УДК 514.75

Ю. И. Попов

НОРМАЛИЗАЦИИ ФОССА И ГРИНА ГИПЕРПОЛОСНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ АФФИННОГО ПРОСТРАНСТВА

Внутренним инвариантным образом построены нормализации Фосса и Грина основных структурных подрасслоений гиперполосного распределения $\mathscr{H}$-распределения аффинного пространства.

Voss and Green's normalizations of the main structural subbundles of hyperband distribution of $\mathscr{H}$-distribution of affine space are constructed internally invariantly.

Ключевые слова: распределение, подрасслоение, нормализация, фокальное многообразие, фокальная плоскость.

Key words: distribution, subbundle, normalization, focal manifold, focal hyperplane.

Во всей работе использована следующая схема индексов:

$$J,K,L=\overline{1,n};\ i,j,k=\overline{1,m};\ \alpha,\beta,\gamma,\ldots=\overline{m+1,n-1};\ \ a,b,c,\ldots=\overline{1,n-1};\ \tilde\alpha,\tilde\beta,\tilde\gamma,\ldots=\overline{m+1,n}.$$

Знак $\equiv$ означает сравнение по модулю базисных форм ω^K.

1. Рассмотрим n-мерное аффинное пространство A_n, отнесенное к подвижному реперу $\{A,\vec e_1,\vec e_2,\ldots,\vec e_n\}$, дифференциальные уравнения инфинитезимального перемещения которого имеют вид

$$dA=\omega^J\vec e_J,\ d\vec e_j=\omega_J^K\vec e_K, \tag{1}$$

а инвариантные формы ω^J и ω_J^K аффинной группы преобразований удовлетворяют структурным уравнениям аффинного пространства

$$d\omega^J=\omega^L\wedge\omega_L^J,\ d\omega_J^K=\omega_J^L\wedge\omega_L^K. \tag{2}$$

Известно [1; 2], что в дифференциальной окрестности 2-го порядка регулярное $\mathscr{H}$-распределение (гиперполосное распределение) аффинного пространства A_n задается относительно репера R_1 уравнениями

$$\omega_i^n=\Lambda_{iK}^n\omega^K,\ \omega_i^\alpha=\Lambda_{iK}^\alpha\omega^K,\ \omega_\alpha^n=\Lambda_{\alpha\tilde\beta}^n\omega^{\tilde\beta},\ \omega_\alpha^i=\Lambda_{\alpha K}^i\omega^K, \tag{3}$$

где функции в системе (3) удовлетворяют условиям

$$\begin{gathered}\nabla\Lambda_{iK}^n=\Lambda_{iKL}^n\omega^L,\ \nabla\Lambda_{iK}^\alpha+\Lambda_{iK}^n\omega_n^\alpha=\Lambda_{iKL}^\alpha\omega^L,\ \nabla\Lambda_{\alpha\beta}^n=\Lambda_{\alpha\beta K}^n\omega^K,\\ \nabla\Lambda_{\alpha n}^n-\Lambda_{\alpha\beta}^n\omega_n^\beta=\Lambda_{\alpha nK}^n\omega^K,\ \nabla\Lambda_{\alpha K}^i+\Lambda_{\alpha K}^n\omega_n^i=\Lambda_{\alpha KL}^i\omega^L.\end{gathered} \tag{4}$$

В общем случае определители

$$\Lambda_0 = \det\left\|\Lambda^n_{ij}\right\|,\ L_0 = \det\left\|\Lambda^n_{\alpha\beta}\right\|,\ H_0 = \det\left\|\Lambda^n_{ab}\right\|$$

отличны от нуля.

