Список литературы

1. *Yano K., Ishihara S.* Tangent and Cotangent Bundles. N. Y., 1973.
2. *Заятуев Б. В.* Об одном примере почти эрмитовой структуры на касательном расслоении // Матем. заметки. 2004.

B. Zayatuyev

On the Kahler structure on a four dimensional tangent bundle

Article is devoted to construction of Kahlerian structure on the four dimensional tangent bundle.

УДК 514.75

В. П. Козяйкин
Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград

Особенности двух аналитических аппаратов в проективном пространстве на примере многообразия плоскостей

В проективном пространстве P_n рассмотрено r-мерное многообразие B_r m-мерных плоскостей L_m в двух аналитических аппаратах. В обоих случаях построено ассоциированное расслоение — главное расслоение, базой которого является само многообразие, а типовым слоем — подгруппа стационарности плоскости. В однородном аппарате это расслоение имеет два фактор-расслоения: фактор-расслоение плоскостных линейных реперов и фактор-расслоение нормальных линейных реперов, а в неоднородном аппарате ассоциированное расслоение содержит единственное главное фактор-расслоение проективных реперов. Это вызвало особенности полученных результатов в разных аналитических аппаратах.

Ключевые слова: проективное пространство, фактор-расслоение, ассоциированное расслоение, многообразие плоскостей.

1. Однородный аналитический аппарат

Отнесем n-мерное проективное пространство P_n к подвижному реперу $\{A_{I'}\}$ (I', J', K' = 0, …, n), инфинитезимальные перемещения которого определяются формулами

$$dA_{I'} = \theta_{I'}^{J'} A_{J'}, \tag{1}$$

причем формы Пфаффа $\theta_{I'}^{J'}$ удовлетворяют структурным уравнениям (см.: [1])

$$D\theta_{J'}^{I'} = \theta_{J'}^{K'} \wedge \theta_{K'}^{I'} \tag{2}$$

и условию проективности

$$\theta_{I'}^{I'} = 0. \tag{3}$$

Формулы (1—3) образуют первый аналитический аппарат (см.: [5]) проективного пространства P_n.

В проективном пространстве P_n рассмотрим r-мерное многообразие B_r ($1 \le r < (m + 1)(n - m)$) m-мерных плоскостей L_m ($1 \le m < n$). Произведем специализацию подвижного репера

$$\{A_A, A_\alpha\}, (A, B, C = 0, \dots, m; \alpha, \beta, \gamma = m + 1, \dots, n),$$

помещая вершины A_A на плоскость L_m. Деривационные формулы (1) подвижного репера принимают следующий вид:

$$dA_A = \theta_A^B A_B + \theta_A^\alpha A_\alpha,\ dA_\alpha = \theta_\alpha^A A_A + \theta_\alpha^\beta A_\beta.$$

При размещении вершин A_A на плоскости L_m она натянута на эти точки $L_m = [A_A]$, поэтому

$$L_m = const \leftrightarrow \theta_A^\alpha = 0.$$

Получили уравнения стационарности плоскости L_m. Значит, θ_A^α — главные формы.

Систему уравнений многообразия B_r запишем в виде

$$\theta_A^\alpha = \Lambda_{Ai}^\alpha \theta^i\ (i, j = n + 1, \dots, n + r). \tag{4}$$

Это параметрический способ задания семейства плоскостей, причем формы Пфаффа θ^i, заданные в некоторой области r-мерного пространства параметров S_r, удовлетворяют структурным уравнениям

$$D\theta^i = \theta^j \wedge \theta_j^i. \qquad (5)$$

Систему функций $\Lambda_{Ai}{}^{\alpha}$ назовем однородным фундаментальным объектом первого порядка многообразия B_r относительно прямого произведения двух групп — подгруппы стационарности плоскости L_m и линейной группы с инвариантными формами

$$\overline{\theta}_j^i = \theta_j^i|_{\theta^i=0}.$$

Утверждение 1. *При параметрическом задании семейства B_r плоскостей L_m однородный фундаментальный объект первого порядка $\Lambda_{Ai}{}^{\alpha}$ является тензором*

$$\Delta\Lambda_{Ai}{}^{\alpha} \equiv 0 \ (mod\ \theta^i).$$

Здесь тензорный оператор Δ действует следующим образом:

$$\Delta\Lambda_{Ai}{}^{\alpha} = d\Lambda_{Ai}{}^{\alpha} - \Lambda_{Aj}{}^{\alpha}\theta_i^j + \Lambda_{Ai}{}^{\beta}\theta_{\beta}{}^{\alpha} - \Lambda_{Bi}{}^{\alpha}\theta_A{}^B.$$

