

Е. В. Журавлева

ТОМАС БРАДВАРДИН О ТИПАХ ЛОГИЧЕСКИХ ПАРАДОКСОВ

Представлен средневековый подход к разрешению логических парадоксов Т. Брадвардина. Произведена реконструкция классификации логических парадоксов Брадвардина. Сопоставляются некоторые выделяемые Брадвардином типы с современными идеями об эпистемических парадоксах.

This paper considers the medieval approach to resolving insolubles developed by T. Bradwardine. The article aims to reconstruct T. Bradwardine's classification of insolubles and compare certain types identified by Bradwardine with the modern ideas of epistemic paradoxes.

Ключевые слова: логический парадокс, средневековая логика, Т. Брадвардин.

Key words: logical paradoxes, medieval logic, T. Bradwardine.

Опасность возникновения логических парадоксов обусловлена в первую очередь тем, что они представляют собой результат выведения из заведомо истинных посылок противоречия строго логическими средствами. Методологическим следствием их появления служит невозможность различения истинного и ложного в рамках системы знания, в которой они были обнаружены. Логические парадоксы таковы,



что не имеют единственного решения; их обнаружение указывает на трудности данной формальной теории, поэтому поиск причин и эффективных способов элиминации логических парадоксов оказывается важной метатеоретической задачей современной логики.

В 1321 – 1324 гг. английский математик Томас Брадвардин¹ написал сочинение «О (логических) парадоксах» (*Insolubilia*), обосновав в нем особый взгляд на разрешение парадоксов.

Задача данной статьи состоит в том, чтобы реконструировать классификацию логических парадоксов Брадвардина и показать сходство их некоторых типов с известным сегодня парадоксом Фредерика Фитча.

Ключ к подходу Брадвардина состоит в принятии им в рамках классического понимания истинности подхода так называемого семантического плюрализма, согласно которому высказывания способны к семантической и смысловой многозначности. Известно, например, что парадокс Лжеца связан с экспликацией понятия истинности в языке. Так, схема А. Тарского (Т-схема) является экспликацией аристотелевского подхода к определению понятия истинности [8, с. 275]:

«р истинно, если и только если р».

(Tr)

Очевидно также, что Т-схема «релятивизирована к одному единственному миру – w. Однако истинность высказываний может зависеть от других точек соотнесения, которые должны учитываться при установлении верифицирующего положения дел – р» [8, с. 275]. Брадвардин (в противоположность Тарскому) утверждает, что высказывание может быть соотнесено с несколькими положениями дел. Верификация его осуществляется на основе суппозиционного алгоритма², состоящего из следующих шагов:

1) если один из крайних терминов в высказывании S имеет множественные суппозиции, то из него может быть выведена непустая совокупность производных высказываний $\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$;

2) совокупность производных $\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ образована из исходного таким образом, что они находятся в отношении подчиненности (*inherentiam pro*);

3) внутренняя структура производных $\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ такова, что на месте крайнего термина последних стоит один из (суппозиционно) подчиненных исходному S³;

¹ Биографические сведения о личности Томаса Брадвардина подробнее см.: [6, с. 47].

² Суппозиционный алгоритм Брадвардина состоит в использовании теории суппозиций в пропозициональном ключе (диктизм). В средневековой логике под суппозицией термина обычно понималась область его референциальных значений. Однако Брадвардин использует суппозицию как алгоритм взятия следствий высказывания и определяет логическое значение последнего *не* на основании референциальных значений входящих в него терминов, а на логических значениях совокупности производных выведенных высказываний.

³ То есть на месте общего термина в исходном высказывании в производном будет стоять единичный, причем эти последние должны исчерпать область референции термина исходного высказывания.



4) совокупность вторичных $\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ может быть логически связана конъюнктивно или дизъюнктивно, что зависит от квалифицированного типа суппозиции:

а) при неопределенной суппозиции для истинности высказывания необходимо, чтобы из него была выводима непустая совокупность высказываний-дизъюнктов, и достаточно, чтобы хотя бы одно из них соответствовало действительности;

б) при смешанной дистрибутивной суппозиции необходимо, чтобы из него была выводима непустая совокупность высказываний-конъюнктов, и достаточно, чтобы каждое соответствовало действительности.

