УДК 574.76

В. С. Малаховский

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ НАХОЖДЕНИЯ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ

Показан метод нахождения простых чисел без компьютерного вычисления. Рассмотрены множества $P_1=\{6k_1-1\}$, $P_2=\{6k_2+1\}$, $Q_1=\{6j_1-1\}$, $Q_2=\{6j_2+1\}$, где $P_1\cup P_2$ — множество всех простых чисел $p\geq 5$; Q_i — все нечетные составные числа такого вида. Исследованы подмножества $A_i=\{k_i\}$ и $B_i=\{j_i\}$ $(i=1, 2)$. Доказано, что B_i легко определяются конкретными последовательностями натуральных чисел для $j_i\leq a\in N$. Числа k_i образованы пропущенными в множествах B_i натуральными числами, так как $A_i=N\setminus B_i$. Для $k_i\leq 200$ определены k_i подмножества множеств A_i, а значит, определены и соответствующие подмножества простых чисел.

The method of finding prime numbers without computer calculation is shown. Subsets $P_1=\{6k_1-1\}$, $P_2=\{6k_2+1\}$, $Q_1=\{6j_1-1\}$, $Q_2=\{6j_2+1\}$ are considered, where $P_1\cup P_2$ are all prime numbers $p\geq 5$; Q_i are all odd composite numbers of such form. Subsets $A_i=\{k_i\}$, $B_i=\{j_i\}$ $(i=1, 2)$ are investigated. It is proved that B_i by exploit sequences of natural numbers are lastly defined for $j_i\leq a\in N$. Numbers k_i are omitted natural numbers in B_i as $A_i=N\setminus B_i$. For $k_i\leq 200$ all numbers of the sets A_i (and therefore all such prime numbers of the sets P_i) are defined.

Ключевые слова: простое число, составные числа, простые числа-близнецы, множество, подмножество.

Keywords: prime number, composite numbers, prime numbers-twins, set, subset.

Рассмотрены множества

$$C_1=\{c_1\},\ C_2=\{c_2\}, \tag{1}$$

где $c_1=6a_1-1$; $c_2=6a_2+1$; $a_1, a_2\in N$.

Каждое из множеств C_1 и C_2 разбивается на два непересекающихся подмножества:

$$C_1=\{6k_1-1\}\cup\{6j_1-1\}$$

$$C_2=\{6k_2+1\}\cup\{6j_2+1\}, \tag{2—3}$$

где первые слагаемые — множества простых чисел $p\geq 5$:

$$P_1=\{6k_1-1\},\ P_2=\{6k_2+1\}, \tag{4}$$

а вторые слагаемые — множества нечетных составных чисел:

$$Q_1=\{6j_1-1\},\ Q_2=\{6j_2+1\}. \tag{5}$$

Известно, что множество $P_1\cup P_2$ образует множество всех простых чисел $p\geq 5$.

© Малаховский В. С., 2019

Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер.: Физико-математические и технические науки. 2019. № 2. С. 21 – 24.

Обозначим

$$A_i = \{k_i\},\ B_i = \{j_i\}\ (i = 1, 2). \tag{6}$$

Очевидно,

$$A_1 = N \setminus B_1,\ A_2 = N \setminus B_2, \tag{7}$$

то есть числа k_i — это пропущенные натуральные числа множеств B_i.

Предпринимаемые попытки найти формулу для определения простых чисел или — что то же — для чисел k_i оканчивались неудачей [1; 2]. По-видимому, такой формулы не существует.

Однако из формулы (7) следует, что множества A_1 и A_2 можно определить, зная множества B_1 и B_2 [3]. Докажем теоремы, позволяющие легко найти эти множества для $j_i \le a \in N$.

Теорема 1. Множество B_1 образовано натуральными числами

$$h^{(1)}_{m,n} = m + (6m-1)n,\ \ \tilde{h}^{(1)}_{m,n} = -m + (6m+1)n, \tag{8}$$

где m, n — произвольные натуральные числа.

