. . . .

$$d\bar\theta^u_{i_1\dots i_p} = \bar\theta^v_{j_1\dots j_p} \wedge (\bar\theta^u_v \delta^{j_1}_{i_1}\dots\delta^{j_p}_{i_p} - \bar\theta^{j_1}_{i_1}\delta^{j_2}_{i_2}\dots\delta^{j_p}_{i_p}\delta^u_v - \dots - \bar\theta^{j_p}_{i_p}\delta^{j_1}_{i_1}\dots\delta^{j_{p-1}}_{i_{p-1}}\delta^u_v). \qquad (5)$$

Таким образом, формы $\{\theta^i, \theta^u\}$ играют роль базовых форм, а формы $\theta^\alpha = \{\theta^i_j, \theta^u_v, \theta^u_i, \dots, \theta^u_{i_1\dots i_p}\}$ – слоевых форм расслоения $A^p_m(n) \xrightarrow{\pi} R^n$. Расщепление структурных уравнений [1] главного расслоения в нашем случае имеет следующий характер: $d\theta^i = \theta^k \wedge \theta^i_k$, $d\theta^u = \theta^i \wedge \theta^u_i + \theta^v \wedge \theta^u_v$, $d\theta^\alpha = \frac{1}{2} C^\alpha_{\beta\gamma}\theta^\beta \wedge \theta^\gamma + \theta^i \wedge \theta^\beta_i$. Структурные постоянные $C^\alpha_{\beta\gamma}$ соответствуют структурным уравнениям (5) и являются структурными постоянными группы G изотропии элемента $0 \in R^n$. Рассмотрим последовательность фактор-групп $G^1 \leftarrow G^2 \leftarrow \dots \leftarrow G^q \leftarrow \dots \leftarrow G^p = G \subset A^p_m(n)$, где $G^q = \left\{ \left| \begin{array}{c|c|c|c|c} 0 & 0 & b^u_i & \dots & b^u_{i_1\dots i_q} \\ \hline b^i_k & b^u_v & & & \end{array} \right| \right\}$, и соответствующую последовательность G-структур [1] $\bar H^1(R^n, G^1) \leftarrow H^2(R^n, G^2) \leftarrow \dots \leftarrow \bar H^p(R^n, G)$. Редуцированное расслоение реперов $\bar H^q(R^n, G^q) \xrightarrow{\pi^q} R^n$ определяется следующими координатами: $\left| \begin{array}{c|c|c|c|c} b^i & b^u & b^u_i & \dots & b^u_{i_1\dots i_q} \\ \hline b^i_k & b^u_v & & & \end{array} \right| \xrightarrow{\pi^q} |b^i| b^u|$. Структурными формами G-структуры $\bar H^q(R^n, G^q)$ являются формы θ^i, θ^u – базовые, а $\theta^i_k, \theta^u_v, \theta^u_i, \dots, \theta^u_{i_1\dots i_q}$ – слоевые. Структурными уравнениями для форм $\theta^i, \theta^u, \theta^i_k, \theta^u_v, \theta^u_i, \dots, \theta^u_{i_1\dots i_q}$ G-структуры $\bar H(R^n, G^q)$ является соответственно подсистема (4.1) структурных уравнений (4) группы $A^p_m(n)$. Структурными уравнениями группы G^q является подсистема (5.1) системы уравнений (5).

При $q=1$ это будет подгруппа матриц вида $\left\| \begin{array}{c|c} a^i_k & 0 \\ \hline a^u_i & a^u_v \end{array} \right\| \in GL(n,R)$ композиция $a \cdot b = \tilde b$ в группе G^q определяется формулами

$$\tilde b^j_k = a^j_i b^i_k, \quad \tilde b^w_v = a^w_u b^u_v,$$

$$\tilde b^w_i = a^w_u b^u_i + a^w_j b^j_i,$$

. . . .

$$\tilde b^w_{i_1\dots i_q} = \frac{1}{q!}(a^w_u b^u_{i_1\dots i_q} + a^u_{j_1\dots j_q} b^{j_1}_{i_1}\dots b^{j_q}_{i_q}).$$

Отметим, что в нашем случае порядок изотропии однородного пространства R^n относительно группы $A^p_m(n)$ равен p и при этом расслоение $\bar H(R^n, G^p)$ тождественно расслоению группы $A^p_m(n) \to R^n$.