Компоненты определителя H_0 имеют строение

$$H_0 = \det\left\|\Lambda^n_{ab}\right\| = \det\begin{Vmatrix}\Lambda^n_{ij} & \Lambda^n_{ib}\\ 0 & \Lambda^n_{ab}\end{Vmatrix}$$

и удовлетворяют уравнениям

$$\nabla\Lambda^n_{ab} = \Lambda^n_{abK}\omega^K.$$

Для невырожденных несимметрических фундаментальных тензоров $\{\Lambda^n_{ij}\}$, $\{\Lambda^n_{\alpha\beta}\}$, $\{\Lambda^n_{ab}\}$ 1-го порядка введем несимметрические обращенные тензоры $\{\Lambda^{ij}_n\}$, $\{\Lambda^{\alpha\beta}_n\}$, $\{\Lambda^{ab}_n\}$, компоненты которых удовлетворяют соотношениям

$$\Lambda^{ij}_n\Lambda^n_{jk} = \Lambda^{ji}_n\Lambda^n_{kj} = \delta^i_k,\ \Lambda^{\alpha\beta}_n\Lambda^n_{\beta\gamma} = \Lambda^{\beta\alpha}_n\Lambda^n_{\gamma\beta} = \delta^\alpha_\gamma,\ \Lambda^{ab}_n\Lambda^n_{bc} = \Lambda^{ba}_n\Lambda^n_{cb} = \delta^a_c$$

и, соответственно, уравнениям

$$\nabla\Lambda^{ij}_n \equiv 0,\ \nabla\Lambda^{\alpha\beta}_n \equiv 0,\ \nabla\Lambda^{ab}_n \equiv 0. \qquad (5)$$

2. Следуя работе [3], назовем *фокальной гиперплоскостью базисного* Λ-*подрасслоения* в центре A данного $\mathscr{H}$-распределения всякую гиперплоскость $\vartheta(A)$, которая содержит две бесконечно близкие плоскости Λ-подрасслоения при смещении центра A вдоль некоторой интегральной кривой Λ-подрасслоения.

Так как $\Lambda(A) \subset \vartheta(A)$, то уравнение гиперплоскости $\nu(A)$ в локальном репере R^1 зададим в виде

$$\vartheta_\alpha x^\alpha + \vartheta_n x^n = 0. \qquad (6)$$

Из (1) — (3) следует, что

$$dA\big|_{\omega^\alpha=0} = \omega^i\vec{e}_i,\ d\vec{e}_i\big|_{\omega^\alpha=0} = \omega^j_i\vec{e}_j + \Lambda^\alpha_{ij}\omega^j\vec{e}_\alpha + \Lambda^n_{ij}\omega^j\vec{e}_n. \qquad (7)$$

В силу (6), (7) для искомых интегральных кривых Λ-подрасслоения выполняются соотношения

$$\omega^\alpha = \omega^n = 0,\ (\vartheta_\alpha\Lambda^\alpha_{ij} + \vartheta_n\Lambda^n_{ij})\omega^j = 0. \qquad (8)$$

Система (8) имеет нетривиальное решение тогда и только тогда, когда выполняется условие

$$\det\left\|\vartheta_\alpha\Lambda^\alpha_{ij} + \vartheta_n\Lambda^n_{ij}\right\| = 0. \qquad (9)$$

Таким образом, уравнение (9) определяет геометрическое место фокальных гиперплоскостей — *фокальный гиперконус класса* m [3], вершина которого есть m-плоскость $\Lambda(A)$.

Линейной полярой гиперплоскости $H(A)$ [4] относительно фокального гиперконуса (9) является связка гиперплоскостей

$$\vartheta_n + \frac{1}{m}\Lambda^{\alpha}_{ij}\Lambda^{ji}_{n}\vartheta_{\alpha} = 0,$$

которую, используя (6), представим в виде

$$(x^{\alpha} - \frac{1}{m}\Lambda^{\alpha}_{ij}\Lambda^{ji}_{n}x^{n})\vartheta_{\alpha} = 0. \tag{10}$$

Все гиперплоскости связки (10) пересекаются по $(m+1)$-плоскости

$$\Phi_{m+1}(A) = [A; \vec{e}_i, \vec{e}_n + \Phi^{\alpha}_{n}\vec{e}_{\alpha}], \tag{11}$$

которую и будем называть *линейной полярой гиперплоскости* $H(A)$ [4] относительно фокального гиперконуса (9).

