прямых многообразия W_p в точке P .

П р е д л о ж е н и е 5. Отображение f_q определяет асимптотический конус многообразия W_p в точке P :

$$\bigcap_{q\in\mathcal{H}(p)} (T_p(f_q(q)) \cap f_q(q)) = \mathfrak{A}. \qquad (14)$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Из (11) - (13) получаем для пересечения (14):

$$\Lambda^i_{JK} X^J X^K = 0, \quad \Lambda^i_J X^J = 0. \qquad (15)$$

Но эта система определяет асимптотический конус многообразия W_p в точке P .

Заметим, что в последних двух предложениях вместо множества всех $q\in\mathcal{H}(p)$ для построения множеств L^0 и $\mathfrak{A}$ достаточным является множество гиперквадрик, получаемых при простейшем сечении: $q = s(b)$, $b \in B_p$.

Гиперквадрики $f_q(q)$, где $q\in\mathcal{H}(p)$ не являются соприкасающимися гиперквадриками [6] распределения $\{L^0\}$. Но с помощью отображения f_q можно построить семейство соприкасающихся гиперквадрик. Пусть H - произвольная гиперплоскость, не инцидентная точке P , а T - проективное преобразование пространства P_m , определяемое условиями: 1) $T(P)=P$, $T|_H = id\,H$; 2) точка $A\in P_m$ гармонически сопряжена точке $T(A)$ относительно точек P и K , где K - точка пересечения прямой $[PA]$ с гиперплоскостью H .

П р е д л о ж е н и е 6. $(n-1)$-мерное семейство гиперквадрик $T\circ f_q \circ S(b)$, где S - простейшее сечение расслоения $(\mathcal{H}(p), \varrho, B_p)$, является семейством соприкасающихся гиперквадрик распределения $\{L^0\}$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Поместим вершины r_i репера r на гиперплоскость π , общую для всех $q = S(b)$. Базисные гиперквадрики семейства $f_q \circ S(b)$ принимают вид (I) [3]. Дальнейшее доказательство совпадает теперь с доказательством теоремы 5 статьи [3].

Библиографический список

I. А н д р е е в Б.А. Отображения многообразий гиперквадрик, порожденные точечным соответствием // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Межвуз. темат. сб. науч. тр. / Калинингр. ун-т. Калининград, 1990. Вып.2I. С.8-I2.

2. А н д р е е в Б.А. К теории точечных отображений // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Межвуз. темат. сб. науч. тр. / Калинингр. ун-т. Калининград, 1989. Вып.20. С.9-14.

3. А н д р е е в Б.А. К геометрии дифференцируемого отображения $f: P_m \to \hat{P}_n\ (m>n)$ // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Межвуз. темат. сб. науч. тр. / Калинингр. ун-т. Калининград, 1987. Вып.18. С.5-9.

4. А н д р е е в Б.А. О распределении линейных элементов, порожденных отображением $f: P_m \to A_n\ (m>n)$ // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Сб. науч. тр. / Калинингр. ун-т. Калининград, 1979. Вып. 10. С.5-9.

5. Р ы ж к о в В.В. Дифференциальная геометрия точечных соответствий между пространствами // Геометрия, 1963. Итоги науки / ВИНИТИ. М., 1965. С.65-107.

6. Л а п т е в Г.Ф., О с т и а н у Н.М. Распределения m-мерных линейных элементов в пространстве проективной связности. I // Тр. геометрич. семинара / ВИНИТИ. М., 1971. Т.3. С.49-94.

УДК 514.75

ИНВАРИАНТНЫЕ ПОДПРОСТРАНСТВА, АССОЦИИРОВАННЫЕ С $\hat{\mathcal{H}}(\Lambda,L)$-РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ

С.Ю.В о л к о в а

(КВВМУ)

Рассматривается специальный класс скомпонованных $\mathcal{H}$-распределений [1], которые названы $\hat{\mathcal{H}}(\Lambda,L)$-распределениями [2]. Найдены внутренние инвариантные поля квазинормалей и нормалей в различных дифференциальных окрестностях для основных структурных распределений данного $\hat{\mathcal{H}}(\Lambda,L)$-распределения. Получены инвариантные оснащения в смысле Картана основных структурных распределений, ассоциированных с $\hat{\mathcal{H}}(\Lambda,L)$-распределением.

