

УДК 519.6: 631.616

**Н. М. Кащенко, В. С. Малаховский,
В. И. Семёнов, В. А. Гриценко**

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФИЛЬТРАЦИИ ВЛАГИ В ТЯЖЕЛЫХ ГРУНТАХ

50

Предложена математическая модель фильтрации влаги в тяжелых грунтах. Учен пленочный перенос влаги по поверхности.

A mathematical model of filtration of moisture in heavy soils. The transfer of a film of moisture on the surface took into account.

Ключевые слова: гидрология, математическая модель, влагоперенос.

Key words: hydrology, mathematical model, moisture transfer.

Применение при расчетах процессов влагопереноса в польдерных системах физически обоснованных методов позволяет проводить детальные расчеты для различных почв, в том числе и тяжелых. Для расчета динамики притока грунтовых вод чаще всего используют уравнения Буссинеска для описания движения влаги в насыщенной зоне и Ричардса — Букингема в ненасыщенной, имеющие диффузионное приближение. Последнее имеет ограничение, в частности экспериментально установленное движение влаги против градиента влажности [1].

Учет влагопереноса по пленкам влечет физическую модель порового пространства почвы. С. Нерпин и Е. Хлопотенков выдвинули гипотезу о *неразрывности* во всем почвенном массиве *пор одного диаметра* [2]. Эта гипотеза и экспериментальные данные дифференциального распределения водопроводящих пор по диаметрам [3] приводят к гипотезе существования *минимального объема почвы*, водопроводящие характеристики которого будут идентичны характеристикам любого другого объема данной почвы независимо от его расположения и ориентации. Последняя гипотеза справедлива только при условии, что формализация гипотезы существования неразрывности допускает прохождение пор одного диаметра через поры другого.

Без учета влагообмена с капиллярной водой систему уравнений переноса влаги по пленкам запишем в виде уравнений Навье-Стокса:

$$\dot{h} + \nabla(h\vec{V}) = 0, \quad \dot{\vec{V}} + (\vec{V}\nabla, \vec{V}) + a\nabla h = 0, \quad (1)$$

где h — толщина пленки, м; \vec{V} — осредненная скорость движения по пленке, м/с; $a = V_{\max}^2(h)/h$, м/с²; $V_{\max}(h)$ — скорость движения волны.

Вот одна из эмпирических формул для этой скорости, полученная при обработке данных таблицы 1 [4] (h выражено в слоях молекул воды)

$$V_{\max}(h) = 0,62 + 45,0 \exp(-2,4/(h-0,8)). \quad (2)$$



Данные экспериментов переноса влаги по пленкам [4]

Толщина (слоев)	Измеренное время релаксации, с	Толщина (ангстрем)	V_{\max} (м/с)	$a = (V_{\max})^2/h$	Аппроксимация, a
1	$5,0 \cdot 10^{-10}$	3,1	0,62	0,124	0,62
2	$5,0 \cdot 10^{-11}$	6,2	6,20	6,20	6,71
4	$2,2 \cdot 10^{-11}$	12,4	14,09	16,01	21,88
≥ 10	$7,7 \cdot 10^{-12}$	31,0	40,26	52,29	35,29

Теперь влагоперенос в капиллярной интерпретации опишем так:

$$\begin{cases} (\mu_0 - \sum_{i=1}^n \mu_i) \frac{\partial H}{\partial t} = \nabla \left(\int_{H_d}^H K_\phi(z) dz \cdot \nabla H \right) + \xi - \sum_{i=1}^n \mu_i f_i - \int_{H_d}^0 \frac{h_0 - h}{\tau_p} S dz, \\ \frac{\partial H_i}{\partial t} = f_i, i = \overline{1, n}, \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \nabla(h\vec{V}) = \frac{h_0 - h}{\tau_p}, \quad \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}\nabla, \vec{V}) + a\nabla h = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где S – удельная площадь порового пространства, m^2/m^3 ; H – уровень грунтовых вод, м; μ_0 – коэффициент водоотдачи; d_i – диаметры капилляров, м; μ_i – относительный объем капилляров диаметром d_i ; $K_\phi(z)$ – скорость фильтрации в зависимости от уровня z , м/с; ξ – суммарный приток и отток, м/с; H_i – уровень воды в капиллярах диаметром d_i , м; $f_i = V_{ki}(H_{ki} + H - H_i)/(H_i - H)$; V_{ki} – скорость капиллярного подъема в капиллярах диаметром d_i , м/с, H_{ki} – высота капиллярного подъема в капиллярах диаметром d_i , м; $(h_0 - h)/\tau_p$ – влагообмен между пленочной и капиллярной влагой; h_0 – толщина равновесной пленки, м; τ_p – скорость (характерное время) влагообмена, с.

