Список литературы

1. *Буданов К. М.* Лифты функций и векторных полей в расслоение Вейля над алгеброй Вейля высоты 2 // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2006. Вып. 37. С. 14—18.
2. *Вишневский В. В., Широков А. П., Шурыгин В. В.* Пространства над алгебрами. Казань, 1985.
3. *Султанов А. Я.* Горизонтальные лифты линейных связностей на расслоениях Вейля второго порядка // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2005. Вып. 36. С. 133—140.
4. *Султанов А. Я.* Продолжения тензорных полей и связностей в расслоения Вейля // Изв. вузов. Сер. Математика. 1999. №9. С. 64—72.
5. *Morimoto A.* Prolongation of connections to bundles of infinitely near points // J. Differential Geom. 1976. V. 11. №4. P. 479—498.

K. Budanov

LIFTS OF LINEAR CONNECTION AND FUNCTIONS
ON WEIL BUNDLE OVER SPECIAL WEIL ALGEBRA

Complete lift of linear connection to Weil bundle over special Weil algebra is considered and horizontal functions generated by differential forms on Weil bundle are constructed.

УДК 514.75

С. Ю. Волкова

(Балтийский военно-морской институт)

ДВОЙСТВЕННЫЕ НОРМАЛЬНЫЕ СВЯЗНОСТИ НА S-РАСПРЕДЕЛЕНИИ, АССОЦИИРОВАННЫЕ С БАЗИСНЫМ Λ-ПОДРАССЛОЕНИЕМ

Изучается специальный класс скомпонованных трехсоставных распределений проективного простран-

ства P_n, которые названы S-распределениями [1—3]. Рассмотрены нормальные связности, индуцируемые в расслоениях нормалей 2-го рода Λ-подрасслоения данного S-распределения, оснащенного в смысле Нордена — Бортолотти [7]. Выясняются аналитические и геометрические условия совпадения различных подгрупп этих связностей, вырождения в одну связность.

Схема использования индексов такова:

J,K,…=$\overline{1,n}$; $\bar{J},\bar{K}=\overline{0,n}$; p,q,t…=$\overline{1,r}$; $a,b=\overline{r+1,n-1}$; $\hat{u},\hat{v}=\overline{r+1,n}$; $i,j,k=\overline{r+1,m}$; $\alpha,\beta=\overline{m+1,n-1}$; $\hat{\alpha},\hat{\beta}=\overline{m+1,n}$; A,B,…=$\left(\overline{1,r};\overline{m+1,n-1}\right)$; $\hat{A},\hat{B}=(\overline{1,r},\overline{m+1,n})$; $u,v,w,x=\overline{r+1,n-1}$; $\delta=\overline{0,1}$; $\varepsilon=\overline{0,15}$.

1. В работе [2] доказано, что преобразование J: $\omega_{\bar{J}}^{\bar{K}} \to \overline{\omega}_{\bar{J}}^{\bar{K}}$ [2; 3] форм $\omega_{\bar{J}}^{\bar{K}}$ проективного пространства P_n является инволютивным, т.е. $J=J^{-1}$. Имея в виду эту инволютивность, будем говорить, что пространства P_n и $\overline{P_n}$ являются двойственными [7]. Дифференциальные уравнения регулярного $\overline{S}$-распределения, двойственного данному регулярному S-распределению, имеют вид (здесь в дальнейшем все формы и функции, ассоциированные с $\overline{S}$-распределением, пишутся с чертой сверху):

$$\begin{gathered}\overline{\omega}_p^n=\overline{\Lambda}_{p\hat{A}}^n\omega_0^{\hat{A}},\ \overline{\omega}_p^\alpha=\overline{\Lambda}_{pK}^\alpha\overline{\omega}^K,\ \overline{\omega}_p^i=\overline{\Lambda}_{pK}^i\overline{\omega}^K,\\ \overline{\omega}_i^n=\overline{L}_{i\hat{u}}^n\overline{\omega}_0^{\hat{u}},\ \overline{\omega}_i^\alpha=\overline{L}_{iK}^\alpha\overline{\omega}_0^K,\ \overline{\omega}_i^p=\overline{L}_{iK}^p\overline{\omega}_0^K,\\ \overline{\omega}_\alpha^n=\overline{H}_{\alpha\hat{\beta}}^n\overline{\omega}_0^{\hat{\beta}},\ \overline{\omega}_\alpha^p=\overline{H}_{\alpha K}^p\overline{\omega}_0^K,\ \overline{\omega}_\alpha^i=\overline{H}_{\alpha K}^i\overline{\omega}_0^K.\end{gathered}\tag{1}$$