Обозначим через s число независимых инвариантных форм $\theta_B{}^A$, $\theta_{\beta}{}^{\alpha}$, $\theta_{\alpha}{}^A$ специальной линейной группы $SGL(n + 1)$, являющихся вторичными в рассматриваемом репере нулевого порядка, тогда с учетом условия проективности

$$s = n^2 - nm + +m^2 + n + m.$$

Найдем внешние дифференциалы этих форм:

$$D\theta_B{}^A = \theta_B{}^C \wedge \theta_C{}^A + \theta^i \wedge \theta_{Bi}{}^A,\ \theta_{Bi}{}^A = \Lambda_{Bi}{}^{\alpha}\theta_{\alpha}{}^A, \qquad (6)$$

$$D\theta_{\beta}{}^{\alpha} = \theta_{\beta}{}^{\gamma} \wedge \theta_{\gamma}{}^{\alpha} + \theta^i \wedge \theta_{\beta i}{}^{\alpha},\ \theta_{\beta i}{}^{\alpha} = -\Lambda_{Ai}{}^{\alpha}\theta_{\beta}{}^A, \qquad (7)$$

$$D\theta_{\alpha}{}^A = \theta_{\alpha}{}^B \wedge \theta_B{}^A + \theta_{\alpha}{}^{\beta} \wedge \theta_{\beta}{}^A. \qquad (8)$$

Выражения (5—8) — структурные уравнения главного расслоения $H_s(B_r)$ над базой B_r, типовым слоем которого служит подгруппа стационарности H_s плоскости L_m.

Теорема 1. *В однородном аппарате ассоциированное расслоение $H_s(B_r)$ имеет 2 фактор-расслоения:*

1) $(5,6_1)$ — фактор-расслоение плоскостных линейных реперов $L_{(m+1)}{}^2(B_r)$ с той же базой, типовым слоем которого является линейная фактор-группа $L_{(m+1)}{}^2 = GL(m+1)$ в группе H_s, неэффективно действующая на плоскости L_m;

2) $(5,7_1)$ — фактор-расслоение нормальных линейных реперов $L_{(n-m)}{}^2(B_r)$ с той же базой, типовым слоем которого является линейная фактор-группа $L_{(n-m)}{}^2 = GL(n-m)$ в группе H_s, неэффективно действующая в проективном фактор-пространстве $\rho_{n-m-1} = P_n/L_m$.

Связность в главном расслоении $H_s(B_r)$ задается с помощью поля объекта однородной связности $L = (L_{Bi}{}^A, L_{\beta i}{}^\alpha, L_{\alpha i}{}^A)$ на базе B_r:

$$\Delta L_{Bi}{}^A + \theta_{Bi}{}^A = L_{Bij}{}^A\theta^j,\ \Delta L_{\beta i}{}^\alpha + \theta_{\beta i}{}^\alpha = L_{\beta ij}{}^\alpha\theta^j, \tag{9}$$

$$\Delta L_{\alpha i}{}^A - L_{Bi}{}^A\theta_\alpha{}^B + L_{\alpha i}{}^\beta\theta_\beta{}^A = L_{\alpha ij}{}^A\theta^j. \tag{10}$$

Компоненты объекта однородной фундаментально-групповой связности $L = (L_{Bi}{}^A, L_{\beta i}{}^\alpha, L_{\alpha i}{}^A)$ определяют формы связности

$$\tilde\theta_B{}^A = \theta_B{}^A - L_{Bi}{}^A\theta^i,\ \tilde\theta_\beta{}^\alpha = \theta_\beta{}^\alpha - L_{\beta i}{}^\alpha\theta^i,\ \tilde\theta_\alpha{}^A = \theta_\alpha{}^A - L_{\alpha i}{}^A\theta^i,$$