Список литературы

1. Евтушик Л.Е., Лумисте Ю.Г., Остиану Н.М., Широков А.П. Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях. - Проблемы геометрии, т.9, ВИНИТИ, М., 1979, с. 49-53.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР
Вып.15 1984

УДК 514.75

Ю.И. Попов

О ГОЛОНОМНОСТИ $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

В работе приведены дифференциальные уравнения $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределения [6] в репере нулевого порядка $\mathcal{R}^0$. Дана геометрическая интерпретация голономности $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределения, а также M-распределения и H-распределения, ассоциированных с $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределением.

При внешнем дифференцировании применяется оператор ∇, введенный в работе [4]. При фиксации центра распределения формы $\omega^{\bar{\mathcal{J}}}_{\bar{\mathcal{K}}}$ обозначаются $\pi^{\bar{\mathcal{J}}}_{\bar{\mathcal{K}}}$. Схема использования индексов такова: $\bar{\mathcal{I}}, \bar{\mathcal{J}}, \bar{\mathcal{K}}, \dots = \overline{0;n}$; $\mathcal{I}, \mathcal{J}, \mathcal{K}, \dots = \overline{1;n}$, $p, q, s, \dots = \overline{1;\tau}$; $i, j, k, \dots = \overline{\tau+1;m}$; $\alpha, \beta, \gamma = \overline{m+1;n-1}$; $u, v, w = \overline{\tau+1;n-1}$; $a, b, c, \dots = \overline{1;m}$; $\sigma, \tau, \rho = \overline{1;n-1}$; $\hat\alpha, \hat\beta, \hat\gamma = \overline{m+1;n}$; $\hat u, \hat v, \hat w = \overline{\tau+1;n}$.

1\. Рассмотрим n-мерное проективное пространство P_n, отнесенное к подвижному реперу $\mathcal{R} = \{A_{\bar{\mathcal{J}}}\}$, дифференциальные уравнения которого имеют вид

$$dA_{\bar{\mathcal{J}}} = \omega^{\bar{\mathcal{K}}}_{\bar{\mathcal{J}}} A_{\bar{\mathcal{K}}}, \qquad (1)$$

$$\mathcal{D}\omega^{\bar{\mathcal{K}}}_{\bar{\mathcal{J}}} = \omega^{\bar{\mathcal{L}}}_{\bar{\mathcal{J}}} \wedge \omega^{\bar{\mathcal{K}}}_{\bar{\mathcal{L}}}; \quad \sum_{\bar{\mathcal{J}}} \omega^{\bar{\mathcal{J}}}_{\bar{\mathcal{J}}} = 0. \qquad (2)$$

Совместим вершину A_0 репера $\mathcal{R}$ с текущей точкой X пространства P_n, мы приведем структурные формы точки X к каноническому виду $\omega^{\mathcal{J}}_0$. Такой репер нулевого порядка обозначим $\mathcal{R}^0$.