Известно [2; 3], что нормализация одного из регулярных скомпонованных распределений $S\subset P_n$ или $\overline{S}\subset\overline{P_n}$ равносильна нормализации другого, при этом компоненты полей оснащенных объектов связаны соотношениями

$$\overline{\nu}_n^p = -\Lambda_n^{pq}\nu_q^0, \quad \overline{\nu}_p^0 = \Lambda_{qp}^n \nu_n^q, \quad \overline{\nu}_n^i = -L_n^{ik}\nu_k^0,$$
$$\overline{\nu}_i^0 = L_{ki}^n \nu_n^k, \quad \overline{\nu}_n^\alpha = -H_n^{\alpha\beta}\nu_\beta^0, \quad \overline{\nu}_\alpha^0 = H_{\beta\alpha}^n \nu_n^\beta. \tag{2}$$

Система форм $\{\overline{\theta}_{\hat{u}}^0, \overline{\theta}_{\hat{u}}^{\hat{v}}\}$, двойственная системе $\{\theta_{\hat{u}}^0, \theta_{\hat{u}}^{\hat{v}}\}$ [4], определяет нормальную центропроективную связность $\overline{\nabla}^\perp$ в расслоении нормалей 2-го рода Λ-подрасслоения, если охваты компонент объекта связности $\{\overline{\Gamma}_{\hat{u}K}^0, \overline{\Gamma}_{\hat{u}K}^{\hat{v}}\}$ имеют следующий вид (в силу (1), (2) и соотношений между двойственными функциями работы [2]):

$$\overline{\Gamma}_{up}^0 = \overline{\Gamma}_{up}^v = \overline{\Gamma}_{np}^v = \overline{\Gamma}_{nn}^v = \overline{\Gamma}_{up}^n = 0, \quad \overline{\Gamma}_{un}^0 = \overline{\Gamma}_{nu}^0 = -\mu_n^0 \overline{L}_u^0,$$
$$\overline{\Gamma}_{nn}^0 = (\mu_n^0)^2, \overline{\Gamma}_{nn}^n = 2\mu_n^0, \quad \overline{\Gamma}_{un}^v = \overline{\Gamma}_{nu}^v = \delta_u^v \mu_n^0,$$
$$\overline{\Gamma}_{uw}^v = -(\delta_u^v \overline{L}_w^0 + \delta_w^v \overline{L}_u^0), \quad \overline{\Gamma}_{nu}^n = \overline{\Gamma}_{un}^n = -\overline{L}_u^0,$$
$$\overline{\Gamma}_{uv}^0 = \overline{\Gamma}_u^0 \overline{L}_v^0 + \overline{\Gamma}_{uv}^n \mu_n^0, \quad \overline{\Gamma}_{np}^0 = \overline{\Gamma}_{np}^n \mu_n^0, \quad \overline{x}_n^0 = \mu_n^0, \tag{3}$$

где в качестве тензоров $\overline{\Gamma}_{np}^n$, $\overline{\Gamma}_{uv}^n$ можно взять любой из следующих охватов:

$$\overset{0}{\overline{\Gamma}}{}_{uv}^n = \overset{0}{\Gamma}{}_{uv}^n = 0, \quad \overset{1}{\overline{\Gamma}}{}_{uv}^n = \overline{\Phi}_{uv}^n = -\Phi_{uv}^n = -\overset{1}{\Gamma}{}_{uv}^n, \tag{4}$$

$$\overset{0}{\overline{\Gamma}}{}_{np}^n = \overset{0}{\Gamma}{}_{np}^n = 0,$$

$$\overset{1}{\overline{\Gamma}}{}_{np}^n = \frac{1}{2}(\overline{\Lambda}_{pn}^n + \overline{\lambda}_p^0 + \overline{\Lambda}_{p\alpha}^n \overline{\Lambda}_n^\alpha) + \overline{b}_{pq}^n \overline{\nu}_n^q =$$
$$= \frac{1}{2}\{\nu_p^0 + \Lambda_{qp}^n \Lambda_n^{qt}[\Lambda_{tn}^n - \Lambda_{t\alpha}^n H_n^{\alpha\beta}(H_{\beta n}^n - L_\beta^0) + \nu_t^0] - \lambda_p^0\},$$

$$\overset{2}{\overline{\Gamma}}{}_{np}^n = \frac{1}{2}\{\nu_p^0 + \Lambda_{qp}^n \Lambda_n^{qt}[\Lambda_{tn}^n - \Lambda_{t\alpha}^n H_n^{\alpha\beta}(H_{\beta n}^n - \Lambda_\beta^0) + \nu_t^0] - \lambda_p^0\},$$

$$\overset{3}{\overline{\Gamma}}{}_{np}^n = \frac{1}{2}\{\nu_p^0 + \Lambda_{qp}^n \Lambda_n^{qt}[\Lambda_{tn}^n - \Lambda_{t\alpha}^n H_n^{\alpha\beta}(H_{\beta n}^n - L_\beta^0) + \nu_t^0] - l_p^0\}, \tag{5}$$

$$\overset{4}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = \frac{1}{2}\{\nu^0_p + \Lambda^n_{qp}\Lambda^{qt}_n[\Lambda^n_{tn} - \Lambda^n_{t\alpha}H^{\alpha\beta}_n(H^n_{\beta n} - \Lambda^0_\beta) + \nu^0_t] - l^0_p\},$$