задающие связность в главном расслоении $H_s(B_r)$, которое превращается в ассоциированное пространство фундаментально-групповой связности $\mathrm{H}_{s,r}$ со структурными уравнениями (5) и следующими:

$$D\tilde\theta_B{}^A = \tilde\theta_B{}^C \wedge \tilde\theta_C{}^A + \mathcal{R}_{Bij}{}^A\theta^i \wedge \theta^j,\ D\tilde\theta_\beta{}^\alpha = \tilde\theta_\beta{}^\gamma \wedge \tilde\theta_\gamma{}^\alpha + R_{\beta ij}{}^\alpha\theta^i \wedge \theta^j, \tag{11}$$

$$D\tilde\theta_\alpha{}^A = \tilde\theta_\alpha{}^B \wedge \tilde\theta_B{}^A + \tilde\theta_\alpha{}^\beta \wedge \tilde\theta_\beta{}^A + R_{\alpha ij}{}^A\theta^i \wedge \theta^j, \tag{12}$$

в которые входят компоненты объекта кривизны $R = \{R_{Bij}{}^A, R_{\beta ij}{}^\alpha, R_{\alpha ij}{}^A\}$. Доказано, что объект кривизны R однородной фундаментально-групповой связности L является тензором

$$\Delta R_{Bij}{}^A \equiv 0,\ \Delta R_{\beta ij}{}^\alpha \equiv 0,\ \Delta R_{\alpha ij}{}^A - R_{Bij}{}^A\theta_\alpha{}^B + R_{\alpha ij}{}^\beta\theta_\beta{}^A \equiv 0. \tag{13}$$

2. Неоднородный аналитический аппарат

Опуская условие проективности (3), в качестве инвариантных форм проективной группы GP(n) будем рассматривать формы

$$\omega_K^I = \theta_K^I - \delta_K^I\theta_0^0,\ \omega^I = \theta_0^I,\ \omega_I = \theta_I^0\ (I, J, K = \overline{1,n}),$$

которые удовлетворяют структурным уравнениям [2; 3]:

$$D\omega_K^I = \omega_K^J \wedge \omega_J^I + (\delta_K^I\omega_J + \delta_J^I\omega_K) \wedge \omega^J, \tag{14}$$

$$D\omega^I = \omega^K \wedge \omega_K^I,\ D\omega_I = \omega_I^K \wedge \omega_K. \tag{15}$$

Деривационные формулы (1) подвижного репера $\{A, A_I\}$ примут следующий вид:

$$dA = \theta A + \omega^I A_I,\ dA_I = \theta A_I + \omega_I^J A_J + \omega_I A\ (A = A_0,\ \theta = \theta_0^0). \tag{16}$$

Утверждение 2. *Неоднородный аналитический аппарат проективного пространства P_n состоит из деривационных формул (16) и структурных уравнений (14), (15) проективной группы GP(n), эффективно действующей в пространстве P_n.*

Рассмотрим многообразие B_r в неоднородном аналитическом аппарате. Произведем специализацию подвижного репера $\{A, A_a, A_\alpha\}$ (a, b, c = 1, …, m), помещая вершины A, A_a на плоскость L_m. Деривационные формулы (16) для вершин A, A_a примут вид

$$dA = \theta A + \omega^a A_a + \omega^\alpha A_\alpha,\ dA_a = \theta A_a + \omega_a^b A_b + \omega_a^\alpha A_\alpha + \omega_a A,$$

откуда вытекает эквивалентность

$$L_m = const \leftrightarrow \omega^\alpha = 0,\ \omega_a^\alpha = 0.$$

Это уравнения стационарности плоскости L_m. Значит, ω^α, ω_a^α — главные формы. Система дифференциальных уравнений многообразия B_r в параметрической форме имеет вид

$$\omega^\alpha = \Lambda_i^\alpha\theta^i,\ \omega_a^\alpha = \Lambda_{ai}^\alpha\theta^i. \tag{17}$$