О п р е д е л е н и е. Тройку распределений

$$\Delta\Lambda^{\hat u}_p \stackrel{def}{=} \nabla\Lambda^{\hat u}_p - \Lambda^{\hat u}_q \Lambda^{\hat v}_p \omega^q_{\hat v} + \omega^{\hat u}_p = \Lambda^{\hat u}_{p\mathcal{K}}\omega^{\mathcal{K}}_0, \qquad (3)$$

$$\Delta M^{\hat\alpha}_a \stackrel{def}{=} \nabla M^{\hat\alpha}_a - M^{\hat\alpha}_b M^{\hat\beta}_a \omega^b_{\hat\beta} + \omega^{\hat\alpha}_a = M^{\hat\alpha}_{a\mathcal{K}}\omega^{\mathcal{K}}_0, \qquad (4)$$

$$\Delta H^{n}_{\sigma} \overset{def}{=} \nabla H^{n}_{\sigma} - H^{n}_{\tau} H^{n}_{\sigma} \omega^{\tau}_{n} + \omega^{n}_{\sigma} = H^{n}_{\sigma x} \omega^{x}_{0} \qquad (5)$$

соответственно τ-мерных плоскостей Λ (Λ-распределение), m-мерных плоскостей M (M-распределение), гиперплоскостей H (H-распределение) проективного пространства P_n с отношением инцидентности

$$X \equiv A_0 \in \Lambda \subset M \subset H, \quad (\tau < m < n-1) \qquad (6)$$

из соответствующих элементов в каждом центре A_0 назовем трехсоставным распределением $\mathcal{H}^{\tau}_{m,n-1}$ [5], [6] или $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределением проективного пространства P_n, в котором Λ-распределение назовем базисным, а M-распределение и H-распределение - оснащающими распределениями.

Отметим, что плоскости $\Lambda(A_0)$, $M(A_0)$, $H(A_0)$ натянуты соответственно на точки

$$A_0, L_p = A_p + \Lambda^{\hat{u}}_{p} A_{\hat{u}}; \; A_0, M_a = A_a + M^{\hat{\alpha}}_{a} A_{\hat{\alpha}}; \; A_0, T_\sigma = A_\sigma + H^{n}_{\sigma} A_n . \qquad (7)$$

Относительно репера $\mathcal{R}^0$ дифференциальные уравнения $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределения пространства P_n имеют вид

$$\begin{aligned} &\nabla \Lambda^{\hat{u}}_{p} - \Lambda^{\hat{u}}_{q} \Lambda^{\hat{v}}_{p} \omega^{q}_{\hat{v}} + \omega^{\hat{u}}_{p} = \Lambda^{\hat{u}}_{pk} \omega^{k}_{0}, \\ &\nabla M^{\hat{\alpha}}_{i} - M^{\hat{\alpha}}_{j} M^{\hat{\beta}}_{i} \omega^{j}_{\hat{\beta}} - M^{\hat{\alpha}}_{p} (\omega^{p}_{i} + M^{\hat{\beta}}_{i} \omega^{p}_{\hat{\beta}}) + \omega^{\hat{\alpha}}_{i} = M^{\hat{\alpha}}_{ik} \omega^{k}_{0}, \qquad (8) \\ &\nabla H^{n}_{\alpha} - H^{n}_{\beta} H^{n}_{\alpha} \omega^{\beta}_{n} - H^{n}_{\beta} (\omega^{\beta}_{\alpha} + H^{n}_{\alpha} \omega^{\beta}_{n}) + \omega^{n}_{\alpha} = H^{n}_{\alpha k} \omega^{k}_{0}, \end{aligned}$$

где

$$\left. \begin{aligned} &H^{n}_{p} = M^{n}_{p} - M^{\alpha}_{p} H^{n}_{\alpha} = \Lambda^{n}_{p} - \Lambda^{u}_{p} H^{n}_{u}, \\ &H^{n}_{i} = M^{n}_{i} - M^{\alpha}_{i} H^{n}_{\alpha}; \quad M^{\hat{\alpha}}_{p} = \Lambda^{\hat{\alpha}}_{p} - \Lambda^{i}_{p} M^{\hat{\alpha}}_{i} . \end{aligned} \right\} \qquad (9)$$

Соотношения (9) характеризуют условия (6) инцидентности образующих элементов распределений (3)-(5). Геометрический объект $\Gamma_1 = \{\Lambda^{\hat{u}}_{p}, M^{\hat{\alpha}}_{i}, H^{n}_{\alpha}, \Lambda^{\hat{u}}_{pk}, M^{\hat{\alpha}}_{ik}, H^{n}_{\alpha k}\}$ является фундаментальным объектом 1-го порядка $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределения.

