каждый из которых в текущей точке $A_0 \in V_m$ задает нормаль I-го рода гиперполосы SH_m.

Можно показать, что каждая пара из квазитензоров (2.7), (2.8) линейно независима.

Т е о р е м а 3. В дифференциальной окрестности 3-го порядка образующего элемента регулярной гиперполосы SH_m внутренним инвариантным образом присоединяются восемь пар двойственных друг другу нормалей I-го и 2-го рода гиперполосы SH_m в смысле Нордена-Чакмазяна, определяемые квазитензорами (2.7), (2.8).

Библиографический список

1. В о л к о в а С.Ю. Касательно (τ,ℓ)-оснащенные гиперполосы SH_m проективного пространства // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Межвуз. темат. сб. науч. тр. / Калинингр. ун-т. Калининград, 1994. Вып.25. С.28-37.

2. В а г н е р В.В. Теория поля локальных гиперполос // Тр. семинара по векторн. и тензорн. анализу. М.,1950. Вып.8. С.197-272.

3. Л а п т е в Г.Ф. Дифференциальная геометрия погруженных многообразий // Тр. Моск. мат. о-ва. 1953. № 2. С.275-382.

4. П о п о в Ю.И. Общая теория регулярных гиперполос. Калининград. 1983. 82 с.

5. Н о р д е н А.П. Пространства аффинной связности. М., 1976.

6. Ч а к м а з я н А.В. Двойственная нормализация // Докл. АН Арм. ССР. 1959. Т.28. № 4. С.151-157.

УДК 514.75

К ГЕОМЕТРИИ ТРЕХСОСТАВНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

М.Ф.Г р е б е н ю к

(Киевский институт ВВС)

В данной работе введена в рассмотрение нормаль первого рода Q, являющаяся аналогом нормали Q, построенной Э.Д.Алшибая [1] для гиперплоскостного распределения аффинного пространства. Приведена ее геометрическая характеристика.

Настоящая работа является непосредственным продолжением работ [2] - [4], обозначения и терминологию которых мы используем в дальнейшем.

1. В дифференциальной окрестности второго порядка образующего элемента $H(M(\Lambda))$-распределения построим величины

$$\bar{A}^p_q = L^p_q + L^u A^p_{uq} - L^\tau L^p \Lambda_{\tau q},$$
$$\bar{A}^p_{\hat{u}} = L^p_{\hat{u}} + L^v A^p_{v\hat{u}} - L^p(L^q \Lambda_{q\hat{u}} + L^j M_{j\hat{u}} + L^\alpha H_{\alpha\hat{u}}),$$
$$\bar{A}^i_q = L^i_q + L^p \Lambda^i_{pq} - L^i L^p \Lambda_{pq},$$
$$\bar{A}^i_{\hat{u}} = L^i_{\hat{u}} + L^p \Lambda^i_{p\hat{u}} - L^i(L^p \Lambda_{p\hat{u}} + L^k M_{k\hat{u}} + L^\alpha H_{\alpha\hat{u}}),$$
$$\bar{A}^\alpha_q = L^\alpha_q + L^p \Lambda^\alpha_{pq} + L^i M^\alpha_{iq} - L^\alpha L^p \Lambda_{pq},$$
$$\bar{A}^\alpha_{\hat{u}} = L^\alpha_{\hat{u}} + L^p \Lambda^\alpha_{p\hat{u}} + L^i M^\alpha_{i\hat{u}} - L^\alpha L^p \Lambda_{p\hat{u}} - L^\alpha L^i M_{i\hat{u}} - L^\alpha L^\beta H_{\beta\hat{u}}.$$

Дифференциальные уравнения этих величин имеют вид:

$$\nabla\bar{A}^p_q - \bar{A}^p_q\,\omega^{n+1}_{n+1} = \bar{A}^p_{qK}\,\omega^K,$$
$$\nabla\bar{A}^p_i - \bar{A}^p_i\,\omega^{n+1}_{n+1} = \bar{A}^p_{iK}\,\omega^K,$$
$$\nabla\bar{A}^p_\alpha - \bar{A}^p_\alpha\,\omega^{n+1}_{n+1} = \bar{A}^p_{\alpha K}\,\omega^K,$$
$$\nabla\bar{A}^p_{n+1} - 2\bar{A}^p_{n+1}\,\omega^{n+1}_{n+1} - \bar{A}^p_\sigma\,\omega^\sigma_{n+1} = \bar{A}^p_{n+1,K}\,\omega^K,$$
$$\nabla\bar{A}^i_q - \bar{A}^i_q\,\omega^{n+1}_{n+1} = \bar{A}^i_{qK}\,\omega^K,$$
$$\nabla\bar{A}^i_j - \bar{A}^i_j\,\omega^{n+1}_{n+1} = \bar{A}^i_{jK}\,\omega^K,$$
$$\nabla\bar{A}^i_\alpha - \bar{A}^i_\alpha\,\omega^{n+1}_{n+1} = \bar{A}^i_{\alpha K}\,\omega^K,$$
$$\nabla\bar{A}^i_{n+1} - \bar{A}^i_{n+1}\,\omega^{n+1}_{n+1} - \bar{A}^i_\sigma\,\omega^\sigma_{n+1} = \bar{A}^i_{n+1,K}\,\omega^K,$$
$$\nabla\bar{A}^\alpha_q - \bar{A}^\alpha_q\,\omega^{n+1}_{n+1} = \bar{A}^\alpha_{qK}\,\omega^K,$$
$$\nabla\bar{A}^\alpha_j - \bar{A}^\alpha_j\,\omega^{n+1}_{n+1} = \bar{A}^\alpha_{jK}\,\omega^K,$$
$$\nabla\bar{A}^\alpha_\gamma - \bar{A}^\alpha_\gamma\,\omega^{n+1}_{n+1} = \bar{A}^\alpha_{\gamma K}\,\omega^K,$$
$$\nabla\bar{A}^\alpha_{n+1} - \bar{A}^\alpha_{n+1}\,\omega^{n+1}_{n+1} - \bar{A}^\alpha_\sigma\,\omega^\sigma_{n+1} = \bar{A}^\alpha_{n+1,K}\,\omega^K.$$