Продолжая систему уравнений (17), получим

$$\Delta\Lambda_i^{\alpha} - \Lambda_{ai}^{\alpha}\omega^{a} = \Lambda_{ij}^{\alpha}\theta^{j},\ \Delta\Lambda_{ai}^{\alpha} - \Lambda_i^{\alpha}\omega_a = \Lambda_{aij}^{\alpha}\theta^{j}, \qquad (18)$$

причем $\Lambda_{[ij]}^{\alpha} = 0$, $\Lambda_{a[ij]}^{\alpha} = 0$. Систему функций $\Lambda = (\Lambda_i^{\alpha}, \Lambda_{ai}^{\alpha})$ назовем неоднородным фундаментальным объектом первого порядка многообразия B_r.

Утверждение 3. *Неоднородный фундаментальный объект первого порядка $\Lambda = \{\Lambda_i^{\alpha}, \Lambda_{ai}^{\alpha}\}$ многообразия B_r, заданного параметрически, является тензором, компоненты которого удовлетворяют дифференциальным уравнениям (18), причем с точностью до обозначений $\Lambda = \{\Lambda_{Ai}^{\alpha}\}$.*

Число инвариантных форм ω^{a}, ω_b^{a}, ω_a, ω_β^{α}, ω_α, ω_α^{a} проективной группы $GP(n)$, являющихся вторичными в рассматриваемом репере нулевого порядка, также равно s. Найдем внешние дифференциалы этих форм:

$$D\omega^{a} = \omega^{b} \wedge \omega_b^{a} + \theta^{i} \wedge \omega_i^{a}, \qquad (19)$$

$$D\omega_b^{a} = \omega_b^{c} \wedge \omega_c^{a} + (\delta_b^{a}\omega_c + \delta_c^{a}\omega_b) \wedge \omega^{c} + \theta^{i} \wedge \omega_{bi}^{a}, \qquad (20)$$

$$D\omega_a = \omega_a^{b} \wedge \omega_b + \theta^{i} \wedge \omega_{ai}, \qquad (21)$$

$$D\omega_\beta^{\alpha} = \omega_\beta^{\gamma} \wedge \omega_\gamma^{\alpha} + \delta_\beta^{\alpha}\omega_a \wedge \omega^{a} + \theta^{i} \wedge \omega_{\beta i}^{\alpha}, \qquad (22)$$

$$D\omega_\alpha = \omega_\alpha^{a} \wedge \omega_a + \omega_\alpha^{\beta} \wedge \omega_\beta, \qquad (23)$$

$$D\omega_\alpha^{a} = \omega_\alpha^{b} \wedge \omega_b^{a} + \omega_\alpha^{\beta} \wedge \omega_\beta^{a} + \omega_\alpha \wedge \omega^{a}, \qquad (24)$$

где новые формы ω_i^{a}, ω_{bi}^{a}, ω_{ai}, $\omega_{\beta i}^{\alpha}$ имеют определенные выражения [4].

Теорема 2. *С многообразием B_r ассоциируется [4; 7] главное расслоение $G_s(B_r)$ со структурными уравнениями (5, 19—24). Базой главного расслоения $G_s(B_r)$ служит многообразие B_r, а типовым слоем — s-членная подгруппа стационарности $G_s \in GP(n)$ плоскости L_m. Ассоциированное расслоение $G_s(B_r)$ имеет [6] единственное главное фактор-расслоение проективных реперов $G_{m(m+2)}(B_r)$ (5, 19—21) с той же базой, типовым слоем которого является проективная фактор-группа $G_{m(m+2)} = GP(m)$ группы G_s, действующая на плоскости L_m.*