Подобъекты $\{\Lambda^{\hat{u}}_{p}, M^{\hat{\alpha}}_{i}, \Lambda^{\hat{u}}_{pk}, M^{\hat{\alpha}}_{ik}\}$, $\{\Lambda^{\hat{u}}_{p}, \Lambda^{\hat{u}}_{pk}\}$ объекта Γ_1 являются соответственно фундаментальными объектами 1-го порядка $M(\Lambda)$-распределения (или двухсоставного распределения $\mathcal{H}^{\tau}_{m}$ [11] и Λ-распределения относительно репера $\mathcal{R}^0$.

2. Определение. $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределение назовем голономным [6], если его базисное распределение (Λ-распределение) голономно, т.е. распределение плоскостей Λ голономно [4].

Система дифференциальных уравнений

$$\omega^{\hat{u}}_{0} = \Lambda^{\hat{u}}_{p} \omega^{p}_{0}, \qquad (10)$$

ассоциированная [3] с базисным Λ-распределением, вполне интегрируема тогда и только тогда, когда обращается в нуль тензор 2-го порядка

$$\tau^{\hat{u}}_{pq} \overset{def}{=} \frac{1}{2}(B^{\hat{u}}_{pq} - B^{\hat{u}}_{qp}), \quad \overset{(\theta)}{\nabla} \tau^{\hat{u}}_{pq} = \tau^{\hat{u}}_{pqk} \omega^{k}_{0}, \qquad (11)$$

присоединенный к прямому произведению групп с инвариантными формами $\bar{\theta}^{\hat{u}}_{\hat{v}} = \pi^{\hat{u}}_{\hat{v}} - \Lambda^{\hat{u}}_{p} \pi^{p}_{\hat{v}}$; $\bar{\theta}^{p}_{q} = \pi^{p}_{q} + \Lambda^{\hat{u}}_{p} \pi^{q}_{\hat{u}}$, $\bar{\theta}^{0}_{0} = \pi^{0}_{0}$, где величины

$$B^{\hat{u}}_{pq} \overset{def}{=} \Lambda^{\hat{u}}_{pq} + \Lambda^{\hat{u}}_{p\hat{v}} \Lambda^{\hat{v}}_{q} \qquad (12)$$

в совокупности образуют главный фундаментальный тензор 1-го порядка Λ-распределения ($\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределения). Тензор $\tau^{\hat{u}}_{pq}$ назовем тензором неголономности $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределения [6]. При $\tau^{\hat{u}}_{pq} = 0$ базисное распределение $\mathcal{H}_{\tau}$ определяет $(n-\tau)$-параметрическое семейство τ-мерных поверхностей V_τ (плоскости Λ огибаются τ-мерными поверхностями $(n-\tau)$-параметрического семейства). При смещении центра A_0 вдоль фиксированной поверхности V_τ уравнения (8)-(10), которые относительно репера $\mathcal{R}^0$ запишем в виде

$$\omega^{\hat{u}}_{0} = \Lambda^{\hat{u}}_{q} \omega^{q}_{0}, \quad \Delta \Lambda^{\hat{u}}_{p} = B^{\hat{u}}_{pq} \omega^{q}_{0}; \qquad (13)$$

$$\Delta M^{\hat{\alpha}}_{i} = (M^{\hat{\alpha}}_{iq} + M^{\hat{\alpha}}_{i\hat{v}} \Lambda^{\hat{v}}_{q}) \omega^{q}_{0}; \qquad (14)$$

$$\Delta H^{n}_{\alpha} = (H^{n}_{\alpha q} + H^{n}_{\alpha \hat{v}} \Lambda^{\hat{v}}_{q}) \omega^{q}_{0}, \qquad (15)$$

являются дифференциальными уравнениями τ-мерной полосы $V_{\tau(m)}$ порядка m [7], [8] оснащенной полем гиперплоскостей H.

