3. *Остиану Н.М.* Ступенчато-расслоеные пространства // Тр. геом. семинара / ВИНИТИ. М., 1974. Т. 5. С. 259 – 309.

4. *Попов Ю.И.* Основы теории трехсоставных распределений проективного пространства / Калинингр. ун-т. Калининград, 1990. Деп. в ВИНИТИ, № 5625-90.

5. *Он же.* Инвариантные подпространства, ассоциированные с $H(M(\Lambda))$-распределением проективного пространства. I / Калинингр. ун-т. Калининград, 1984. Деп. в ВИНИТИ, № 4481.

6. *Он же.* Инвариантные подпространства, ассоциированные с $H(M(\Lambda))$-распределением проективного пространства. II / Калинингр. ун-т. Калининград, 1984. Деп. в ВИНИТИ, № 252.

7. *Он же.* Инвариантные подпространства, ассоциированные с $H(M(\Lambda))$-распределением проективного пространства. Ш / Калинингр. ун-т. Калининград, 1985. Деп. в ВИНИТИ, № 1275.

8. *Он же.* Об одномерных нормалях первого рода $H(M(\Lambda))$-распределения / Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 1985. Вып. 16. С. 57 – 66.

Yu. Popov

THE FLAG STRUCTURES OF MANIFOLD $P_n^0(H)$

УДК 514.75

О.В. Сазонова
(Калининградский государственный университет)

РЕДУКЦИЯ АФФИННОЙ ГРУППЫ ДО ПРОСТРАНСТВА БИЛИНЕЙНОЙ СВЯЗНОСТИ НАД ОСНАЩЕННОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Аффинная группа GA(n), действующая в n-мерном аффинном пространстве A_n, является пространством линейной связности $L_{n^2,n}$ без кручения и кривизны. Задание поверхности $S_m \subset A_n$ сужает пространство $L_{n^2,n}$ до пространства $L_{n^2,m}$. Адаптация подвижного репера полю касательных плоскостей T_m редуцирует суженное пространство линейной связности $L_{n^2,m}$ до главного расслоения $G(S_m)$ с типовым слоем – подгруппой стационарности G касательной плоскости T_m. Дальнейшая адаптация подвижного репера полю нормалей N_{n-m} редуцирует расслоение $G(S_m)$ до пространства билинейной связности, типовым слоем которого является прямое произведение GL(m) $\times$ GL(n-m) двух линейных фактор-групп, действующих соответственно в центрированных плоскостях T_m и N_{n-m}.

1. Аффинное пространство A_n отнесем к подвижному реперу R = {A, $\bar{e}_I$ }, где A – точка пространства; A_n, $\bar{e}_I$ – базисные векторы пространства (I,J,K,... = $\overline{1,n}$). Инфинитезимальные перемещения точки A и базисных векторов $\bar{e}_I$ пространства A_n задаются следующими формулами: dA = $\omega^I\ \bar{e}_I$, d$\bar{e}_I$ = $\omega_I^J\ \bar{e}_J$. Базисные формы ω^I, ω_I^J аффинной группы GA(n), dim GA(n) = n(n+1), действующей в пространстве A_n, удовлетворяют структурным уравнениям Картана

$$\mathrm{D}\omega^I = \omega^J \wedge \omega_J^I,\ \mathrm{D}\omega_I^J = \omega_I^K \wedge \omega_K^J. \qquad (1)$$

Уравнения (1) показывают, что над аффинным пространством A_n возникает главное расслоение линейных реперов L_{n^2} (A_n), типовым слоем которого является линейная группа L_{n^2} = GL(n) – подгруппа стационарности точки A, т.е. центроаффинная группа, dimGL(n) = n^2. В этом расслоении есть внутренняя связность, поэтому аффинная группа GA(n) есть пространство линейной связности $L_{n^2,n}$ [1] без кручения и кривизны.

2. Рассмотрим точечное m-мерное многообразие S_m, иначе говоря, поверхность S_m, погруженную в аффинное пространство A_n. Произведем специализацию подвижного репера R = {A, $\bar{e}_i$, $\bar{e}_\alpha$ }, (i,j, k,... = $\overline{1,m}$; α, β, γ = $\overline{m+1,n}$), помещая вершину A в текущую точку погруженного многообразия S_m. Уравнения точечного многообразия S_m записываются в адаптированном репере нулевого порядка R^0 в виде

$$\omega^{\alpha} = \Lambda_i^{\alpha}\ \omega^{i}. \qquad (2)$$

Продолжая уравнения (2), получаем дифференциальные уравнения для функций Λ_i^{α}, составляющих фундаментальный объект 1-го порядка многоообразия S_m

$$\Delta\ \Lambda_i^{\alpha} - \Lambda_j^{\alpha}\ \Lambda_i^{\beta}\ \omega_{\beta}^{j} + \omega_i^{\alpha} = \Lambda_{ij}^{\alpha}\ \omega^{j},$$