Связность в главном расслоении $G_s(B_r)$ задается [4; 7] способом Лаптева-Лумисте с помощью поля объекта неоднородной связности $\Gamma = (\Gamma_i^a, \Gamma_{bi}^{\ a}, \Gamma_{ai}, \Gamma_{\beta i}^{\ \alpha}, \Gamma_{\alpha i}, \Gamma_{\alpha i}^{\ a})$ на базе B_r:

$$\Delta\Gamma_i^a - \Gamma_{bi}^{\ a}\omega^b + \omega_i^{\ a} = \Gamma_{ij}^{\ a}\theta^j, \qquad (25)$$

$$\Delta\Gamma_{bi}^{\ a} + \delta_b^{\ a}(\Gamma_{ci}\omega^c - \Gamma_i^c\omega_c) + \Gamma_{bi}\omega^a - \Gamma_i^a\omega_b + \omega_{bi}^{\ a} = \Gamma_{bij}^{\ a}\theta^j, \qquad (26)$$

$$\Delta\Gamma_{ai} + \Gamma_{ai}^{\ b}\omega_b + \omega_{ai} = \Gamma_{aij}\theta^j, \qquad (27)$$

$$\Delta\Gamma_{\beta i}^{\ \alpha} + \delta_\beta^{\ \alpha}(\Gamma_{ai}\omega^a - \Gamma_i^a\omega_a) + \omega_{\beta i}^{\ \alpha} = \Gamma_{\beta ij}^{\ \alpha}\theta^j, \qquad (28)$$

$$\Delta\Gamma_{\alpha i} + \Gamma_{\alpha i}^{\ a}\omega_a + \Gamma_{\alpha i}^{\ \beta}\omega_\beta - \Gamma_{ai}\omega_\alpha^{\ a} = \Gamma_{\alpha ij}\theta^j, \qquad (29)$$

$$\Delta\Gamma_{\alpha i}^{\ a} - \Gamma_{bi}^{\ a}\omega_\alpha^{\ b} + \Gamma_{\alpha i}^{\ \beta}\omega_\beta^{\ a} - \Gamma_i^a\omega_\alpha + \Gamma_{\alpha i}\omega^a = \Gamma_{\alpha ij}^{\ a}\theta^j. \qquad (30)$$

Компоненты объекта неоднородной фундаментально-групповой связности $\Gamma = \{\Gamma_i^a, \Gamma_{bi}^{\ a}, \Gamma_{ai}, \Gamma_{\beta i}^{\ \alpha}, \Gamma_{\alpha i}, \Gamma_{\alpha i}^{\ a}\}$, определяющие формы связности

$$\widetilde{\omega}^a = \omega^a - \Gamma_i^a\theta^i,\ \widetilde{\omega}_b^{\ a} = \omega_b^{\ a} - \Gamma_{bi}^{\ a}\theta^i,\ \widetilde{\omega}_a = \omega_a - \Gamma_{ai}\theta^i,$$

$$\widetilde{\omega}_\beta^{\ \alpha} = \omega_\beta^{\ \alpha} - \Gamma_{\beta i}^{\ \alpha}\theta^i,\ \widetilde{\omega}_\alpha = \omega_\alpha - \Gamma_{\alpha i}\theta^i,\ \widetilde{\omega}_\alpha^{\ a} = \omega_\alpha^{\ a} - \Gamma_{\alpha i}^{\ a}\theta^i,$$

позволяют задать связность в главном расслоении $G_s(B_r)$, которое превращается в ассоциированное пространство фундаментально-групповой связности $G_{s,r}$ со структурными уравнениями [7]:

$$D\widetilde{\omega}^a = \widetilde{\omega}^b \wedge \widetilde{\omega}_b^{\ a} + R_{ij}^{\ a}\theta^i \wedge \theta^j,$$

$$D\widetilde{\omega}_b^{\ a} = \widetilde{\omega}_b^{\ c} \wedge \widetilde{\omega}_c^{\ a} + (\delta_b^{\ a}\widetilde{\omega}_c + \delta_c^{\ a}\widetilde{\omega}_b) \wedge \widetilde{\omega}^c + R_{bij}^{\ a}\theta^i \wedge \theta^j,$$

$$D\widetilde{\omega}_a = \widetilde{\omega}_a^{\ b} \wedge \widetilde{\omega}_b + R_{aij}\theta^i \wedge \theta^j,$$