Фундаментальным оснащающим объектом [2] полосы $V_{\tau(m)}$ служит геометрический объект $\{H^{n}_{\sigma}\}$ (объект H). Следуя

Г.Ф.Лаптеву [2],полосу $V_{r(m)}$,на которой задано поле фундаментального оснащающего объекта H ,назовем оснащенной полосой $V_{r(m)}$ и будем обозначать символом $V_{r(m)}(H)$. Отметим,что относительно репера $\mathcal{R}(L,M,H)$ [6],адаптированного полям плоскостей Λ, M, H, дифференциальные уравнения многообразия $V_{r(m)}(H)$ имеют более простой вид:

$$\omega_0^{\hat{u}} = 0, \quad \omega_p^{\hat{u}} = \Lambda_{pq}^{\hat{u}} \omega_0^q, \quad \Lambda_{pq}^{\hat{u}} = \Lambda_{qp}^{\hat{u}}; \tag{16}$$

$$\omega_i^{\hat{\alpha}} = M_{iq}^{\hat{\alpha}} \omega_0^q, \tag{17}$$

$$\omega_\alpha^n = H_{\alpha q}^n \omega_0^q, \tag{18}$$

где уравнения (16),(17) в точности совпадают с уравнениями полосы $V_{r(m)}$,приведенными в работе [8],а уравнения (18) характеризуют оснащенность полосы $V_{r(m)}$ полем гиперплоскостей H .

Таким образом,обращение в нуль тензора $\tau_{pq}^{\hat{u}}$ есть условие,при котором пространство P_n расслаивается на $(n-r)$-параметрическое семейство оснащенных полос $V_{r(m)}(H)$ так,что плоскость $\Lambda(A_0)$ в своем центре A_0 является касательной плоскостью поверхности V_r (V_r-базисная поверхность оснащенной полосы $V_{r(m)}(H)$);плоскость $M(A_0)$является касательной m-плоскостью базисной поверхности в центре A_0,а гиперплоскость $H(A_0)$ есть оснащающая плоскость полосы $V_{r(m)}(H)$. При этом мы полагаем,что условия (6),(7) инцидентности плоскостей $\Lambda(A_0), M(A_0), H(A_0)$ выполняются.

С другой стороны,уравнения (16),(18) задают в репере $\mathcal{R}(\Lambda,M,H)$ (аналогично уравнения (13),(15) задают в репере $\mathcal{R}^0$) гиперполосу H_r[9-10],а уравнения (17) (аналогично уравнения (14) в репере $\mathcal{R}^0$) характеризуют оснащенность гиперполосы H_r полем плоскостей M. Это поле плоскостей M определяется заданием поля геометрического объекта $\{M_a^{\hat{\alpha}}\}$-поля <u>фундаментального оснащающего объекта гиперполосы</u> H_r .Гиперполосу H_r ,оснащенную полем плоскостей M ,обозначим $H_r(M)$. Итак,обращение в нуль тензора $\tau_{pq}^{\hat{u}}$,т.е.голономность распределения $\mathcal{H}(M(\Lambda))$, можно геометрически интерпретировать следующим образом:

пространство P_n расслаивается на $(n-r)$-параметрическое семейство гиперполос H_r ,оснащенных полем плоскостей M ,т.е. на $(n-r)$-параметрическое семейство гиперполос $H_r(M)$.