Величины $\bar{A}^p_s$ образуют относительный тензор. Рассмотрим детерминант в дифференциальной окрестности второго порядка: $K = \det\|\bar{A}^p_s\|$ и след тензора $\{\bar{A}^p_s\}$:

$$H = -\frac{1}{\tau}\bar{A}^p_p = -\frac{1}{\tau}(L^p_p + L^u A^p_{up} - L^p L^q \Lambda_{qp}),$$

удовлетворяющие дифференциальным уравнениям:

$$d\ln K - \tau\,\omega^{n+1}_{n+1} = K_K\,\omega^K, \quad d\ln H - \omega^{n+1}_{n+1} = H_K\,\omega^K.$$

Итак, H и K - относительные инварианты, определенные в дифференциальной окрестности второго порядка, а отношение

$$S = \frac{K}{H^\tau}, \quad \text{где } d\ln S = S_K\,\omega^K,$$

является абсолютным инвариантом.

Будем предполагать, что $K \neq 0$. Это дает возможность ввести величины второго порядка $\widetilde{A}^s_q$, удовлетворяющие условиям:

$$\bar{A}^p_s \widetilde{A}^s_q = \bar{A}^s_q \widetilde{A}^p_s = \delta^p_q, \quad \nabla \widetilde{A}^s_q + \widetilde{A}^s_q \omega^{n+1}_{n+1} = \widetilde{A}^s_{qK} \omega^K.$$

Наряду с H введем относительный инвариант второго порядка:

$$\widetilde{H} = -\frac{1}{\tau} \widetilde{A}^p_p, \quad d\ln \widetilde{H} + \omega^{n+1}_{n+1} = \widetilde{H}_K \omega^K.$$

Тогда произведение

$$S_0 = H \cdot \widetilde{H}, \quad \delta S_0 = 0$$

будет абсолютным инвариантом.

2. Рассмотрим величины второго порядка:

$$q^i_{\hat{u}} = \bar{A}^i_{\hat{u}} - \widetilde{A}^q_p \bar{A}^i_q \bar{A}^p_{\hat{u}}, \quad q^\alpha_{\hat{u}} = \bar{A}^\alpha_{\hat{u}} - \widetilde{A}^q_p \bar{A}^\alpha_q \bar{A}^p_{\hat{u}},$$

дифференциальные уравнения которых имеют вид:

$$\nabla q^i_j - q^i_j \omega^{n+1}_{n+1} = q^i_{jK} \omega^K, \quad \nabla q^i_\alpha - q^i_\alpha \omega^{n+1}_{n+1} = q^i_{\alpha K} \omega^K,$$

$$\nabla q^i_{n+1} - q^i_{\hat{u}} \omega^{\hat{u}}_{n+1} = q^i_{n+1,K} \omega^K, \quad \nabla q^\alpha_\beta - q^\alpha_\beta \omega^{n+1}_{n+1} = q^\alpha_{\beta K} \omega^K,$$

$$\nabla q^\alpha_i - q^\alpha_i \omega^{n+1}_{n+1} = q^\alpha_{iK} \omega^K, \quad \nabla q^\alpha_{n+1} - q^\alpha_{\hat{u}} \omega^{\hat{u}}_{n+1} = q^\alpha_{n+1,K} \omega^K$$

Введем в рассмотрение величины $\widetilde{q}^i_\ell$ второго порядка:

$$\widetilde{q}^i_j q^j_K = \widetilde{q}^j_K q^i_j = \delta^i_K, \quad \nabla \widetilde{q}^i_\ell + \widetilde{q}^i_\ell \omega^{n+1}_{n+1} = \widetilde{q}^i_{\ell K} \omega^K,$$