$$D\widetilde{\omega}_\beta^{\ \alpha} = \widetilde{\omega}_\beta^{\ \gamma} \wedge \widetilde{\omega}_\gamma^{\ \alpha} + \delta_\beta^{\ \alpha}\widetilde{\omega}_a \wedge \widetilde{\omega}^a + R_{\beta ij}^{\ \alpha}\theta^i \wedge \theta^j,$$

$$D\widetilde{\omega}_\alpha = \widetilde{\omega}_\alpha^{\ \beta} \wedge \widetilde{\omega}_\beta + \widetilde{\omega}_\alpha^{\ a} \wedge \widetilde{\omega}_a + R_{\alpha ij}\theta^i \wedge \theta^j,$$

$$D\widetilde{\omega}_\alpha^{\ a} = \widetilde{\omega}_\alpha^{\ b} \wedge \widetilde{\omega}_b^{\ a} + \widetilde{\omega}_\alpha^{\ \beta} \wedge \widetilde{\omega}_\beta^{\ a} + \widetilde{\omega}_\alpha \wedge \widetilde{\omega}^a + R_{\alpha ij}^{\ a}\theta^i \wedge \theta^j,$$

в которые входят компоненты объекта кривизны $R = \{R_{ij}^{\ a}, R_{bij}^{\ a}, R_{aij}, R_{\beta ij}^{\ \alpha}, R_{\alpha ij}, R_{\alpha ij}^{\ a}\}$. Доказано, что объект кривизны R неоднородной фундаментально-групповой связности Γ является тензором (ср.: [7]):

$$\Delta R_{ij}{}^{a} - R_{bij}{}^{a}\omega^{b} \equiv 0, \tag{31}$$

$$\Delta R_{bij}{}^{a} + \delta_{b}{}^{a}(R_{cij}\omega^{c} - R_{ij}{}^{c}\omega_{c}) + R_{bij}\omega^{a} - R_{ij}{}^{a}\omega_{b} \equiv 0, \tag{32}$$

$$\Delta R_{aij} + R_{aij}{}^{b}\omega_{b} \equiv 0, \tag{33}$$

$$\Delta R_{\beta ij}{}^{\alpha} + \delta_{\beta}{}^{\alpha}(R_{aij}\omega^{a} - R_{ij}{}^{a}\omega_{a}) \equiv 0, \tag{34}$$

$$\Delta R_{\alpha ij} + R_{\alpha ij}{}^{a}\omega_{a} + R_{aij}{}^{\beta}\omega_{\beta} - R_{aij}\omega_{\alpha}{}^{a} \equiv 0, \tag{35}$$

$$\Delta R_{\alpha ij}{}^{a} - R_{bij}{}^{a}\omega_{\alpha}{}^{b} + R_{\alpha ij}{}^{\beta}\omega_{\beta}{}^{a} - R_{ij}{}^{a}\omega_{\alpha} + R_{\alpha ij}\omega^{a} \equiv 0. \tag{36}$$

Из дифференциальных уравнений (25—30) следует, что объект неоднородной связности Г содержит лишь один подобъект проективной связности $\Gamma_0 = \{\Gamma_i^a,\ \Gamma_{bi}{}^a,\ \Gamma_{ai}\}$ с дифференциальными уравнениями компонент (25—27), который задает связность в расслоении проективных реперов $G_{m(m+2)}(B_r)$. Дифференциальные сравнения (31—36) показывают, что тензор неоднородной кривизны R содержит единственный подтензор $R_0 = \{R_{ij}{}^a,\ R_{bij}{}^a,\ R_{aij}\}$, компоненты которого удовлетворяют дифференциальным сравнениям (31—33).

Выводы

В проективном пространстве P_n первый аналитический аппарат с условием проективности компактен, больше подходит для исследования семейств, образующая фигура которых не содержит изолированных точек и гиперплоскостей. Второй аппарат, отражающий проективную двойственность, более удобен для исследования семейств фигур, включающих точку или гиперплоскость. Он естественнее при обобщении геометрии аффинного пространства, позволяет легко выделять подгруппы проективной группы. В обоих аппаратах совпадают размерности, равные $n(n + 2)$, двух групп: специальной линейной группы $SGL(n + 1)$ и проективной группы $GP(n)$. Размерность подгруппы стационарности $H_s \in SGL(n + 1)$ и $G_s \in GP(n)$ плоскости $L_m \in P_n$ не зависит от аппарата.