3.Введем в рассмотрение тензор 1-го порядка

$$V_{ab}^{\hat{\alpha}} - M_{ab}^{\hat{\alpha}} + M_{a\hat{\beta}}^{\hat{\alpha}} M_b^{\hat{\beta}}; \quad \overset{(\theta)}{\nabla} V_{ab}^{\hat{\alpha}} = V_{abk}^{\hat{\alpha}} \omega_0^k, \tag{19}$$

присоединенный к прямому произведению групп с инвариантными формами $\bar{\theta}_{\hat{\beta}}^{\hat{\alpha}} = \pi_{\hat{\beta}}^{\hat{\alpha}} - M_i^{\hat{\alpha}} \pi_{\hat{\beta}}^i$; $\bar{\theta}_b^a = \pi_b^a + M_a^{\hat{\alpha}} \pi_{\hat{\alpha}}^l$, $\bar{\theta}_0^0 = \pi_0^0$.
Система дифференциальных уравнений

$$\omega_0^{\hat{\alpha}} = M_a^{\hat{\alpha}} \omega_0^a, \tag{20}$$

ассоциированная [3] с M-распределением, вполне интегрируема тогда и только тогда, когда

$$V_{[ab]}^{\hat{\alpha}} = 0, \tag{21}$$

т.е.когда тензор $V_{ab}^{\hat{\alpha}}$ симметрический.

О п р е д е л е н и е. Тензор 1-го порядка

$$\tau_{ab}^{\hat{\alpha}} \overset{def}{=} \frac{1}{2}(V_{ab}^{\hat{\alpha}} - V_{ba}^{\hat{\alpha}}), \quad \overset{(\theta)}{\nabla} \tau_{ab}^{\hat{\alpha}} = \tau_{abk}^{\hat{\alpha}} \omega_0^k \tag{22}$$

назовем тензором неголономности оснащающего M-распределения.

Система (20) будет вполне интегрируемой,если тензор неголономности $\tau_{ab}^{\hat{\alpha}}$ равен нулю.При $\tau_{ab}^{\hat{\alpha}} = 0$ система (20) определяет $(n-m)$-параметрическое семейство m-мерных поверхностей V_m — m-мерных интегральных многообразий таких,что через каждую точку рассматриваемой области проходит одно и только одно такое многообразие (плоскости M огибаются m-мерными поверхностями V_m ($(n-m)$-параметрического семейства).При смещении центра A_0 вдоль фиксированной поверхности V_m уравнения (20),(8), (9) задают касательно r-оснащенную поверхность $V_{m(r)}$ [1],оснащенную полем касательных гиперплоскостей H . Действительно,из системы уравнений (20),(8),(9) можно выделить подсистему

$$\omega_0^{\hat{\alpha}} = M_b^{\hat{\alpha}} \omega_0^b, \quad \Delta M_a^{\hat{\alpha}} = M_{ab}^{\hat{\alpha}} \omega_0^b, \quad \Delta \Lambda_p^i = \Lambda_{pb}^i \omega_0^b, \quad M_{[ab]}^{\alpha} = 0, \tag{23}$$

которая определяет касательно τ-оснащенную поверхность $V_{m,\tau} \subset P_n$ [1]. В этом случае фундаментальным оснащающим объектом [2] касательно τ-оснащенной поверхности $V_{m,\tau}$ является геометрический объект $\{H_\sigma^n\}$ (объект H). Такие касательно τ-оснащенные поверхности $V_{m,\tau}$, оснащенные полем касательных гиперплоскостей H (полем объекта H), мы будем обозначать $V_{m,\tau}(H)$. Таким образом, если тензор $\tau_{ab}^{\hat{a}}$ неголономности оснащающего M-распределения равен нулю, то пространство P_n расслаивается на $(n-m)$-параметрическое семейство многообразий вида $V_{m,\tau}(H)$.

С другой стороны, $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределение, для которого $\tau_{ab}^{\hat{a}}=0$, можно трактовать как гиперполосу H_m, оснащенную полем касательных плоскостей Λ. Этот класс гиперполос введем следующим определением.

О п р е д е л е н и е. Гиперполосу H_m назовем касательно τ-оснащенной $(\tau<m)$, если ее базисная поверхность является касательно τ-оснащенной поверхностью $V_{m,\tau}$. Касательно τ-оснащенную гиперполосу H_m, оснащенную полем касательных плоскостей Λ, будем обозначать $H_{m,\tau}(\Lambda)$.