Доказательство. Пусть $6j_1 - 1$ — составное нечетное число, то есть

$$6j_1 - 1 = (2s+1)(2t+1),\ s, t > 0. \tag{9}$$

Из (9) следует

$$3j_1 = s(t+1) + t(s+1) + 1. \tag{10}$$

Возможны следующие случаи:

$$\begin{gathered} s = 3m,\ t = 3n,\ s = 3m,\ t = 3n\text{-}1,\ s = 3m,\ t = 3n\text{-}2 \\ s = 3m-1,\ t = 3n,\ s = 3m-1,\ t = 3n-1,\ s = 3m-1,\ t = 3n-2 \\ s = 3m-2,\ t = 3n,\ s = 3m-2,\ t = 3n-1,\ s = 3m\text{-}2,\ t = 3n-2. \end{gathered} \tag{11}$$

Подставляя эти значения в (10), убеждаемся, что только при $s = 3m-1$, $t = 3n$ и $s = 3m$, $t = 3n-1$ нет противоречий. В остальных случаях возникает противоречие, поскольку левая часть равенства (10) кратна 3, а правая не может делиться на 3, так как содержит слагаемые ± 1 или ± 2.

Следовательно,

$$\{j_i\} = \left\{h^{(1)}_{m,n}\right\} \cup \left\{\tilde{h}^{(1)}_{m,n}\right\}, \tag{12}$$

где $\left\{h^{(1)}_{m,n}\right\}$ и $\left\{\tilde{h}^{(1)}_{m,n}\right\}$ заданы формулами (8). Ч.т.д.

Теорема 2. Множество B_2 образовано натуральными числами

$$h^{(2)}_{m,n} = m + (6m+1)n,\ \tilde{h}^{(2)}_{m,n} = -m + (6m-1)n, \tag{13}$$

где m, n — произвольно натуральные числа.

Доказательство. Пусть $6j_2 + 1$ — составное нечетное число, то есть

$$6j_2 + 1 = (2s+1)(2t+1),\ s, t > 0. \tag{14}$$

Из (14) следует

$$3j_2 = s(t+1) + t(s+1). \tag{15}$$

Из возможных случаев (11) только при s = 3m, t = 3n и s = 3m – 1, t = 3n – 1 нет противоречий. Подставляя эти значения в (15), находим

$$\{j_2\} = \left\{h_{m,n}^{(2)}\right\} \cup \left\{\tilde{h}_{m,n}^{(2)}\right\}, \tag{16}$$

где $\left\{h_{m,n}^{(2)}\right\}$ и $\left\{\tilde{h}_{m,n}^{(2)}\right\}$ заданы формулами (13). Ч. т. д.

Зададим, например, a = 200. Используя последовательности

$$1 + 5n,\ 2 + 11n,\ 3 + 17n,\ 4 + 23n,\ \ldots, \tag{17}$$

$$-1 + 7n,\ -2 + 13n,\ -3 + 19n,\ -4 + 25n,\ \ldots, \tag{18}$$

с учетом $h_{m,n}^{(1)} \le 200$, $\tilde{h}_{m,n}^{(1)} \le 200$ получим следующую таблицу для чисел j_1:

6,11,13,16,20,21,24,26,27,31,34,35,36,37,41,46,48,50,51,54,55,56,57,
61,62,63,66,68,69,71,73,76,79,81,83,86,88,89,90,91,92,96,97,101,102,
104,105,106,111,112,115,116,118,119,121,122,123,125,126,128,130, (19)
131,132,134,136,139,141,142,145,146,149,150,151,153,154,156,160,
161,165,166,167,168,171,173,174,176,178,179,180,181,186,187,188,
189,190,191,193,195,196,200.

Таблица чисел $k_1 \le 200$ получается выписыванием всех пропущенных натуральных чисел таблицы (19):

1,2,3,4,5,7,8,9,10,12,14,15,17,18,19,22,23,25,28,29,30,32,33,38,39,40,
42,43,44,45,47,49,52,53,58,59,60,64,65,67,70,72,74,75,77,78,80,82,84,
85,87,93,94,95,98,99,100,103,107,108,109,110,113,114,117,120,124, (20)
127,129,133,135,137,138,140,143,144,147,148,152,155,157,158,159,
162,163,164,169,170,172,175,177,182,183,184,185,192,194,197,198,199.