$$\overset{5}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = \frac{1}{2}\{\nu^0_p + \Lambda^n_{qp}\Lambda^{qt}_n[\Lambda^n_{tn} - \Lambda^n_{t\alpha}H^{\alpha\beta}_n(H^n_{\beta n} - L^0_\beta) + \nu^0_t] - h^0_p\},$$

$$\overset{6}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = \frac{1}{2}\{\nu^0_p + \Lambda^n_{qp}\Lambda^{qt}_n[\Lambda^n_{tn} - \Lambda^n_{t\alpha}H^{\alpha\beta}_n(H^n_{\beta n} - \Lambda^0_\beta) + \nu^0_t] - h^0_p\},$$

$$\overset{7}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = \Lambda^n_{qp}\nu^q_n + \Lambda^n_{qp}\Lambda^{qt}_n[\Lambda^n_{tn} - \Lambda^n_{t\alpha}H^{\alpha\beta}_n(H^n_{\beta n} - L^0_\beta) + \nu^0_t],$$

$$\overset{8}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = \Lambda^n_{qp}\nu^q_n + \Lambda^n_{qp}\Lambda^{qt}_n[\Lambda^n_{tn} - \Lambda^n_{t\alpha}H^{\alpha\beta}_n(H^n_{\beta n} - \Lambda^0_\beta) + \nu^0_t],$$

$$\overset{9}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = \overline{b}^0_p - \overline{\nu}^0_p + \overline{b}^n_{pq}\overline{\nu}^q_n = -\frac{1}{2(r+2)}b^{tq}_n\Lambda^{sf}_n(\Lambda^n_{sp}\Lambda^n_{fqt} +$$

$$+\Lambda^n_{sq}\Lambda^n_{fpt}) - \Lambda^n_{tp}\nu^t_n + b^n_{pq}\Lambda^{qt}_n\nu^0_t,$$

$$\overset{10}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = \overline{\lambda}^0_p - \overline{\nu}^0_p + \overline{\Lambda}^n_{qp}\overline{\nu}^q_n = -(\lambda^0_p - \nu^0_p + \Lambda^n_{qp}\nu^q_n) = -\overset{10}{\Gamma}{}^n_{np},$$

$$\overset{11}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = \overline{l}^0_p - \overline{\nu}^0_p + \overline{\Lambda}^n_{qp}\overline{\nu}^q_n = -(l^0_p + \Lambda^n_{qp}\nu^q_n - \nu^0_p) = -\overset{11}{\Gamma}{}^n_{np}, \tag{6}$$

$$\overset{12}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = \overline{h}^0_p - \overline{\nu}^0_p + \overline{\Lambda}^n_{qp}\overline{\nu}^q_n = -(h^0_p - \nu^0_p + \Lambda^n_{qp}\nu^q_n) = -\overset{12}{\Gamma}{}^n_{np},$$

$$\overset{13}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = C^0_p - \frac{1}{2(r+2)}\Lambda^{sf}_n b^{tq}_n(\Lambda^n_{s(p}\Lambda^n_{|f|qt)} + \Lambda^n_{s(q}\Lambda^n_{|f|pt)}) -$$

$$-4\Lambda^n_{qp}\nu^q_n + 2\Lambda^n_{pq}\Lambda^{tq}_n\nu^0_t,$$

$$\overset{14}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = \overline{C}^0_p - \overline{\nu}^0_p - \overline{\Lambda}^n_{qp}\overline{\nu}^q_n = C^0_p - \Lambda^n_{qp}\nu^q_n - \nu^0_p = \overset{14}{\Gamma}{}^n_{np}, \tag{7}$$

$$\overset{15}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = \overline{\Lambda}^n_{pq}\overline{\mathrm{T}}^q_n = \Lambda^n_{pq}\mathrm{T}^q_n = \overset{15}{\Gamma}{}^n_{np}, \text{ если } \Lambda^n_{[pq]} = 0.$$

Структурные формы $\{\overline{\theta}^0_{\hat{u}}, \overline{\theta}^{\hat{v}}_{\hat{u}}\}$ при охватах (3) — (7) обозначим, соответственно, $\overset{\delta\varepsilon}{\overline{\theta}}{}^0_{\hat{u}}$, $\overset{\delta\varepsilon}{\overline{\theta}}{}^{\hat{v}}_{\hat{u}}$. Рассматривая попарные комбинации охватов (4) и (5) — (7), получаем 32 нормальные связности $\overset{0\varepsilon}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}$, $\overset{1\varepsilon}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}$, двойственные, соответственно, связностям $\overset{0\varepsilon}{\nabla}{}^{\perp}$, $\overset{1\varepsilon}{\nabla}{}^{\perp}$ [4] относительно инволютивного преобразования J [2].

Для того чтобы найти выражения форм $\{\overset{\delta\varepsilon}{\overline{\theta}}{}^{0}_{\hat{u}}, \overset{\delta\varepsilon}{\overline{\theta}}{}^{\hat{v}}_{\hat{u}}\}$, формы и функции с чертой, входящие в выражения этих форм, заменим на соответствующие формы без черты с использованием соотношений (1) — (7) и соотношений работы [2].