В силу этого определения и приведенных нами исследования приходим к такому предложению:

При $\tau_{ab}^{\hat{a}}=0$, т.е. когда оснащающее M-распределение голономно, пространство P_n расслаивается на $(n-m)$-параметрическое семейство касательно τ-оснащенных гиперполос $H_{m,\tau}(\Lambda)$.

4. Система дифференциальных уравнений

$$\omega_0^n = H_\sigma^n \omega_0^\sigma, \tag{24}$$

ассоциированная с оснащающим распределением гиперплоскостей H (H-распределением), вполне интегрируема тогда и только тогда, когда обращается в нуль тензор 1-го порядка

$$\tau_{\sigma\rho}^n \overset{def}{=} \frac{1}{2}(W_{\sigma\rho}^n + W_{\rho\sigma}^n), \quad \overset{(\vartheta)}{\nabla} \tau_{\sigma\rho}^n = \tau_{\sigma\rho K}^n \omega_0^K, \tag{25}$$

где величины

$$W_{\sigma\rho}^n = H_{\sigma\rho}^n + H_{\sigma n}^n H_\rho^n \tag{26}$$

в совокупности образуют фундаментальный тензор 1-го порядка оснащающего H-распределения.

Тензор $\tau_{\sigma\rho}^n$, присоединенный к прямому произведению групп с инвариантными формами $\bar{\vartheta}_\rho^\tau = \pi_\rho^\tau + H_\rho^n \pi_n^\tau$; $\bar{\vartheta}_0^0 = \pi_0^0$; $\bar{\vartheta}_n^n = \pi_n^n - H_\tau^n \pi_n^\tau$ назовем тензором неголономности оснащающего H-распределения. При условии $\tau_{\sigma\rho}^n = 0$ система (24) определяет однопараметрическое семейство гиперповерхностей V_{n-1} (плоскости H огибаются гиперповерхностями V_{n-1} однопараметрического семейства). При смещении центра A_0 вдоль фиксированной поверхности V_{n-1} уравнения (24), (8), (9) в репере $\mathcal{R}^0$ представляют собой уравнения гиперповерхности, оснащенной полями геометрических объектов $\{\Lambda_\rho^{\hat{a}}\}$ и $\{M_a^{\hat{a}}\}$ (полями плоскостей Λ и M, где $\Lambda \subset M$).

Следовательно, обращение в нуль тензора $\tau_{\sigma\rho}^n$ есть условие, при котором пространство P_n расслаивается на однопараметрическое семейство касательно оснащенных гиперповерхностей $V_{n-1}(\Lambda, M)$, оснащенных полями геометрических объектов $\{\Lambda_\rho^{\hat{a}}\}$, $\{M_a^{\hat{a}}\}$.

Список литературы

1. Домбровский Р.Ф. К геометрии касательно оснащенных поверхностей в P_n. – Тр. Геометрич. семинара, ВИНИТИ АН СССР, 1974, т.6, с.171–188.

2. Лаптев Г.Ф. Дифференциальная геометрия погруженных многообразий. – Тр. Моск. матем. о-ва, 1953, т.2, с.275–382.

3. Лаптев Г.Ф. Распределения касательных элементов. – Тр. Геометрич. семинара, ВИНИТИ АН СССР, 1971, т.3, с.29–48.

4. Лаптев Г.Ф., Остиану Н.М. Распределения m-мерных линейных элементов в пространстве проективной связности. – Тр. Геометрич. семинара, ВИНИТИ, 1971, т.3, с.49–94.

5. Попов Ю.И. О проективно-дифференциальной геометрии двухсоставного гиперполосного распределения $\mathcal{H}_{m,n-1}^\tau$. Тезисы докл. 7-й Всес. конф. по соврем. проблемам геомет., Минск, 1979, с.160.