В локальном репере $R^1(A)$ плоскость Φ_{m+1} (11) задается уравнениями

$$x^{\alpha} - \Phi^{\alpha}_{n}x^{n} = 0,$$

где функции Φ^{α}_{n}, согласно (4), (5), удовлетворяют уравнениям

$$\Phi^{\alpha}_{n} = \frac{1}{m}\Lambda^{\alpha}_{ij}\Lambda^{ji}_{n}, \ \nabla\Phi^{\alpha}_{n} + \omega^{\alpha}_{n} = \Phi^{\alpha}_{nK}\omega^{K}. \tag{12}$$

Поле квазитензора $\{\Phi^{\alpha}_{n}\}$ (12) 1-го порядка задает поле нормалей Φ_{m+1} 1-го порядка L-подрасслоения.

3. Аналогичные построения (см. п. 2) производим для L-подрасслоения данного $\mathscr{H}$-распределения. Уравнение искомой фокальной гиперплоскости $\eta(A)$ L-подрасслоения зададим следующим образом (в локальном репере R^1):

$$\eta_i x^i + \eta_n x^n = 0. \tag{13}$$

Геометрическое место фокальных гиперплоскостей $\eta(A)$ (13) L-подрасслоения — фокальный гиперконус класса $(n-m-1)$, вершиной которого служит плоскость $L(A)$, представим в виде

$$\det\left\|\eta_n\Lambda^{n}_{\alpha\beta} + \eta_i\Lambda^{i}_{\alpha\beta}\right\| = 0. \tag{14}$$

Линейной полярой гиперплоскости $H(A)$ относительно гиперконуса (14) является связка гиперплоскостей

$$(x^i - \frac{1}{n-m-1}\Lambda^{i}_{\alpha\beta}\Lambda^{\beta\alpha}_{n}x^n)\eta_i = 0,$$

которая определяет $(n-m)$-плоскость

$$\Phi_{n-m}(A) = [A; \vec{e}_{\alpha}, \vec{e}_n + \Phi^{i}_{n}\vec{e}_i], \tag{15}$$

где

$$\Phi^{i}_{n} = \frac{1}{n-m-1}\Lambda^{i}_{\alpha\beta}\Lambda^{\beta\alpha}_{n}, \ \nabla\Phi^{i}_{n} + \omega^{i}_{n} = \Phi^{i}_{nK}\omega^{K}. \tag{16}$$

Таким образом, поле квазитензора $\{\Phi_n^i\}$ (16) 2-го порядка задает поле плоскостей Φ_{n-m} (15) — поле нормалей 1-го рода Λ-подрасслоения.

Плоскости (11) и (15) пересекаются в каждом центре A по прямой $\Phi_1(A)=[A;\vec{\Phi}_1(A)]$:

$$\Phi_1(A)=\Phi_{m+1}(A)\cap\Phi_{n-m}(A),\ \vec{\Phi}_1(A)=\vec{e}_n+\Phi_n^a\vec{e}_a, \tag{17}$$

где

$$\{\Phi_n^a\}=\{\Phi_n^\alpha,\Phi_n^i\},\ \nabla\Phi_n^a+\Phi_n^a=\Phi_{nK}^a\omega^K. \tag{18}$$

Следуя работам [5; 6], прямую $\Phi_1(A)$ (17) назовем *нормалью Фосса* $\mathscr{H}$-распределения в центре A. Соответственно плоскости $\Phi_{m+1}(A)$ (11) и $\Phi_{n-m}(A)$ (15) назовем *нормалями Фосса 1-го рода в смысле Нордена* [7] L-, Λ-подрасслоений данного $\mathscr{H}$-распределения.

В силу биекций Бомпьяни — Пантази [2] полям нормалей Фосса $\{\Phi_n^\alpha\}$, $\{\Phi_n^i\}$, $\{\Phi_n^a\}$ 1-го рода поставим в соответствие поля нормалей 2-го рода L-, Λ-, H-подрасслоений $\{\Phi_\alpha\}$, $\{\Phi_i\}$, $\{\Phi_a\}$:

$$\Phi_\alpha=-\Lambda_{\alpha\beta}^n\Phi_n^\beta-\mathcal{A}_\alpha,\ \nabla\Phi_\alpha=\Phi_{\alpha K}\omega^K,$$

$$\Phi_i=-\Lambda_{ij}^n\Phi_n^j-\tilde{\mathcal{A}}_i,\ \nabla\Phi_i=\Phi_{iK}\omega^K,$$

$$\Phi_a=-\Lambda_{ab}^n\Phi_n^b-\mathcal{A}_a,\ \nabla\Phi_a=\Phi_{aK}\omega^K,$$

