., Mynagashev S. M., Bortnikov P.B. et al.* The technique of hydrocarbons deposit hydraulic fracturing monitoring: RU No. 2319177. Published 2008.10.09, bulletin 7.

4. *Erokhin G. N., Baranov V. D., Kremlev A. N. et al.* Small microseismic surface acquisition system case study // 76th EAGE Conference Amsterdam RAI. The Netherlands, 16-19 June 2014. WS10-B02.

5. *Шмаков Ф. Д., Бортников П. Б., Кузьменко А. П.* Моделирование параметров решения задачи локации в методе наземного микросейсмического мониторинга гидравлического разрыва пласта // Приволжский научный вестник. 2013. № 3(19). С. 28—39.

6. *Дэннис Дж., Шнабель Р.* Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений. М., 1988.

### Об авторах

Денис Николаевич Гапеев — науч. сотр., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: DGapeev@kantiana.ru

Геннадий Николаевич Ерохин — д-р физ.-мат. наук, проф., директор НИИ ПИиМГ, Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: GErokhin@kantiana.ru

Сергей Валентинович Родин — генеральный директор ООО «Антелнефть», Москва.
E-mail: svr@anteloil.ru

Роман Дмитриевич Седайкин — ведущий программист, Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.
E-mail: RSedaikin@kantiana.ru

**About the authors**

Denis Gapeev — researcher, I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.
E-mail: DGapeev@kantiana.ru

Prof. Gennady Erokhin — director of research institute, I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.
E-mail: GErokhin@kantiana.ru

Sergey Rodin — director of the «Anteloil», Ltd., Moscow.
E-mail: svr@anteloil.ru

Roman Sedaikin — chief programmer, I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.
E-mail: RSedaikin@kantiana.ru