причем

$$\Lambda_{[ij]}^{\alpha} = 0. \qquad (3)$$

С поверхностью S_m ассоциируется главное расслоение $L_{n^2}(S_m)$ со структурными уравнениями

$$\mathrm{D}\omega^{j} = \omega^{i} \wedge \theta_i^{j},\ \mathrm{D}\omega_I^{J} = \omega_I^{K} \wedge \omega_K^{J}, \qquad (4)$$

где введено обозначение $\theta_i^j = \omega_i^j + \Lambda_i^{\alpha}\ \omega_{\alpha}^{j}$. Базой расслоения $L_{n^2}(S_m)$ является точечная поверхность S_m, а типовым слоем служит подгруппа стационарности L_{n^2}. Это расслоение есть сужение расслоения $L_{n^2}(A_n)$ на поверхность $S_m \subset A_n$. В суженном расслоении $L_{n^2}(S_m)$, как и в исходном рассло-ении $L_{n^2}(A_n)$, задана внутренняя связность, поэтому оно является подпро-странством линейной связности $L_{n^2,m}$ пространства $L_{n^2,n}$. Таким образом, задание поверхности $S_m \subset A_n$ сужает пространство $L_{n^2,n}$ до пространства $L_{n^2,m}$.

3. Произведем дальнейшую специализацию подвижного репера $R^0 = \{A, \bar{e}_i, \bar{e}_{\alpha}\}$. Помещая векторы $\bar{e}_i$ в касательную плоскость T_m к S_m в точке А, получим репер 1-го порядка R^1 поверхности S_m, при этом

$$\Lambda_i^{\alpha} = 0. \qquad (5)$$

Обозначим через Т S_m точечную поверхность S_m, оснащенную касательны-ми плоскостями T_m внутренним образом, иначе говоря, семейство касательных плоскостей. Репер первого порядка R^1 поверхности S_m, рассматриваемой как точечное многообразие, является репером нулевого порядка R_T^0 многообразия касательных плоскостей Т S_m, которое определяется системой уравнений [2]

$$\omega^{\alpha} = 0,\ \omega_i^{\alpha} = \Lambda_{ij}^{\alpha}\ \omega^{j}. \tag{6}$$

Продолжая уравнения системы (6), получим дифференциальные уравнения компонент объекта Λ поверхности S_m, отнесенной к реперу R_T^0:

$$\Delta\ \Lambda_{ij}^{\alpha} = \Lambda_{ijk}^{\alpha}\ \omega^{k}, \tag{7}$$

причем

$$\Lambda_{i[jk]}^{\alpha} = 0. \tag{8}$$

Используя симметрию (3) в уравнениях (7) и учитывая условие (8), получим то, что функции Λ_{ijk}^{α} симметричны по всем нижним индексам. Функции Λ_{ij}^{α} составляют фундаментальный тензор поверхности S_m. Поверхность S_m будем называть базой семейства TS_m. Уравнения (4) с учетом формул (5; 6) преобразуются к виду:

$$\mathrm{D}\,\omega^{i} = \omega^{j} \wedge \omega_j^{i}, \tag{9}$$

$$\mathrm{D}\,\omega_j^{i} = \omega_j^{k} \wedge \omega_k^{i} + \omega^{k} \wedge \omega_{jk}^{i}, \tag{10}$$

$$\mathrm{D}\,\omega_\beta^{\alpha} = \omega_\beta^{\gamma} \wedge \omega_\gamma^{\alpha} + \omega^{i} \wedge \omega_{\beta i}^{\alpha}, \tag{11}$$

$$\mathrm{D}\,\omega_\alpha^{i} = \omega_\alpha^{j} \wedge \omega_j^{i} + \omega_\alpha^{\beta} \wedge \omega_\beta^{i}, \tag{12}$$

где $\omega_{jk}^{i} = \Lambda_{jk}^{\alpha}\ \omega_\alpha^{i}$, $\omega_{\beta i}^{\alpha} = -\Lambda_{ji}^{\alpha}\ \omega_\beta^{j}$. Значит, с поверхностью TS_m ассоциируется главное расслоение G(S_m) со структурными уравнениями (9 – 12). Пространство линейной связности $L_{n^2,m}$ редуцируется до главного расслоения G(S_m), ассоциированного с многообразием касательных плоскостей TS_m, с типовым слоем – подгруппой стационарности G центрированной касательной плоскости T_m, dimG = $n^2 + m^2 - nm$.

Главное расслоение G(S_m) содержит два подрасслоения со следующими структурными уравнениями:

- (9; 10) – подрасслоение касательных линейных реперов L_{m^2}(S_m), типовым слоем которого является линейная факторгруппа L_{m^2} = GL(m), действующая в центроаффинном подпространстве T_m;
- (9; 11) – подрасслоение двойственных касательным линейных реперов $L_{(n-m)^2}$(S_m) с типовым слоем $L_{(n-m)^2}$ = GL(n-m) – линейной

факторгруппой, действующей в нормальном факторпространстве $\aleph_{n-m} = A_n / T_m$.