где

$$\mathcal{A}_\alpha=\Lambda_{\alpha n}^n,\ \nabla\mathcal{A}_\alpha\equiv\Lambda_{\alpha\beta}^n\omega_n^\beta,\ \tilde{\mathcal{A}}_i=-\Lambda_{ij}^n\mathcal{A}_n^j,\ \nabla\tilde{\mathcal{A}}_i\equiv\Lambda_{ij}^n\omega_n^j,$$

$$\mathcal{A}_a=\Lambda_{an}^n,\ \nabla\mathcal{A}_a\equiv\Lambda_{ab}^n\omega_n^b,\ \nabla\mathcal{A}_n^j+\omega_n^j=\mathcal{A}_{nK}^j\omega^K.$$

В результате справедлива

Теорема 1. *Нормаль Фосса $\Phi_1(A)$ $\mathscr{H}$-распределения в каждом центре A есть пересечение линейных поляр гиперплоскости $H(A)$ относительно фокальных гиперконусов* (9) *и* (14) *соответственно L-, Λ-подрасслоений.*

$\mathscr{H}$-распределение внутренним инвариантным образом порождает нормализацию Фосса $(\Phi_n^\alpha,\Phi_\alpha)$ L-подрасслоения в дифференциальной окрестности 1-го порядка и нормализации Фосса (Φ_n^i,Φ_i), (Φ_n^a,Φ_a) соответственно L-, H-подрасслоений в дифференциальной окрестности 2-го порядка.

4. Пусть задано поле нормалей 1-го рода

$$\mathcal{N}_1=[A;\vec{\nu}_n=\nu_n^a\vec{e}_a+\vec{e}_n]$$

оснащающего H-распределения:

$$\nabla\nu_n^a+\omega_n^a=\nu_{nK}^a\omega^K. \tag{19}$$

Рассмотрим фокальные образы, связанные с Λ-, L-подрасслоениями данного $\mathscr{H}$-распределения.

Найдем фокальное многообразие $\mathcal{F}(\nu_{n-m}, \Lambda)$ нормали 1-го рода

$$\nu_{n-m}(A) = [A; \vec{\nu}_n, L(A)]$$

плоскости $\Lambda(A)$ при смещении центра A вдоль кривых (λ):

$$(\lambda): \omega^i = \mu^i\theta,\ \nabla\mu^i - \mu^i\theta_1 = \mu^i\theta,\ D\theta = \theta\wedge\theta_1,\ \omega^\alpha = 0,\ \omega^n = 0, \qquad (20)$$

принадлежащих Λ-подрасслоению.

Пусть F — фокальная точка плоскости $\nu_{n-m}(A)$:

$$\vec{F} = \vec{A} + y^\alpha\vec{e}_\alpha + y^n\,\vec{\nu}_n,\ \vec{\nu}_n = \nu_n^a\vec{e}_a + \vec{e}_n.$$

Из условия ее фокальности

$$d\vec{F} = y^\alpha\vec{e}_\alpha + y^n(\nu_n^i\vec{e}_i + \nu_n^\alpha\vec{e}_\alpha + \vec{e}_n)$$

в силу соотношений (1), (3), (19), (20), в частности, находим:

$$[\delta_j^i + y^\alpha\Lambda_{\alpha j}^i + y^n(\nu_{nj}^i - \Lambda_{kj}^n\nu_n^k\nu_n^i + \Lambda_{\alpha j}^i\nu_n^\alpha)]\omega^j = 0. \qquad (21)$$

Нетривиальное решение (относительно форм ω^j) система (21) имеет тогда и только тогда, когда определитель системы равен нулю. Отсюда следует, что фокальное многообразие $\mathcal{F}(\nu_{n-m}, \Lambda)$ задается уравнениями

$$y^i = \nu_n^i y^n,\ \det\left\|\delta_j^i + y^\alpha\Lambda_{\alpha j}^i + y^n(\nu_{nj}^i - \Lambda_{kj}^n\nu_n^k\nu_n^i + \Lambda_{\alpha j}^i\nu_n^\alpha)\right\| = 0, \qquad (22)$$

т. е. является алгебраическим многообразием размерности $(n-m-1)$ порядка m.