В результате получим:

$$
\begin{aligned}
&\overset{00}{\overline{\theta}}{}^{0}_{v} = \overline{\omega}^{0}_{v} + \overline{\nu}^{0}_{q}(\overline{\nu}^{q}_{n}\overline{\omega}^{n}_{v} - \overline{\omega}^{q}_{v}) + \overline{L}^{0}_{v}\overline{\Lambda}^{0}_{u}\overline{\omega}^{u}_{0} - \overline{L}^{0}_{v}(\overline{\Lambda}^{0}_{u}\overline{\Lambda}^{u}_{n} + \overline{x}^{0}_{n})\overline{\omega}^{n}_{0} = \\
&= \Phi^{n}_{wv}[\nu^{0}_{q}\nu^{q}_{n}\omega^{w}_{0} + \Lambda^{w}_{n}\Lambda^{u}_{n}\omega^{n}_{u} + \Lambda^{w}_{n}(\mu^{0}_{n} - L^{0}_{u}\Lambda^{u}_{n})\omega^{n}_{0} + \omega^{w}_{n} + \nu^{q}_{n}\omega^{w}_{q}], \\
&\overset{00}{\overline{\theta}}{}^{0}_{n} = \omega^{0}_{n} + L^{0}_{u}\omega^{u}_{n} - \nu^{0}_{p}\omega^{p}_{n} + \nu^{p}_{n}[\nu^{0}_{pK}\omega^{K}_{0} + L^{0}_{u}\omega^{u}_{p} - \nu^{0}_{p}(\nu^{0}_{q}\omega^{q}_{0} - L^{0}_{u}\omega^{u}_{0})] + \\
&+ \mu^{0}_{n}[\Lambda^{u}_{n}\omega^{n}_{u} + (\mu^{0}_{n} - L^{0}_{u}\Lambda^{u}_{n})\omega^{n}_{0}], \\
&\overset{00}{\overline{\theta}}{}^{u}_{v} = \Phi^{uw}_{n}[d\Phi^{n}_{wv} + (\Phi^{n}_{wn} - L^{0}_{w})\Lambda^{x}_{n}\Phi^{n}_{xv}\omega^{n}_{0} + \Phi^{n}_{xv}(L^{0}_{w}\omega^{x}_{0} - \omega^{x}_{w})] + \\
&+ \Lambda^{x}_{n}\Phi^{n}_{xv}\omega^{u}_{0} + \delta^{u}_{v}[\Lambda^{w}_{n}\omega^{n}_{w} + \nu^{p}_{n}\omega^{n}_{p} + (\mu^{0}_{n} + L^{0}_{w}\Lambda^{w}_{n} + \nu^{0}_{p}\nu^{p}_{n})\omega^{n}_{0} + \omega^{n}_{n}], \\
&\overset{00}{\overline{\theta}}{}^{n}_{v} = \Phi^{n}_{wv}(\Lambda^{w}_{n}\omega^{n}_{0} - \omega^{w}_{0}), \\
&\overset{00}{\overline{\theta}}{}^{v}_{n} = \Phi^{vw}_{n}[L^{0}_{wK}\omega^{K}_{0} - L^{0}_{w}(\nu^{0}_{p}\omega^{p}_{0} - L^{0}_{u}\omega^{u}_{0}) + \mu^{0}_{n}(\Phi^{n}_{wn} - L^{0}_{w})\omega^{n}_{0} + \nu^{0}_{p}\omega^{p}_{w}] + \mu^{0}_{n}\omega^{v}_{0}, \\
&\overset{00}{\overline{\theta}}{}^{n}_{n} = \omega^{n}_{n} - \omega^{0}_{0} + \nu^{p}_{n}\omega^{n}_{p} + \Lambda^{w}_{n}\omega^{n}_{w} - L^{0}_{u}\omega^{u}_{0} + \nu^{0}_{p}\omega^{p}_{0} + (2\mu^{0}_{n} - L^{0}_{u}\Lambda^{u}_{n} + \nu^{0}_{p}\nu^{p}_{n})\omega^{n}_{0},
\end{aligned}
\tag{8}
$$