По формулам (4) таблица (20) определяет все простые числа от 5 до 1193 включительно.

Для получения простых чисел подмножества P_2 составляют таблицу из чисел $j_2 \le 200$ множества B_2, используя последовательности чисел $h_{m,n}^{(2)}$ и $\tilde{h}_{m,n}^{(2)}$:

$$1 + 7n,\ 2 + 13n,\ 3 + 19n,\ 4 + 25n,\ \ldots, \tag{21}$$

$$-1 + 5n,\ -2 + 11n,\ -3 + 17n,\ -4 + 23n,\ \ldots\ . \tag{22}$$

Эта таблица имеет вид

4,8,9,14,15,19,20,22,24,28,29,31,34,36,39,41,42,43,44,48,49,50,53,54,57,59,
60,64,65,67,69,71,74,75,78,79,80,82,84,85,86,88,89,92,93,94,97,98,99,104,
106,108,109,111,113,114,116,117,119,120,124,127,129,130132,133,134, (23)
136,139,140,141,144,145,148,149,150,152,154,155,157,158,159,160,162,
163,164,167,169,171,174,176,179,180,183,184,185,189,190,191,193,194,
196,197,198,199.

Таблица чисел k_2 получается выписыванием пропущенных в таблице (23) натуральных чисел. Она имеет вид

$$\begin{aligned}&1,2,3,5,6,7,10,11,12,13,16,17,18,21,23,25,26,27,30,32,33,35,37,38,40,45,\\&46,47,51,52,55,56,58,61,62,63,66,68,70,72,73,76,77,81,83,87,90,91,95,\\&96,100,101,102,103,105,107,110,112,115,118,121,122,123,125,126,\\&128,131,135,137,138,142,143,146,147,151,153,156,161,165,166,168,\\&170,172,173,175,177,178,181,182,186,187,188,192,195,200.\end{aligned} \tag{24}$$

По формулам (4) таблица (24) определяет все простые числа множества P_2 $7 \le p \le 1201$.

Сравнивая таблицы (20) и (24), выбирают совпадающие в них натуральные числа и получают таблицу чисел $k_0 \in A_0 = A_1 \cap A_2$, определяющую пары простых чисел-близнецов $(6k_0 - 1,\ 6k_0 + 1)$.

Эта таблица имеет вид

$$\begin{aligned}&1,2,3,5,7,10,12,17,18,23,25,30,32,33,38,40,45,47,52,58,70,72,\\&77,87,95,100,103,107,110,135,137,138,143,147,170,172,\\&175,177,182,192.\end{aligned} \tag{25}$$

С учетом формулы (4) таблица (25) дает следующую совокупность пар простых чисел-близнецов:

(5,7),(11,13),(17,19),(29,31),(41,43),(59,61),(71,73),(101,103),(107,109), (137,139), (149,151),(179,181),(191,193),(197,199),(227,229),(239,241),(269,271),(281,283), (311,313),(347,349),(419,421),(431,433),(461,463),(521,523),(569,571),(599,601), (617,619),(641,643),(659,661),(809,811),(821,823),(827,829),(857,859),(881,883), (1019,1021),(1031,1033),(1049,1051),(1061,1063),(1091,1093),(1151,1153).

Список литературы

1. *Боро В., Цагир Д., Рольфс Ю. и др.* Живые числа. М., 1985.
2. *Малаховский В. С.* Числа знакомые и незнакомые. Калининград, 2004.
3. *Малаховский В. С.* Удивительные свойства двух первых простых чисел // Диф. геом. многообр. фигур : межвуз. темат. сб. науч. тр. Калининград, 2017. Вып. 48. С. 69—73.

Об авторе

Владислав Степанович Малаховский — д-р физ.-мат. наук, проф. Балтийский федеральный университет им. Канта, Россия.

E-mail: nikolaymal@mail.ru

The autor

Prof. Vladislav S. Malakhovsky, I. Kant Baltic Federal University, Russia.

E-mail: nikolaymal@mail.ru