Предположим, что Сократ произнес только следующее:

«Ложным является сказанное Сократом». (А)

Тогда из указанного исходного А может быть образована непустая совокупность производных высказываний:

«Истинным является сказанное Сократом». (А')

«Ложным является сказанное Сократом». (А'')

Брадвардин квалифицирует смешанную дистрибутивную суппозицию исходного А, поэтому А' и А'' должны быть связаны конъюнктивно:

А, следовательно, А' и А''. (S)

А' и А'' не могут одновременно иметь место в действительности, поэтому высказыванию S приписывается значение «ложь».

Таким образом, согласно Брадвардину, всякий логический парадокс — это высказывание, имеющее ложное логическое значение.

Наряду с парадоксом Лжеца, которому отведена большая часть сочинения, Брадвардин приводит множество примеров инсоллобийий иных типов. Более того, в трактате есть классификация⁴ по различным основаниям, которая может быть представлена в виде «дерева инсоллобийий».

Основанием первого шага деления парадоксов для Брадвардина служит причина их возникновения: одни появляются из актов высказывания, знания, веры (*aut oritur ex actu nostro*⁵) и не отделимы от субъекта; другие же — из семантических свойств естественного языка (*aut ex proprietate vocis*⁶) [1, p. 92].

В средневековой философии под актом понимался процесс, вторичный по отношению к некоторой способности, актуализирующий потенциальную возможность [4]. Согласно Брадвардину, акты могут быть как внутренними (акты мышления, веры, сомнения), так и внешними — сказывания, принятия, отбрасывания [1, p. 104]. Поскольку имеют место акты, постольку из них могут возникать инсоллобийии.

Инсоллобийии внешних актов, будучи высказываниями, могут быть дихотомически разделены по различным основаниям (рис. 1, 2):

⁴ Под классификацией понимается «систематическое распределение элементов объема понятия по классам, возникающее в результате последовательного многоэтапного применения операции деления» [5, с. 108].

⁵ «[Инсоллобийии], возникающие из наших [интеллектуальных] актов».

⁶ «[Инсоллобийии], возникающие из свойств речи».