- -

$$
\begin{aligned}
&\overset{\delta\varepsilon}{\overline{\theta}}{}^{0}_{v} = \overset{00}{\overline{\theta}}{}^{0}_{v} + \overset{\delta}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{vu}\,\overline{\nu}^{0}_{n}(\overline{\omega}^{u}_{0} - \overline{\Lambda}^{u}_{n}\overline{\omega}^{n}_{0}) = \overset{00}{\overline{\theta}}{}^{0}_{v} + \overset{\delta}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{vu}\,\mu^{0}_{n}[\omega^{u}_{0} + \Phi^{uw}_{n}(\Phi^{n}_{wn} - L^{0}_{w})\omega^{n}_{0}], \\
&\overset{\delta\varepsilon}{\overline{\theta}}{}^{0}_{n} = \overset{00}{\overline{\theta}}{}^{0}_{n} + \overset{\varepsilon}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{nq}\,\overline{\nu}^{0}_{n}(\overline{\omega}^{q}_{0} - \overline{\nu}^{q}_{n}\overline{\omega}^{n}_{0}) = \overset{00}{\overline{\theta}}{}^{0}_{n} + \overset{\varepsilon}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{nq}\,\mu^{0}_{n}[\omega^{q}_{0} + \Lambda^{qp}_{n}(\Lambda^{n}_{p\hat{u}}\omega^{\hat{u}}_{0} + \nu^{0}_{p}\omega^{n}_{0})], \\
&\overset{\delta\varepsilon}{\overline{\theta}}{}^{u}_{v} = \overset{00}{\overline{\theta}}{}^{u}_{v}\,,\ \overset{\delta\varepsilon}{\overline{\theta}}{}^{u}_{n} = \overset{00}{\overline{\theta}}{}^{u}_{n}\,, \\
&\overset{\delta\varepsilon}{\overline{\theta}}{}^{n}_{v} = \overset{00}{\overline{\theta}}{}^{n}_{v} + \overset{\delta}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{vu}(\overline{\omega}^{u}_{0} - \overline{\Lambda}^{u}_{n}\overline{\omega}^{n}_{0}) = \overset{00}{\overline{\theta}}{}^{n}_{v} + \overset{\delta}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{vu}[\omega^{u}_{0} + \Phi^{uw}_{n}(\Phi^{n}_{wn} - L^{0}_{w})\omega^{n}_{0}], \\
&\overset{\delta\varepsilon}{\overline{\theta}}{}^{n}_{n} = \overset{00}{\overline{\theta}}{}^{n}_{n} + \overset{\varepsilon}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{nq}(\overline{\omega}^{q}_{0} - \overline{\nu}^{q}_{n}\overline{\omega}^{n}_{0}) = \overset{00}{\overline{\theta}}{}^{n}_{n} + \overset{\varepsilon}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{nq}[\omega^{q}_{0} + \Lambda^{qp}_{n}(\Lambda^{n}_{p\hat{u}}\omega^{\hat{u}}_{0} + \nu^{0}_{p}\omega^{n}_{0})].
\end{aligned}
\tag{9}
$$

Каждая из систем форм $\{\overset{\delta\varepsilon}{\overline{\theta}}{}^0_{\hat{u}},\ \overset{\delta\varepsilon}{\overline{\theta}}{}^{\hat{v}}_{\hat{u}}\}$ удовлетворяет структурным уравнениям Картана — Лаптева [7]:

$$D\overset{\delta\varepsilon}{\overline{\theta}}{}^0_{\hat{u}} = \overset{\delta\varepsilon}{\overline{\theta}}{}^{\overline{w}}_{\hat{u}} \wedge \overset{\delta\varepsilon}{\overline{\theta}}{}^0_{\overline{w}} + \overset{\delta\varepsilon}{\overline{R}}{}^0_{\hat{u}PQ}\,\overline{\omega}{}^P_0 \wedge \overline{\omega}{}^Q_0;\ D\overset{\delta\varepsilon}{\overline{\theta}}{}^{\hat{v}}_{\hat{u}} = \overset{\delta\varepsilon}{\overline{\theta}}{}^{\overline{w}}_{\hat{u}} \wedge \overset{\delta\varepsilon}{\overline{\theta}}{}^{\hat{v}}_{\overline{w}} + \overset{\delta\varepsilon}{\overline{R}}{}^{\hat{v}}_{\hat{u}PQ}\,\overline{\omega}{}^P_0 \wedge \overline{\omega}{}^Q_0.$$

На голономном или взаимном с полем симметрического тензора Λ^n_{pq} Λ-подрасслоении в силу формул

$$\overline{b}{}^n_{pq} = -\Lambda^n_{pq} = -b^n_{pq}, \quad \overline{B}{}^0_p = \overline{b}{}^0_p = \overline{\lambda}{}^0_p = -\lambda^0_p = -b^0_p, \quad \overline{C}{}^0_p = C^0_p,$$

$\overline{b}{}^n_{pqt} = b^n_{pqt} = \Lambda^n_{pqt}$ имеем:

$$\begin{aligned}
&\overset{1}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = \overset{2}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = \frac{1}{2}(\Lambda^n_{pn} - \lambda^0_p) + \nu^0_p = \overset{1-2}{\Gamma}{}^n_{np} - \overset{9-10}{\Gamma}{}^n_{np},\\
&\overset{3}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = \overset{4}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = \frac{1}{2}(\Lambda^n_{pn} - l^0_p) + \nu^0_p = \overset{3-4}{\Gamma}{}^n_{np} - \overset{11}{\Gamma}{}^n_{np}, \qquad (10)\\
&\overset{5}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = \overset{6}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = \frac{1}{2}(\Lambda^n_{pn} - h^0_p) + \nu^0_p = \overset{5-6}{\Gamma}{}^n_{np} - \overset{12}{\Gamma}{}^n_{np},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\overset{7}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = \overset{8}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = \Lambda^n_{pn} + \nu^0_p + \Lambda^n_{pq}\nu^q_n = \overset{7}{\Gamma}{}^n_{np} = \overset{8}{\Gamma}{}^n_{np},\\
&\overset{9}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = \overset{10}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = -(\lambda^0_p - \nu^0_p + \Lambda^n_{pq}\nu^q_n) = -\overset{9}{\Gamma}{}^n_{np} = -\overset{10}{\Gamma}{}^n_{np},\\
&\overset{11}{\overline{\Gamma}}{}^n_{np} = \overline{l}{}^0_p - \overline{\nu}{}^0_p - \overline{\Lambda}{}^n_{pq}\overline{\nu}{}^q_n = -(l^0_p - \nu^0_p + \Lambda^n_{qp}\nu^q_n) = -\overset{11}{\Gamma}{}^n_{np}, \qquad (11)\\
&\overset{\overline{12}}{\Gamma}{}^n_{np} = -\overset{12}{\Gamma}{}^n_{np},\ \overset{\overline{13}}{\Gamma}{}^n_{np} = \overset{13}{\Gamma}{}^n_{np} - 6\overset{9-10}{\Gamma}{}^n_{np},\ \overset{\overline{15}}{\Gamma}{}^n_{np} = \overset{15}{\Gamma}{}^n_{np},\\
&\overset{\overline{14}}{\Gamma}{}^n_{np} = \overline{C}{}^0_p - \overline{\nu}{}^0_p - \overline{\Lambda}{}^n_{qp}\overline{\nu}{}^q_n = C^0_p - \Lambda^n_{qp}\nu^q_n - \nu^0_p = \overset{14}{\Gamma}{}^n_{np}.
\end{aligned}$$

Отметим, что при выполнении хотя бы одного из условий:

а) пара (Λ, Φ) распределений сопряжена или взаимна [1],

б) пара (M, X) распределений сопряжена или взаимна,

в) S-распределение является сильно взаимным распределением [6], г) Ψ-распределение несет пару (Λ, X) сопряженных распределений — тензор $\Lambda^n_{p\alpha}$ обращается тождественно в нуль: $\overline{\Lambda}^n_{p\alpha} = \Lambda^n_{p\alpha} = 0$.

С учетом этих замечаний и соотношений (3) — (11) получаем теорему 1*, двойственную теореме 1 работы [5] (теоремы, двойственные соответствующим теоремам работы [5] обозначаем знаком (*)):

Теорема 1*. *На оснащенном в смысле Нордена — Бортолотти Λ-подрасслоении данного S-распределения в расслоении его нормалей 2-го рода индуцируется 32 нормальные связности* $\{\overset{\delta\varepsilon}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}\}$, *определяемые системой слоевых форм* $\{\overset{\delta\varepsilon}{\overline{\theta}}{}^0_{\hat{u}}, \overset{\delta\varepsilon}{\overline{\theta}}{}^{\hat{v}}_{\hat{u}}\}$ *(8), (9), причем:*

1) в случае голономности Λ-подрасслоения или взаимного Λ-подрасслоения с полем симметрического тензора Λ^n_{pq}, *а также когда M-подрасслоение или H-подрасслоение голономно, совпадают связности*

$$\overset{\delta 1}{\overline{\nabla}}{}^{\perp} = \overset{\delta 2}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \ \overset{\delta 3}{\overline{\nabla}}{}^{\perp} = \overset{\delta 4}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \ \overset{\delta 5}{\overline{\nabla}}{}^{\perp} = \overset{\delta 6}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \ \overset{\delta 7}{\overline{\nabla}}{}^{\perp} = \overset{\delta 8}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \tag{12}$$

$$\overset{\delta 9}{\overline{\nabla}}{}^{\perp} = \overset{\delta 10}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}; \tag{13}$$

2) в случае, если выполняется хотя бы одно из условий а) — г), то справедливы соотношения (12).

2. Выясним теперь некоторые условия совпадения нормальных связностей Λ-подрасслоения, оснащенного в смысле Нордена — Бортолотти.

В силу формул (2) и формул (21) [5] получим

$$\underset{1}{\nu}{}^0_p = -\frac{1}{2}\Lambda^n_{pt} b^{st}_n (\overline{\Lambda}^n_{sn} + \overline{\lambda}^0_s + \overline{\Lambda}^n_{s\alpha}\overline{\Lambda}^\alpha_n) \overset{def}{=} \underset{1}{H}{}^0_p,$$

$$\underset{2}{\nu}{}^0_p = -\frac{1}{2}\Lambda^n_{pt} b^{st}_n (\overline{\Lambda}^n_{sn} + \overline{\lambda}^0_s + \overline{\Lambda}^n_{s\alpha}\overline{L}^\alpha_n) \overset{def}{=} \underset{2}{H}{}^0_p,$$