4. Оснастим поверхность ТS_m полем нормалей $N_{n-m} : T_m + N_{n-m} = A_n$. Нормализованное семейство ТS_m касательных плоскостей T_m назовем нормализованной поверхностью и обозначим ее NTS_m. Поместим векторы $\bar{e}_\alpha$ подвижного репера R_T^0 в плоскость N_{n-m}. Система уравнений нормализованного многообразия NTS_m в таком репере нулевого порядка R_{NT}^0 имеет вид $\omega^\alpha = 0$, $\omega_i^\alpha = \Lambda_{ij}^\alpha \omega^j$, $\omega_\alpha^i = \lambda_{\alpha j}^i \omega^j$. Продолжая эту систему, получим уравнения (8), а также:

$$\Delta \lambda_{\alpha j}^{i} = \lambda_{\alpha jk}^i \omega^k, \tag{13}$$

причем $\lambda_{\alpha[jk]}^i = 0$. Структурные уравнения (11; 12) преобразуются следующим образом:

$$\mathrm{D}\omega_j^i = \omega_j^k \wedge \omega_k^i + R_{jkl}^i \omega^k \wedge \omega^l,$$
$$\mathrm{D}\omega_\beta^\alpha = \omega_\beta^\gamma \wedge \omega_\gamma^\alpha + R_{\beta ij}^\alpha \omega^i \wedge \omega^j,$$

где $R_{jkl}^i = \Lambda_{j[k}^\alpha \lambda_{\alpha l]}^i$, $R_{\beta ij}^\alpha = \Lambda_{[ik}^\alpha \lambda_{\beta j]}^k$, причем квадратные скобки обозначают альтернирование по крайним индексам в них. Значит, главное расслоение G(S_m), ассоциированное с многообразием ТS_m касательных плоскостей T_m поверхности S_m, редуцируется до главного расслоения $H_h(S_m)$, типовым слоем которого является прямое произведение двух линейных фактор-групп $H_h = \mathrm{GL(m)} \times \mathrm{GL(n-m)}$, $\mathrm{h} = \dim H_h = n^2 + 2m(m-n)$, действующих соответственно в центрированных плоскостях T_m и N_{n-m}. В главном расслоении $H_h(S_m)$ имеется групповая связность, поэтому оно является пространством групповой связности, которое назовем пространством билинейной связности $H_{h,m}$.

Таким образом, главное расслоение G(S_m), ассоциированное с многообразием ТS_m касательных плоскостей T_m поверхности S_m, при оснащении сужается до пространства билинейной связности $H_{h,m}$.

Список литературы

1. *Шевченко Ю.И.* Оснащения голономных и неголономных гладких многообразий. Калининград, 1998.

2. *Сыроквашина А.Н.* Параллельные перенесения нормали поверхности аффинного пространства // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград,1999. Вып. 30. С. 84 – 88.

O. Sazonova

THE REDUCTION OF THE AFFINE GROUP TO THE SPACE OF THE BILINEAR CONNECTION OVER EQUIPPED SURFACE

The affine group, operating in the n-dimensional affine space A_n, is the space of the linear connection $L_{n^2,n}$ without torsion and curvature. The representation of the surface $S_m \subset A_n$ narrow the space $L_{n^2,n}$ to the space $L_{n^2,m}$. The adaptation of the mobile base to the field of the tangential planes T_m reduce the narrowed space of linear connection $L_{n^2,m}$ to the main bundle G(S_m) with sub-group of stationarity G of tangential plane T_m as the type layer. The subsequent adaptation of the mobile base to the field of normals N_{n-m} reduce the stratification G(S_m) to the space of the bilinear connection with the type layer – the direct product GL(m) $\times$ GL(n-m) of the two linear factor groups, operating in centralised planes T_m and N_{n-m}.

УДК 514.75

А.В. Скрягина
(Калининградский государственный университет)

ИНДУЦИРОВАННЫЙ ПУЧОК СВЯЗНОСТЕЙ 1-ГО ТИПА НА ПЛОСКОСТНОЙ ПОВЕРХНОСТИ КАК ВЫРОЖДЕННОМ СЕМЕЙСТВЕ

В проективном пространстве плоскостная поверхность представлена как вырожденное семейство, описанное тройкой, состоящей из точки, плоской образующей и касательной плоскости. С поверхностью ассоциировано главное расслоение, типовым слоем которого является подгруппа стационарности тройки. Произведено композиционное оснащение плоскостной поверхности, состоящее в присоединении к каждой точке трёх плоскостей, дополняющих соответственно 1) точку до образующей; 2) образующую до