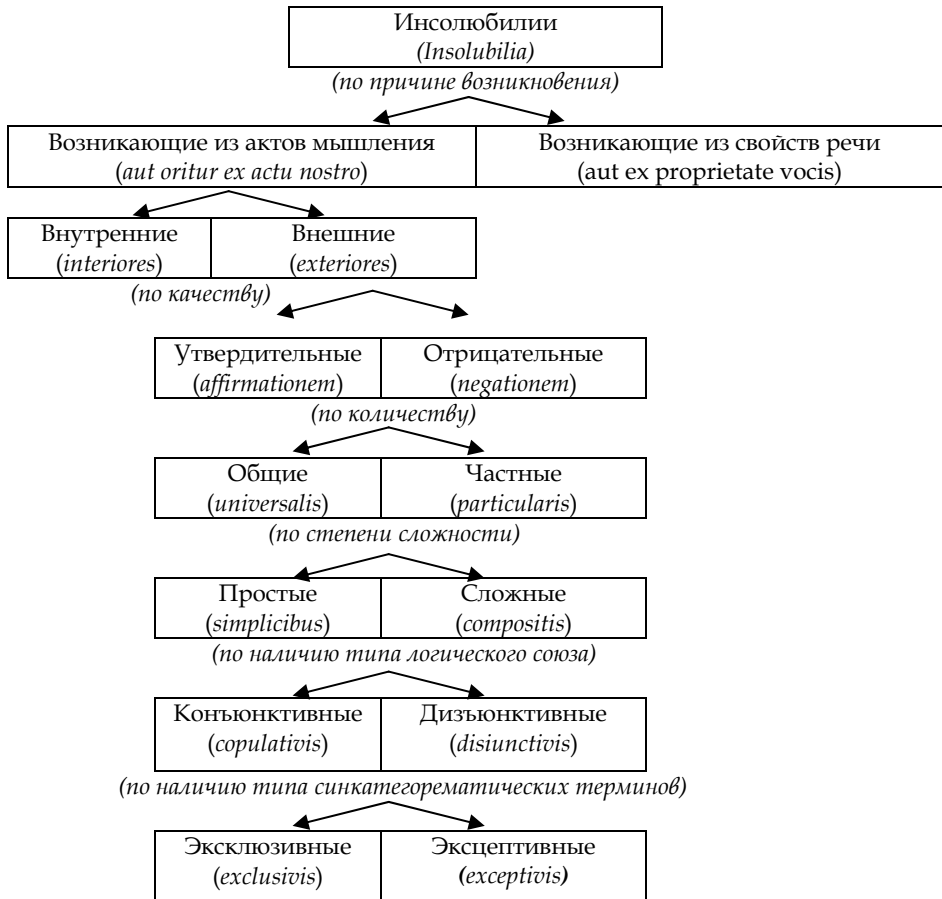


Рис. 1. Классификация инсолубилий, возникающих из внешних актов [1, р. 96, 104]

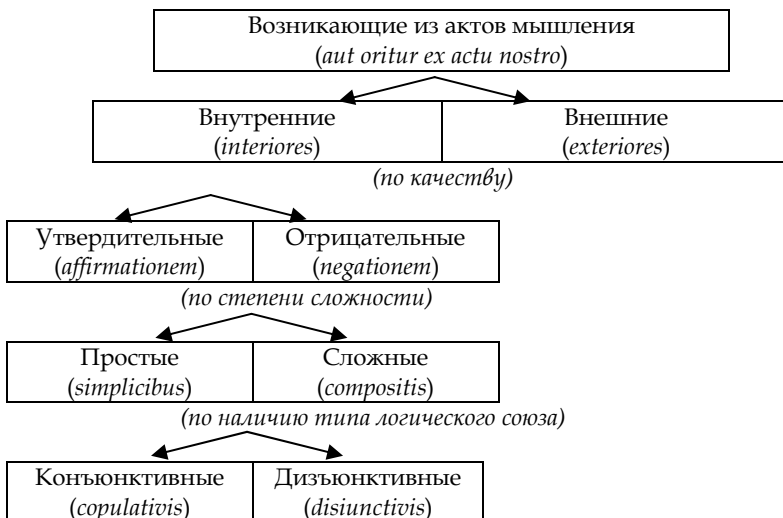


Рис. 2. Классификация инсолубилий, возникающих из внутренних актов



Парадокс Лжеца с позиции такой классификации представляет собой простую утвердительную инсолубилию, возникающую из внешних актов. Помимо традиционного «Сократ произносит ложь», примерами указанных типов инсолубилий могут быть высказывания типа «Сократ утверждает/слышит/видит/пишет/читает ложь». Простая отрицательная инсолубилия внешнего акта представлена в трактате выражением «Сократ не произносит истинное высказывание» [1, р. 132].

Также Брэдвардин приводит ряд примеров сложных инсолубилий различных типов:

1. Утвердительные инсолубилии:

– *конъюнктивная*: Сократ произносит только следующее: «Бог есть, и некоторая конъюнкция, произнесенная Сократом, – ложная» [1, р. 128];

– *дизъюнктивная*: Сократ произносит только следующее: «Человек – осел, или дизъюнкция, произнесенная Сократом, – ложная» [1, р. 128];

– *эксцептивная* (или *исключающая*)⁷: Все люди, кроме Сократа, говорят, что Бог есть, а Сократ произносит только следующее: «Все люди, кроме Сократа, произносят истинные высказывания» [1, р. 132];

– *эксклюзивная* (или *выделяющая*)⁸: Сократ произносит только следующее высказывание: «Бог есть», а Платон одновременно говорит только: «Только Сократ произносит истинное высказывание» [1, р. 128].