$$\underset{3}{\nu}{}_{p}^{0} = -\frac{1}{2}\Lambda_{pt}^{n} b_{n}^{st} (\overline{\Lambda}_{sn}^{n} + \bar{l}_{s}^{0} + \overline{\Lambda}_{s\alpha}^{n} \overline{\Lambda}_{n}^{\alpha}) \overset{def}{=} \underset{3}{H}{}_{p}^{0}, \qquad (14)$$

$$\underset{4}{\nu}{}_{p}^{0} = -\frac{1}{2}\Lambda_{pt}^{n} b_{n}^{st} (\overline{\Lambda}_{sn}^{n} + \hat{l}_{s}^{0} + \overline{\Lambda}_{s\alpha}^{n} \overline{L}_{n}^{\alpha}) \overset{def}{=} \underset{4}{H}{}_{p}^{0},$$

$$\underset{5}{\nu}{}_{p}^{0} = -\frac{1}{2}\Lambda_{pt}^{n} b_{n}^{st} (\overline{\Lambda}_{sn}^{n} + \bar{h}_{s}^{0} + \overline{\Lambda}_{s\alpha}^{n} \overline{\Lambda}_{n}^{\alpha}) \overset{def}{=} \underset{5}{H}{}_{p}^{0},$$

$$\underset{6}{\nu}{}_{p}^{0} = -\frac{1}{2}\Lambda_{pt}^{n} b_{n}^{st} (\overline{\Lambda}_{sn}^{n} + \bar{h}_{s}^{0} + \overline{\Lambda}_{s\alpha}^{n} \overline{L}_{n}^{\alpha}) \overset{def}{=} \underset{6}{H}{}_{p}^{0}.$$

Таким образом, поле нормалей 2-го рода $\{\underset{z}{\nu}{}_{p}^{0}\}(z = \overline{1,6})$ Λ-подрасслоения совпадает с соответствующим полем нормалей $\{\underset{z}{H}{}_{p}^{0}\}$, при этом выбор поля нормалей 1-го рода Λ-подрасслоения произволен. Следовательно, справедлива

Теорема 2*. *Нормальные связности* $\overset{\delta z}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}$ *и* $\overset{\delta 0}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}$, *индуцируемые на оснащенном в смысле Нордена — Бортолотти Λ-подрасслоении, совпадают тогда и только тогда, когда поле нормалей 2-го рода* $\underset{z}{H}{}_{r-1}$ *определяется соответствующим полем квазитензора* $\{\underset{z}{H}{}_{p}^{0}\}$ *(14) второго порядка.*

Из соотношения

$$\overline{\mathrm{T}}_{p}^{0} \overset{def}{=} \bar{b}_{p}^{0} + \bar{b}_{pq}^{n} \bar{\nu}_{n}^{q} - \bar{\nu}_{p}^{0} = 0 \Leftrightarrow \overline{\mathrm{T}}_{p}^{0} = -\overline{\mathrm{T}}_{p}^{0} = 0 \qquad (15)$$

следует

Теорема 3*. *Индуцируемые на оснащенном в смысле Нордена — Бортолотти Λ-подрасслоении нормальные связности* $\overset{\delta 9}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}$ *и* $\overset{\delta 0}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}$ *совпадают тогда и только тогда, когда нормализация Λ-подрасслоения является взаимной [5].*

Учитывая взаимность нормализации (15) для Λ-подрасслоения, следствием теоремы 3* является

Теорема 4*. *Если оснащенное в смысле Нордена — Бортолотти Λ-подрасслоение данного S-распределения нормализовано полями нормалей Фубини* $\{\Phi^p_n, \Phi^0_p\}$ *[1; 5], а в случае, когда* $\Lambda^n_{[pq]} = 0$ *, — полями нормалей Вильчинского [1; 5], то нормальные связности* $\overset{\delta 9}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}$ *и* $\overset{\delta 0}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}$ *совпадают.*

Следствием теорем 2* и 3* является

Теорема 5*. *Индуцируемая на оснащенном в смысле Нордена — Бортолотти Λ-подрасслоении каждая тройка нормальных связностей (*$\overset{\delta z}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \overset{\delta 9}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \overset{\delta 0}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}$*) вырождается в одну связность тогда и только тогда, когда поле нормалей 2-го рода* $\{\underset{z}{\nu}{}^{0}_{p}\}$ *задано соответствующим полем квазитензора* $\{\underset{z}{H}{}^{0}_{p}\}$ *(14) и нормализация взаимна.*

Заметим, что нормали 1-го рода $\{\underset{z}{\nu}{}^{p}_{n}\}$, соответственно взаимные нормалям 2-го рода $\{\underset{z}{H}{}^{0}_{p}\}$ (14), задаются квазитензорами $\underset{z}{\nu}{}^{p}_{n} = b^{pt}_{n}(\underset{z}{H}{}^{0}_{t} - b^0_t)$.