с помощью которых построим в дифференциальной окрестности второго порядка функции:

$$q'^\alpha_\beta = q^\alpha_\beta - \widetilde{q}^i_j q^j_\beta q^\alpha_i, \qquad \nabla q'^\alpha_\beta - q'^\alpha_\beta \omega^{n+1}_{n+1} = q'^\alpha_{\beta K} \omega^K;$$

$$q'^\alpha_{n+1} = q^\alpha_{n+1} - \widetilde{q}^i_j q^j_{n+1} q^\alpha_i, \quad \nabla q'^\alpha_{n+1} - q'^\alpha_{\hat{\beta}} \omega^{\hat{\beta}}_{n+1} = q'^\alpha_{n+1,K} \omega^K.$$

Далее рассмотрим величины второго порядка $\widetilde{q}'^\alpha_\beta$:

$$\widetilde{q}'^\alpha_\beta q'^\beta_\gamma = \widetilde{q}'^\beta_\gamma q'^\alpha_\beta = \delta^\alpha_\gamma, \quad \nabla \widetilde{q}'^\alpha_\beta + \widetilde{q}'^\alpha_\beta \omega^{n+1}_{n+1} = \widetilde{q}'^\alpha_{\beta K} \omega^K.$$

Окончательно построим объекты второго порядка

$$Q^\alpha = -q^\beta_{n+1} \widetilde{q}^\alpha_\beta, \quad Q^i = -(Q^\alpha q^K_\alpha + q^K_{n+1}) \cdot \widetilde{q}^i_K,$$

$$Q^p = -(\bar{A}^q_i Q^i + \bar{A}^q_\alpha Q^\alpha + \bar{A}^q_{n+1}) \cdot \widetilde{A}^p_q,$$

где

$$\nabla Q^\alpha - Q^\alpha \omega^{n+1}_{n+1} + \omega^\alpha_{n+1} = Q^\alpha_K \omega^K,$$

$$\nabla Q^i - Q^i \omega^{n+1}_{n+1} + \omega^i_{n+1} = Q^i_K \omega^K,$$

$$\nabla Q^p - Q^p \omega^{n+1}_{n+1} + \omega^p_{n+1} = Q^p_K \omega^K.$$

Следовательно, квазитензор второго порядка $\{Q^\sigma\}$ определяет инвариантное оснащение – нормаль 1-го рода H-распределения, внутренне связанное с распределением $H(M(\Lambda))$. Имеет место теорема, обобщающая соответствующую теорему, доказанную Э.Д.Алшибая [1] для гиперплоскостных элементов.

Т е о р е м а. Вдоль кривых, принадлежащих распределению нормалей Q, нормаль $\vec{\mathcal{L}} = L^p \vec{\ell}_p + L^u \vec{e}_u + \vec{e}_{n+1}$ [3] переносится параллельно.

Действительно, вдоль кривых $\omega^\sigma = Q^\sigma \omega^{n+1}$ имеем:

$$d\vec{\mathcal{L}} = (\mathcal{L}^p \omega^{n+1}_p + \mathcal{L}^u \omega^{n+1}_u + \omega^{n+1}_{n+1}) \vec{\mathcal{L}}.$$

Аналогично строится нормаль $\widehat{Q}$, при смещении вдоль которой нормаль $\vec{R} = L^p \vec{e}_p + a^u \vec{e}_u + \vec{e}_{n+1}$ [4] смещается параллельно.

З а м е ч а н и я: 1) нормаль 1-го рода Q, введенная для распределения $H(M(\Lambda))$, есть аналог нормали Q, построенной Э.Д.Алшибая [1] для гиперплоскостного распределения аффинного пространства; 2) поле квазитензора $\{Q^a\}$ порождает поле нормалей 1-го рода M-распределения, поле квазитензора $\{Q^\alpha\}$ порождает поле нормалей 1-го рода Φ-распределения, поле квазитензора $\{Q^p\}$ порождает поле нормалей 1-го рода Λ-распределения, а поле квазитензора $\{Q^u\}$ порождает поле нормалей 1-го рода X-распределения.

Библиографический список

1. А л ш и б а я Э.Д. К геометрии распределений гиперплоскостных элементов в аффинном пространстве // Тр. геометр. семинара / ВИНИТИ. М., 1974. Т. 5. С.169-193.

2. Г р е б е н ю к М.Ф. Поля геометрических объектов трехсоставного распределения аффинного пространства A_{n+1} // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Межвуз. темат. сб. науч. тр. / Калинингр. ун-т. Калининград, 1987. Вып. 18. С.21-24.

3. Г р е б е н ю к М.Ф. Соприкасающиеся гиперквадрики трехсоставного распределения аффинного пространства // Там же, 1991. Вып.22. С.35-41.

4. Ю ш к е в и ч Т.Н. К геометрии аффинного трехсоставного распределения $\mathcal{H}(M(\Lambda))$ // Там же, 1986. Вып.17. С.114-117.