6.Попов Ю.И. Трехсоставные регулярные распределения $\mathcal{H}^{r}_{m,n-1}$ проективного пространства-Калининград, 1982,126с.,Библиограф.20 названий.(Рукопись деп. в ВИНИТИ 16 декабря 1982г.,№ 6,192-82 Деп.).

7.Похила М.М. Обобщенные многомерные полосы.-Тезисы докл. 6-й Всес.конф.по соврем.проблемам геометрии. Вильнюс,1975,с.198-199.

8.Похила М.М.Геометрические образы,ассоциированные с многомерной полосой проективного пространства.-Тезисы докл.5 Прибалтийской геометрич.конф.Друскининкай, 1978,с.70.

9.Столяров А.В. О фундаментальных объектах регулярной гиперполосы.-Изв.вузов.Математика,1975,№ 10,с.97-99.

10.Столяров А.В. Проективно-дифференциальная геометрия регулярного гиперполосного распределения m-мерных линейных элементов.-Проблемы геометрии,т.7 (Итоги науки и техники ВИНИТИ АН СССР),1975,с.117-151.

11.Шейдорова Н.М. К геометрии двухсоставных распределений $\mathcal{H}^{r}_{m} \subset P_n$ - В кн.:Дифференциальная геометрия многообразий фигур.Калининград,1983,Вып.14,с.111-115.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР
Вып.15 1984

УДК 514.75

Али Рафес

КВАТЕРНИОННОЕ ОБОБЩЕНИЕ ПЛОСКОСТИ И ПРОСТРАНСТВА ЛОБАЧЕВСКОГО

По способу,предложенному в работах [1],[2] ,и используя определитель Дьёдонне [3] матриц $A \in \mathcal{M}(2,K)$, где K -тело кватернионов,мы можем обобщить понятия плоскости и пространства Лобачевского.В основе этого обобщения лежит построение φ-пространства X_φ, порожденного автоморфизмом

$$\varphi(a) = (\overline{a^{-1}})^T, \quad a \in SL(2,K).$$

Вычисление определителя Дьёдонне дает:

$$\det_g A = \begin{cases} \overset{\circ}{\overline{\alpha\delta - \alpha\gamma\alpha^{-1}\beta}}, & \alpha \in K \setminus \mathbb{R} \text{ или } (\delta, \gamma \text{ или } \beta = 0); \\ \overset{\circ}{\overline{\alpha\delta - \gamma\beta}}, & \alpha \in \mathbb{R}^* \text{ или } (\delta, \gamma \text{ или } \beta = 0); \\ \overset{\circ}{\overline{-\gamma\beta}}, & \alpha \doteq 0, \end{cases} \qquad (1)$$

где $A \in \mathcal{M}(2,K)$; $\overset{\circ}{\sigma} = \sigma N$, N -коммутант группы K^*.
Построим пространство $X_\varphi = \{x = a\varphi(a^{-1}) \mid a \in SL(2,K)\}$, которое изоморфно однородному φ-пространству $SL(2,K)/(SL(2,K))^\varphi$,на котором действие группы Ли $G = SL(2,K)$ дается формулой:

$$\alpha_\varphi(a,x) = ax\varphi(a^{-1}) = ax\bar{a}^T.$$

Найдем $(SL(2,K))^\varphi = \{h \in SL(2,K) / \varphi(h) = h\} = SO(2,K)$.
Таким образом, $X_\varphi = SL(2,K)/SO(2,K)$.

Т е о р е м а.Если $x \in X_\varphi$,то тогда существуют вещественные числа $x_0, \ldots, x_5 \in \mathbb{R}$ такие,что

$$x = \begin{pmatrix} x_0 - x_1 & x_2 + ix_3 + jx_4 + kx_5 \\ x_2 - ix_3 - jx_4 - kx_5 & x_0 + x_1 \end{pmatrix},$$