Линейная поляра центра A $\mathcal{H}$-распределения относительно фокального многообразия $\mathcal{F}(\nu_{n-m}, \Lambda)$ есть плоскость $K_{n-m-1}(A) \subset \nu_{n-m}(A)$:

$$y^i = \nu_n^i y^n,\ \lambda_\alpha y^\alpha + \nu_n y^n - 1 = 0, \qquad (23)$$

где

$$\lambda_\alpha = -\frac{1}{m}\Lambda_{\alpha i}^i,\ \nabla\lambda_\alpha = \lambda_{\alpha K}\omega^K,$$

$$\nu_n = -\frac{1}{m}(\nu_{ni}^i - \Lambda_{ki}^n\nu_n^k\nu_n^i + \Lambda_{\alpha i}^i\nu_n^\alpha),\ \nabla\nu_n = \nu_{nK}\omega^K.$$

Отметим, что плоскость $K_{n-m-1}(A)$ (23) — аналог плоскости Кёнигса [8] для элемента Λ-подрасслоения (для Λ-плоскости) в данном центре A. В силу этого точку пересечения нормали $\vec{\nu}_n(A)$ с плоскостью $K_{n-m-1}(A)$, т. е. точку

$$K_n(\nu): y^a = \frac{\nu_n^a}{\lambda_\alpha\nu_n^\alpha + \nu_n},\ y^n = \frac{1}{\lambda_\alpha\nu_n^\alpha + \nu_n},$$

назовем *точкой Кёнигса для данного $\mathcal{H}$-распределения, ассоциированной с Λ-подрасслоением, или $\nu\Lambda$-виртуальной точкой Кёнигса*.

Фокальное многообразие $\mathcal{F}(L,\Lambda)$ плоскости $L(A)$ при смещении центра A вдоль кривых (λ) (20) имеет вид

$$y^i=0,\ y^n=0,\ \det\left\|\delta^i_j+y^\alpha\Lambda^i_{\alpha j}\right\|=0, \tag{24}$$

т. е. является алгебраическим многообразием размерности $(n-m-2)$ порядка m.

Линейная поляра центра A относительно многообразия (24) есть плоскость $K_{n-m-2}(A)$:

$$y^i=0,\ y^n=0,\ \lambda_\alpha y^\alpha-1=0, \tag{25}$$

которая является нормалью 2-го рода плоскости $L(A)$.

Следует заметить, что структура плоскости Кёнигса $K_{n-m-1}(\nu)$ (23) такова:

$$K_{n-m-1}(\nu)=[\mathrm{K}_{n-m-2}(A),\mathrm{K}_n(\nu)],$$

где $K_n(\nu)$ — $\nu\Lambda$-виртуальная точка Кёнигса.

Если задать другое поле инвариантных нормалей $\vec{\nu}^*$ H-подрасслоения, то в соответствующей точке A плоскость Кёнигса имеет следующий вид:

$$K_{n-m-1}(\nu^*)=[\mathrm{K}_{n-m-2}(A),\mathrm{K}_n(\nu^*)],$$

т. е. плоскость $K_{n-m-2}(A)$ (25) есть ось оснащающих плоскостей Кёнигса в нормалях 1-го рода $\mathcal{N}_{h-m}$ Λ-подрасслоения в данном центре A.

Таким образом, имеет место

Теорема 2. *Для пучка нормалей 1-го рода* $N_{n-m}(A)$ *плоскости* $\Lambda(A)$ *в данном центре* A *все плоскости Кёнигса проходят через неподвижную плоскость* $K_{n-m-2}(A)$ (25) *– ось пучка плоскостей Кёнигса.*

Следствие. *Ось пучка плоскостей Кёнигса* $K_{n-m-2}(A)$ (25) *всех нормалей 1-го рода* $\mathcal{N}_{h-m}$ *плоскости* $\Lambda(A)$ *в данном центре* A $\mathscr{H}$*-распределения есть линейная поляра центра* A *относительно фокального многообразия* $\mathcal{F}(L,\Lambda)$ *плоскости* $L(A)$.