Расчеты водоотдачи и переноса влаги в почве для низких значений влажности для почв с диаметром пор 1,3 мк в максимуме спектра с использованием (3) проведены с учетом экспериментальных данных [1; 5; 6] и показаны на рисунках 1 и 2. На рисунке 1 приведены экспериментальные данные [5] и результаты расчетов динамической водоотдачи μ в зависимости от расстояния до поверхности H для разных скоростей снижения напора на колонке. На рисунке 2 – результаты моделирования процессов изменения влажности для условий низкой водопроницаемости грунтов с коэффициентами фильтрации $K_\phi = 0,2$ м/сут [1; 6].

Хорошее количественное и качественное совпадение рассчитанных значений профилей влажности (рис. 1) с экспериментальными данными [5] и качественное им соответствие [1; 6] (рис. 2) позволяет применить (4) при расчете параметров дренажа польдерных систем. Полученные в численных экспериментах результаты показывают, что граница нелинейности фильтрации, связанная с процессами влагопереноса по поверхностным пленкам, определяется коэффициентами фильтрации $K_\phi \leq 0,3$ м/сут.

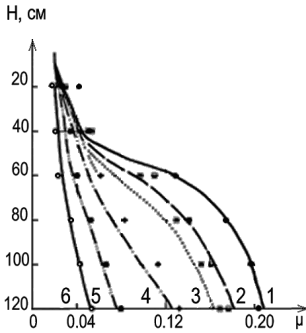


Рис. 1. Скорости в см/ч:
1 – пренебрежимо малая; 2 – 1,5; 3 – 3,4; 4 – 15,0; 5 – 60,0; 6 – 90,0 [5]

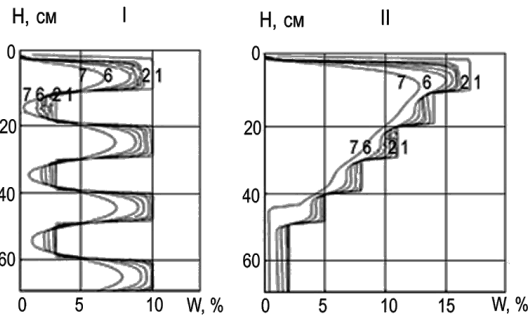


Рис. 2. Профили влажности почвы W

в зависимости от расстояния до поверхности H для условий экспериментов: I – [6]; II – [1]

Список литературы

1. Hallaire M. Le potentiel efficace de l'eau dans le sol en regime de dessechement // L'eau et production vegetale. Paris: I.N.R.A., 1964. P. 27–62.
2. Нерпин С., Хлопотенков Е. Обобщение закона Дарси для случаев нелинейной фильтрации в ненасыщенных и насыщенных грунтах // Доклады ВАСХНИЛ. М., 1970. №11. С. 3–17.
3. Лундин К. П., Свердлова Л. Б. Исследование структурных пор торфа с помощью радиоактивных изотопов // Мелиорация и использование осушенных земель. Минск, 1966. С. 48–67.
4. Бобров П. П., Беляева Т. А., Галеев О. В. и др. Дизельно-влажностные характеристики почвенных образцов с различным содержанием гумуса в сантиметровом и дециметровом диапазонах // Естественные науки и экология. Ежегодник ОмГПУ. 2001. С. 3–7.
5. Калужный И. Л., Павлова К. К. Экспериментальные исследования процесса водоотдачи почвы при различных скоростях изменения уровня грунтовых вод // Вопросы гидрофизики почв : труды ГГИ. Вып. 268 Л., 1980. С. 39–50.
6. Дмитриев С. И., Нечаев В. К. К вопросу о применимости уравнения диффузии для изучения явления влагопроводности в почво-грунтах // Труды ЛПМИ. 1962. Вып. 13.

Об авторах

Николай Михайлович Кащенко – канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта.

E-mail: kaschtschenko@mail.ru

Владислав Степанович Малаховский – д-р физ.-мат. наук, профессор, Балтийский федеральный университет им. И. Канта.

E-mail: nikolaymal@mail.ru

Владимир Иосифович Семёнов – д-р физ.-мат. наук, профессор, Балтийский федеральный университет им. И. Канта.

E-mail: visemenov@rambler.ru

Владимир Алексеевич Гриценко – д-р физ.-мат. наук, профессор, Балтийский федеральный университет им. И. Канта.

E-mail: matsievsky@newmail.ru

Authors

Dr Nikolay Kashchenko – assistant professor, I. Kant Baltic Federal University.

E-mail: kaschtschenko@mail.ru

Математическое моделирование процессов фильтрации влаги в тяжелых грунтах



Professor Vladislav Malakhovsky – I. Kant Baltic Federal University.

E-mail: nikolaymal@mail.ru

Professor Vladimir Semenov – I. Kant Baltic Federal University.

E-mail: visemenov@rambler.ru

Professor Vladimir Gritsenko – I. Kant Baltic Federal University.

E-mail: matsievsky@newmail.ru