2. Отрицательные инсолубилии:

– *конъюнктивная*: «Бог есть и некоторая конъюнкция, произнесенная Сократом, не является истинной» [1, р. 134];

– *дизъюнктивная*: Сократ произносит только следующую дизъюнкцию: «Бог не существует или некоторая дизъюнкция, высказанная Сократом, не является истинной» [1, р. 134];

– *эксцептивная*: Сократ говорит только следующее: «Ни один человек, кроме Сократа, не произносит ложь, и ничего иного ложного сказано не было» [1, р. 134];

– *эксклюзивная*: Сократ произносит только следующее: «Только Сократ не говорит истину, а все другое, сказанное Сократом, – истинно» [1, р. 134].

Внешние инсолубилии, согласно Брэдвардину, основываются на так называемых внутренних актах, которые суть размышление, сопоставление, различение, знание, вера, сомнение и пр. [1, р. 136]. Внутренние акты (как и внешние) могут служить причиной возникновения парадоксов, и часто – сложных для разрешения. Таковыми являются акты знания, веры и сомнения [1, р. 138]. Основным примером внутренней утвердительной инсолубилии служит для Брэдвардина высказывания типа:

«Сократ мыслит ложное» [1, р. 136]. (E)

Инсолубилии, возникающие в связи с внутренними актами, с позиций современной логики сводятся к эпистемическим парадоксам. Формулировка последних допускает использование разграничений

⁷ Эксцептивная инсолубилия – парадоксальное высказывание, содержащее определенный тип синкатегорематических терминов, то есть «исключающие термины» типа «кроме», «помимо» и т.п.

⁸ Эксклюзивная инсолубилия – парадоксальное высказывание, содержащее определенный тип синкатегорематических терминов, то есть «выделяющие термины» типа «только», «лишь» и т.п.



между различными эпистемическими понятиями — знанием, верой, сомнением, выражающими познавательные установки агента.

Высказывание (Е) известно сегодня как парадокс «логического всеведения», или «познаваемости мира»⁹, впервые сформулированный Ф. Фитчем в форме «Некоторое высказывание истинно, но не известно» [1, р. 31]. Очевидно, что в нем не содержится явного противоречия, как, например, в парадоксе Лжеца. Однако к противоречию приводит безобидный на первый взгляд эпистемический принцип, суть которого сводится к следующему: если нам известно какое-либо истинное (А) и из (А) следует (В), то мы знаем и (В). Методологическим следствием принятия такого принципа является утверждение о том, что мы должны знать все следствия (В), вытекающие из какого-либо истинного (А), что невозможно. В эпистемической логике это получило название «проблемы логического всеведения».

В основе парадокса лежит фундаментальный философский вопрос познаваемости мира. Как известно, в истории философии сложилось два подхода к его осмыслению:

1) агностицизм (Аг), утверждающий принципиальную непознаваемость мира фактов;

2) гносеологический оптимизм (ГО), отстаивающий тезис о том, что всякий факт может быть познан.

С логико-методологической точки зрения (Аг) придерживается идеи, что всегда имеет место хотя бы один факт в статусе неизвестного, а (ГО) — что несмотря на то что на сегодняшний день существуют неизвестные науке данные, они могут быть познаны в дальнейшем [10].

Парадокс логического всеведения возникает как следствие безоговорочного принятия подхода (ГО), исходная посылка которого может быть сформулирована следующим образом: для всякого p и q , если известно, что из p следует q , то при условии, что известно p , известно и q :

$$(K(p \rightarrow q) \rightarrow (K(p) \rightarrow K(q))) \text{ для всяких } p \text{ и } q [1, \text{ р. 31}], \quad (K)$$

где (p) — какой-либо истинный факт; (q) — следствие из факта (p) ; (K) — оператор знания/познания; $K(p)$ — «известно, что (p) » (аналогично для (q)); \rightarrow — импликация.