5. Аналогично находим в каждом центре A фокальное многообразие $\mathcal{F}(\nu_{m+1},L)$ нормали 1-го рода $\vec{\nu}_{n+1}(A)$ плоскости $L(A)$ при смещениях центра A вдоль кривых

$$(\mathcal{L}):\omega^\alpha=\mu^\alpha\theta,\ \nabla\mu^\alpha-\mu^\alpha\theta_1=\tilde{\mu}^\alpha_1\theta,\ D\theta=\theta\wedge\theta_1,\ \omega^i=0,\ \omega^n=0, \tag{26}$$

принадлежащих L-подрасслоению

$$y^\alpha=\nu^\alpha_n y^n,\ \det\left\|\delta^\alpha_\beta+y^i\Lambda^\alpha_{i\beta}+y^n(\nu^\alpha_{n\beta}-\Lambda^n_{\gamma\beta}\nu^\gamma_n\nu^\alpha_n+\nu^\alpha_{i\beta}\nu^i_n)\right\|=0, \tag{27}$$

где

$$\nu^\alpha_{i\beta}=\Lambda^\alpha_{i\beta}-\Lambda^n_{i\beta}\nu^\alpha_n,\ \nabla\nu^\alpha_{i\beta}\equiv 0. \tag{28}$$

Линейная поляра центра A относительно фокального многообразия $\mathcal{F}(\nu, L)$ (27) при смещении центра вдоль кривых $(\mathcal{L})$ (26) есть плоскость

$$K_m(A): y^\alpha = \nu_n^\alpha y^n,\ \tilde{\nu}_i y^i + \tilde{\nu}_n y^n - 1 = 0, \tag{29}$$

где

$$\begin{gathered} \tilde{\nu}_i = -\frac{1}{n-m-1}\nu_{i\alpha}^\alpha,\ \nabla\tilde{\nu}_i = \tilde{\nu}_{iK}\omega^K, \\ \tilde{\nu}_n = -\frac{1}{n-m-1}(\nu_{n\alpha}^\alpha - \Lambda_{\gamma\alpha}^n \nu_n^\gamma \nu_n^\alpha + \nu_{i\alpha}^\alpha \nu_n^i),\ \nabla\tilde{\nu}_n = \tilde{\nu}_{nK}\omega^K. \end{gathered} \tag{30}$$

Плоскость K_m (29) назовем ν*L-виртуальной плоскостью Кёнигса в центре A*.

Пересечение многообразия (27) с плоскостью $\Lambda(A)$ определяет фокальное многообразие $\mathcal{F}(\Lambda, L)$ плоскости $\Lambda(A)$ при смещении центра A вдоль кривых $(\mathcal{L})$ (26):

$$y^\alpha = 0,\ y^n = 0,\ \det\left\|\delta_\beta^\alpha + y^i \Lambda_{i\beta}^\alpha\right\| = 0. \tag{31}$$

Линейная поляра центра A относительно фокального многообразия (31) есть плоскость

$$K_{m-1}(A): y^\alpha = 0,\ y^n = 0,\ \tilde{\nu}_i y^i - 1 = 0. \tag{32}$$

Рассмотрим $(n-2)$-плоскость $q_{n-2}(A)$, проходящую через линейные поляры $K_{n-m-2}(A)$ (25), $K_{m-1}(A)$ (32) точки A относительно фокальных многообразий (24), (31) соответственно. Плоскость $q_{n-2}(A)$ определяется системой уравнений

$$y^n = 0,\ q_a y^a - 1 = 0, \tag{33}$$

где $q_i = \tilde{\nu}_i,\ q_\alpha = \lambda_\alpha$.