3. По аналогии с работой [5] доказываются следующие теоремы:

Теорема 6*. *Совокупности нормальных связностей (*$\overset{\delta 0}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \overset{\delta 10}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \overset{\delta 14}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}$*), (*$\overset{\delta 0}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \overset{\delta 11}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \overset{\delta 14}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}$*), (*$\overset{\delta 0}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \overset{\delta 12}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \overset{\delta 14}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}$*) вырождаются в одну связность тогда и только тогда, когда Λ-подрасслоение нормализовано соответственно одной из пар полей квазитензоров* $\{\underset{1}{F}{}^{0}_{p}, \underset{1}{F}{}^{n}_{p}\}$, $\{\underset{2}{F}{}^{0}_{p}, \underset{2}{F}{}^{n}_{p}\}$, $\{\underset{3}{F}{}^{0}_{p}, \underset{3}{F}{}^{n}_{p}\}$ *[5].*

Теорема 7*. *На регулярном* $(|\Lambda^n_{pq}| \neq 0)$ *оснащенном в смысле Нордена — Бортолотти Λ-подрасслоении с полем симметрического тензора* Λ^n_{pq} *нормальные связности* $\overset{\delta 15}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}$ *и* $\overset{\delta 0}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}$ *сов-*

падают тогда и только тогда, когда Λ-подрасслоение коинцидентно.

Из формул (5), (6), получаем следующие зависимости

$$\overset{7}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{np}+\overset{10}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{np}=2\overset{1}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{np},\ \overset{8}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{np}+\overset{10}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{np}=2\overset{2}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{np},$$

$$\overset{7}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{np}+\overset{11}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{np}=2\overset{3}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{np},\ \overset{8}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{np}+\overset{11}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{np}=2\overset{4}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{np}, \tag{16}$$

$$\overset{7}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{np}+\overset{12}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{np}=2\overset{5}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{np},\ \overset{8}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{np}+\overset{12}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{np}=2\overset{6}{\overline{\Gamma}}{}^{n}_{np}.$$

Из соотношений (16) следует, что точно в такой же зависимости (16) находятся соответствующие тройки нормальных связностей. Значит, справедлива

Теорема 8*. *Индуцируемая на оснащенном в смысле Нордена — Бортолотти Λ-подрасслоении тройка нормальных связностей* $(\overset{\delta 7}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \overset{\delta 10}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \overset{\delta 1}{\overline{\nabla}}{}^{\perp})$ *вырождается в одну связность тогда и только тогда, когда любые две из них совпадают.*

Аналогичные утверждения имеют место для троек связностей $(\overset{\delta 8}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \overset{\delta 10}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \overset{\delta 2}{\overline{\nabla}}{}^{\perp})$,$(\overset{\delta 7}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \overset{\delta 11}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \overset{\delta 3}{\overline{\nabla}}{}^{\perp})$, $(\overset{\delta 8}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \overset{\delta 11}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \overset{\delta 4}{\overline{\nabla}}{}^{\perp})$, $(\overset{\delta 7}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \overset{\delta 12}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \overset{\delta 5}{\overline{\nabla}}{}^{\perp})$, $(\overset{\delta 8}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \overset{\delta 12}{\overline{\nabla}}{}^{\perp}, \overset{\delta 6}{\overline{\nabla}}{}^{\perp})$.

Список литературы

1. *Волкова С.Ю.* Поля фундаментальных и охваченных геометрических объектов S-распределения. Деп. в ВИНИТИ РАН, 09.02. 2001. №343-В2001.

2. *Волкова С.Ю.* О двойственных проективных связностях H(Λ,L)-распределения // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 1993. Вып. 24. С. 28—37.

3. *Волкова С.Ю.* Скомпонованные распределения проективного пространства // Изв. вузов. Сер. Математика. 2001. №7. С. 69—72.

4. *Волкова С.Ю.* Введение нормальных связностей на S-распределении // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2005. Вып. 36. С. 18—25.

5. *Волкова С. Ю.* Нормальные связности на S-распределении, ассоциированные с базисным Λ-подрасслоением // Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева. Чебоксары, 2006. Вып. 5.

6. *Попов Ю. И.* Сильно взаимные трехсоставные распределения проективного пространства. Калининград, 2003. Деп. в ВИНИТИ РАН, 29.09. 2003, №1743 — В2003.

7. *Столяров А. В.* Двойственная теория оснащенных многообразий: Монография. Чебоксары, 1992.

S. Volkova

DUAL NORMAL CONNECTIONS ON S-DISTRIBUTION, ASSOCIATED WITH BASIS Λ-SUBBUNDLE

Special class of composed three-part distributions of the projective space (S-distributions) is studied. Normal connections induced in the bundles of the 2-nd kinds normals of equipped in sense of Norden–Bortolotti for the Λ-subbundle of the given S-distribution are considered.

УДК 514.75

А. В. Вялова

(Калининградский государственный технический университет)

ТЕНЗОР ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ НА ТОЧЕЧНО-ПЛОСКОСТНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

На точечно-плоскостной поверхности в проективном пространстве построен объект, не являющийся тензором, но содержащий подтензор, названный тензором неабсолютных перенесений, или тензором параллельности. При сужении базы расслоения, ассоциирован-