Для конъюнкции p и q — закон дистрибутивности знания относительно конъюнкции¹⁰: для всякого p и q , известно, что p и q , если и только если известно, что p и известно, что q .

$$(K(p \wedge q) \Leftrightarrow (K(p) \wedge K(q))) \text{ для всяких } p \text{ и } q [1, \text{ р. 31}], \quad (K')$$

где \wedge — конъюнкция; \Leftrightarrow — если и только если.

Последовательное принятие принципа (ГО) приводит к следующему постулату: если факт p имеет место, то так же имеет место возможность его познания:

$$(p \rightarrow \langle \rangle (K(p))) \text{ для всякого } p [\text{см. 10}], \quad (PK)$$

⁹ Считается, что впервые он был зафиксирован Фредериком Б. Фитчем в 1963 г. [2].

¹⁰ Дистрибутивности закон (от лат. distributio — распределение) — распределительный закон логики, соответствующий тривиальному математическому равенству $a(b+c) = (ab+ac)$. См. список общезначимых формул [7, р. 27] и эпистемическое приложение закона дистрибутивности [1, р. 31].



где \diamond – оператор возможности.

Однако если факт p уже известен, то очевидно, он имеет место:

$$(K(p) \rightarrow p) \text{ для всякого } p \text{ [10].} \quad (T)$$

Предположим, что есть некоторое истинное высказывание (A), которое не известно: $(A \wedge \neg K(A))$ [1, р. 32]. Тогда согласно (PK) возможно познание такого высказывания: $(\diamond K(A \wedge \neg K(A)))$ [1, р. 32]. Применяя закон дистрибутивности знания относительно конъюнкции, получаем, что $(\diamond (K(A) \wedge K\neg K(A)))$ [1, р. 32]. Далее согласно принципу (T) заключаем, что $(\diamond (K(A) \wedge \neg K(A)))$ [1, р. 32].

В итоге – очевидное противоречие $(K(A) \wedge \neg K(A))$, означающее, что исходная посылка подхода (ГО) является ложной. Следовательно, истинно обратное – не всякий истинный факт может быть познан.

Брэдвардин предлагает рассмотреть следующую инсолубилию [1, р. 138]: «Некоторое высказывание не известно тебе (то есть Сократу)» (A).

Математик считает, что ее разрешение требует введения дополнительного определения: «Знать высказывание – значит, знать целиком все то, что через него обозначается» (D3). А также следствия: «Если некоторое высказывание обозначает только собственную неизвестность для кого-либо или если оно обозначает что-то еще известное, то оно обозначает то, что не известно, что оно не известно» (C3) [1, р. 138].

Следствие (C3) доказывается Брэдвардином следующим образом¹¹. Предположим, что через знак (A) обозначается только то, что (A) истинное, но не известное Сократу высказывание:

$$\text{Sig}(A, A \wedge \neg K(A)),$$

где Sig выражает отношение обозначения между A и $A \wedge \neg K(A)$.

Пусть Сократ знает, что высказывание (A) ему не известно:

$$K(A \wedge \neg K(A)).$$

Согласно принципу дистрибутивности знания относительно конъюнкции (K') имеем:

$$(K(A) \wedge K(\neg K(A))).$$

Далее, применяя принцип (T), получаем противоречие:

$$(K(A) \wedge \neg K(A)).$$

Таким образом, согласно (S2) высказывание (A) обозначает то, что Сократу известно и одновременно не известно (A). На основе определения истинности Аристотеля исходная инсолубилия признается ложным высказыванием.