Так как задание плоскости $q_{n-2}(A)$ зависит от выбора нормали $\{\nu_n^\alpha\}$ L-подрасслоения (или нормали $\{\nu_n^a\}$ H-подрасслоения), то, следуя работам [6], [7], плоскость $q_{n-2}(A)$ назовем ν*H-виртуальной плоскостью Грина H-подрасслоения*.

Если задано поле нормалей Фосса $\{\Phi_n^a\}$ H-подрасслоения, то охват тензора $\{\tilde{\nu}_i\}$ в силу (28), (30) можно представить в виде

$$\tilde{\nu}_i = -\frac{1}{n-m-1}(\Lambda_{i\alpha}^\alpha - \Lambda_{i\alpha}^n \Phi_n^\alpha) \overset{\text{def}}{=} G_i \tag{34}$$

в дифференциальной окрестности 1-го порядка. В этом случае, согласно работам [6; 7; 9], плоскость (33) назовем *ребром Грина $G_{n-2}(A)$ H-подрасслоения*:

$$y^n = 0,\ G_a y^a - 1 = 0,$$

где $\tilde{\nu}_i \overset{\text{def}}{=} G_i,\ G_\alpha \overset{\text{def}}{=} \lambda_\alpha = K_\alpha$.

В биекции Бомпьяни — Пантази нормали 2-го рода Грина $\{G_a\}$ соответствует нормаль 1-го рода $\{G_n^a\}$, где

$$G_n^a = -\Lambda_n^{ab} G_b + \mathcal{A}_n^a,$$

которую назовем *нормалью 1-го рода Грина* $\{G_n^a\}$ *H-подрасслоения*, а νH-виртуальной нормали 2-го рода Грина $\{q_a\}$ (33) соответствует нормаль 1-го рода $\{q_n^a\}$, где

$$q_n^a = -\Lambda_n^{ab} q_b + \mathcal{A}_n^a.$$

Резюмируя результаты п. 5, приходим к предложению:

Теорема 3. *H-подрасслоение внутренним инвариантным образом порождает нормализацию* (Φ_n^a, G_a) *Фосса — Грина и нормализацию* (G_n^a, G_a) *Грина H-подрасслоения в дифференциальной окрестности 2-го порядка, а* νH*-виртуальную нормализацию Грина* (q_n^a, q_a) *не ниже окрестности 2-го порядка (порядок окрестности определяется порядком дифференциальной окрестности квазитензора* $\{\nu_n^\alpha\}$ *).*

Список литературы

1. *Попов Ю. И.* Введение в теорию регулярного гиперполостного распределения аффинного пространства // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. 2013. Вып. 10. С. 49—56.

2. *Попов Ю. И.* Поля геометрических объектов $\mathscr{H}$-распределения аффинного пространства // Диф. геометрия многообр. фигур. Калининград, 2013. Вып. 44. С. 113—125.

3. *Акивис М. А.* Фокальные образы поверхности ранга r // Изв. вузов. Математика. 1957. № 1. С. 9—19.

4. *Ивлев Е. Т., Лучинин А. А.* О полярном соответствии относительно алгебраической поверхности и его приложениях // Геом. сб. Томск. 1968. Т. 7. С. 23—24.

5. *Акивис М. А.* О нормалях Фосса поверхности, несущей сеть сопряженных линий // Мат. сборник. 1962. Т. 58, № 2. С. 695—706.

6. *Благонравов В. В.* Распределения на гиперповерхности аффинного пространства / Деп. в ВИНИТИ 17.08.1982. № 4552-82.

7. *Норден А. П.* Пространства аффинной связности. М., 1976.

8. *Остиану Н. М.* Распределение гиперплоскостных элементов в проективном пространстве // Тр. Геом. семин. Т. 4. ВИНИТИ. М., 1973. С. 71—120.

9. *Юрьева С. Н.* Нормализация Фосса — Грина гиперполосы $H_M(\Lambda)$ // Диф. геометрия многообр. фигур. Калининград, 2005. Вып. 36. С. 160—165.

Об авторе

Юрий Иванович Попов — канд. физ.-мат. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: yurij.popoff2015@yandex.ru

About author

Dr Juriy Popov — Ass. Prof., I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: yurij.popoff2015@yandex.ru