В однородном аппарате расслоение $H_s(B_r)$, ассоциированное с r-параметрическим семейством B_r плоскостей L_m, имеет два фактор-расслоения линейных реперов $L_{(m+1)}{}^2(B_r)$ и $L_{(n-m)}{}^2(B_r)$, а в неоднородном аппарате ассоциированное расслоение $G_s(B_r)$ имеет единственное фактор-расслоение проективных реперов $G_{m(m+2)}(B_r)$. Объект однородной связности $L = \{L_{Bi}^{A}, L_{\beta i}^{\alpha}, L_{\alpha i}^{A}\}$ содержит два подобъекта L_{Bi}^{A}, $L_{\beta i}^{\alpha}$; а тензор однородной кривизны $R = \{R_{Bij}^{A}, R_{\beta ij}^{\alpha}, R_{\alpha ij}^{A}\}$ — два подтензора R_{Bij}^{A}, $R_{\beta ij}^{\alpha}$. В неоднородном аппарате объект связности Г содержит лишь один подобъект проективной связности Γ_0, а тензор кривизны R — единственный подтензор R_0.

Список литературы

1. *Малаховский В.С.* Введение в теорию внешних форм. Калининград, 1978.
2. *Столяров А.В.* Системы уравнений Пфаффа в инволюции. Классические пространства. Чебоксары, 1998.
3. *Шевченко Ю.И.* Оснащения центропроективных многообразий. Калининград, 2000.
4. *Шевченко Ю.И.* Об оснащениях многообразий плоскостей в проективном пространстве // Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Калининград, 1978. Вып. 9. С. 124—133.
5. *Шевченко Ю.И.* Специальный линейный и проективный аналитические аппараты проективного пространства // Труды математического центра им. Н. И. Лобачевского. Казань, 2000. Т. 5. С. 303.
6. *Жовтенко О.М.* Индуцированные групповые связности семейства плоскостей в проективном пространстве // Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Калининград, 2001. Вып. 32. С. 43—47.
7. *Жовтенко О.М.* Объект кривизны связности, ассоциированной с семейством плоскостей // Движения в обобщенных пространствах. Пенза, 2002. С. 81—86.

V. Kozyajkin

Features of two analytical apparatuses in projective space with the example of the manifold of the planes

In projective space P_n r-dimensional manifold B_r of m-dimensional planes of L_m is considered in two analytical apparatuses. In both cases we built the associated fiber bundle — bundle which base is the manifold,

and the typical fiber is stationarity subgroup of the plane. In a homogeneous apparatus this bundle has two factor bundle: the factor bundle of planar linear frames and quotient bundle normal linear frames; and in the nonhomogeneous apparatus associated fiber bundle contains the only principal factor bundle of projective frames. This caused the features of the obtained results in the different analytical apparatuses.

УДК 514.75

М. В. Кретов
Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград

Дифференцируемое отображение, порожденное комплексами конусов

В трехмерном эквиаффинном пространстве рассматривается дифференцируемое отображение, порожденное комплексами конусов со специальными свойствами ассоциированных образов. Геометрически охарактеризованы индикатриса и главное направление исследуемого отображения, характеристическое и фокальное многообразия образующего элемента комплекса.

Ключевые слова: комплекс, эквиаффинное пространство, отображение, характеристическое многообразие, фокальное многообразие, индикатриса вектора, главное направление, индикатриса отображения, конгруэнция, система уравнений Пфаффа.

В трехмерном эквиаффинном пространстве рассмотрим дифференцируемое отображение

$$f\colon C \to q \in T_{\circ},$$

где C — вершина конуса, q — конус (образующий элемент комплекса $T_{\circ}$, являющегося подклассом комплекса $\hat{T}^{1}_{31}$, рас-