Пусть через знак (A), помимо того, что (A) истинное, но не известное Сократу высказывание, обозначается еще какое-то высказывание q , причем известное Сократу:

¹¹ Доказательство приводится с некоторыми изменениями.



$$\text{Sig}(A, \neg K(A) \wedge K(q)).$$

Согласно определению Брэдвардина знать высказывание — значит, знать все следствия, вытекающие из него, однако Сократ не знает одного из следствий (A), поэтому он не знает всего этого высказывания:

$$\neg K(\neg K(A) \wedge K(q)).$$

По принципу дистрибутивности знания относительно конъюнкции (K') имеем

$$\neg(K(\neg K(A)) \wedge K(K(q))).$$

Применяя закон Августа де Моргана к отрицанию конъюнкции, получаем дизъюнкцию отрицаний¹²:

$$(\neg K(\neg K(A)) \vee \neg K(K(q))).$$

Согласно (Т) ($K(q) \rightarrow q$), поэтому

$$(\neg K(\neg K(A)) \vee \neg K(q)).$$

Таким образом, Сократу не известно или $\neg K(A)$ или $\neg K(q)$. Однако по условию $K(q)$, значит

$$(\neg K(\neg K(A))).$$

Далее в соответствии с постулатом, что высказывание обозначает все то, что следует из него, получаем

$$\text{Sig}(A, \neg K(\neg K(A))).$$

Таким образом, высказывание (A) обозначает следующее: Сократу не известно то, что (A) ему не известно [1, р. 140], что и требовалось доказать в (С3).

Наряду с простыми эпистемическими парадоксами, рассмотренными выше, Брэдвардин выделяет и сложные, которые могут быть дизъюнктивными или конъюнктивными. Например, дизъюнктивный парадокс может быть сформулирован подобным образом: «Человек есть осел, или некоторое дизъюнктивное высказывание тебе не известно» [1, р. 142]. А конъюнктивный — так: «Бог есть, и некоторое конъюнктивное высказывание не известно тебе» [1, р. 142]. Такие сложные инслюбилии разрешаются при помощи описанного алгоритма¹³.

Итак, в рамках корреспондентной теории истинности Брэдвардином был предложен оригинальный способ разрешения логических парадоксов, основывающийся на принципах истолкования суппозиций как алгоритмов взятия производных от высказывания, логическое значение которого определяется целиком на основании логических связей между этими производными.

Статья подготовлена при поддержке гранта РГНФ № 12-33-01387.

¹² Брэдвардин формулирует постулат, аналогичный законам Августа де Моргана: «Конъюнкция или дизъюнкция, части которых взаимно противоречивы, противоречат друг другу». См. четвертый постулат [1, р. 96].

¹³ С использованием смыслов логических союзов конъюнкции или дизъюнкции, зафиксированных в соответствующих постулатах [1, р. 96].



Список литературы

1. *Bradwardine T. Insolubilia. P., 2010.*
2. *Fitch's Paradox of Knowability // The Stanford encyclopedia of philosophy. 2009.*
URL: <http://plato.stanford.edu/entries/fitch-paradox> (дата обращения: 13.12.2012).
3. *Read St. The Liar Paradox from John Buridan back to Thomas Bradwardine.*
URL: <http://www.fordham.edu/gsas/phil/klima/Buridan/Read-Bradwardine.pdf>
(дата обращения: 10.04.2012).
4. *Антология средневековой мысли : в 2 т. URL: http://krotov.info/acts/05/3/2001term.htm* (дата обращения: 16.12.2012).
5. *Брюшинкин В. Н. Логика. М., 2001.*
6. *Журавлева Е. В. «Инсолубилия» Томаса Брэдвардина // Вестник Балтийского федерального университета им. Иммануила Канта. 2012. Вып. 6. С. 46 – 55.*
7. *Клини С. К. Математическая логика М., 1973.*
8. *Смирнова Е. Д. Теоретико-познавательные и логико-семантические основания парадоксов // Вестник Российского гуманитарного научного фонда. 2011. № 1 (62). С. 271 – 282.*
9. *Френкель А. А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. М., 1966.*
10. *Шрамко Я. Парадокс познаваемости мира. URL: http://galactic.org.ua/prer-p/Fiz-3.htm* (дата обращения: 13.12.2012).

Об авторе

Евгения Вячеславовна Журавлева — асп., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: evgenijazhuravleva@gmail.com

About the author

Evgenia Zhuravlyova, PhD student, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: evgenijazhuravleva@gmail.com