Во всей работе используются обозначения и терминология работы [2]. Индексы пробегают следующие значения:
$p,q,r,s,t = \overline{1,r}$; $i,j,k,\ell = \overline{r+1,m}$; $a,b,c = \overline{1,m}$; $J,\mathcal{J},K = \overline{0,n}$; $\alpha,\beta,\gamma,\sigma = \overline{m+1,n-1}$; $\hat{p},\hat{q},\hat{r},\hat{s} = \{\overline{1,r};n\}$; $\hat{i},\hat{j},\hat{k} = \{\overline{r+1,m};n\}$; $\hat{u},\hat{v},\hat{w} = \overline{r+1,n}$; $\hat{\alpha},\hat{\beta},\hat{\gamma},\hat{\sigma} = \overline{m+1,n}$; $\hat{A},\hat{B},\hat{C} = \{\overline{1,r};\overline{m+1,n-1};n\}$.

§1. Поля квазинормалей и нормалей основных структурных распределений $\hat{\mathcal{H}}(\Lambda,L)$-распределения

1. Согласно работам [3], [4], [5], систему величин $\{\mathcal{K}_p\}$ назовем квазинормалью базисного Λ-распределения, если в репере первого порядка R_1 [2] при преобразованиях стационарной подгруппы элемента распределения $\hat{\mathcal{H}}(\Lambda,L)$ имеем один из следующих законов преобразования $\mathcal{K}_p$:

$$\nabla_\delta \mathcal{K}_p + \mathcal{K}_p \pi^0_0 = \lambda b^n_{pq}\pi^q_n + \sigma\pi^0_p, \tag{1.1}$$

$$\nabla_\delta \mathcal{K}_p + \mathcal{K}_p \pi^0_0 = \lambda \Lambda^n_{pq}\pi^q_n + \sigma\pi^0_p, \tag{1.2}$$

$$\nabla_\delta \mathcal{K}_p + \mathcal{K}_p \pi^0_0 = \lambda \Lambda^n_{qp}\pi^q_n + \sigma\pi^0_p, \tag{1.3}$$

где λ, σ – постоянные числа, отличные от нуля.

Каждая из этих трех типов квазинормалей устанавливает биекцию между нормалями первого и второго рода базисного Λ-распределения следующим образом:

a) $$\nu^0_p = -\frac{1}{\sigma}(\mathcal{K}_p + \lambda b^n_{pq}\nu^q_n), \quad \nu^q_n = -\frac{1}{\lambda}(\mathcal{K}_p + \sigma\nu^0_p)\, b^{pq}_n, \tag{1.4}$$

если $\{\mathcal{K}_p\}$ – квазинормаль первого типа (1.1);

в) $$\nu^0_p = -\frac{1}{\sigma}(\mathcal{K}_p + \lambda \Lambda^n_{pq}\nu^q_n), \quad \nu^q_n = -\frac{1}{\lambda}(\mathcal{K}_p + \sigma\nu^0_p)\, \Lambda^{qp}_n, \tag{1.5}$$

если $\{\mathcal{K}_p\}$ – квазинормаль второго типа (1.2);

c) $$\nu^0_p = -\frac{1}{\sigma}(\mathcal{K}_p + \lambda \Lambda^n_{qp}\nu^q_n), \quad \nu^q_n = -\frac{1}{\lambda}(\mathcal{K}_p + \sigma\nu^0_p)\, \Lambda^{pq}_n, \tag{1.6}$$

если $\{\mathcal{K}_p\}$ – квазинормаль третьего типа (1.3).

В разных дифференциальных окрестностях определим квазинормали Λ-распределения:

1) в окрестности 1-го порядка

$$\mathcal{K}^1_p = \frac{1}{n-r}\Lambda^{\hat u}_{p\hat u}, \quad \nabla_\delta \mathcal{K}^1_p + \mathcal{K}^1_p\pi^0_0 = \frac{1}{n-r}\Lambda^n_{pq}\pi^q_n + \pi^0_p, \tag{1.7}$$

$$\hat{\mathcal{K}}^2_p = \frac{1}{l+1}(\Lambda^{\hat i}_{p\hat i} + \Lambda^n_{p\alpha}\nu^\alpha_n), \quad \nabla_\delta \hat{\mathcal{K}}^2_p + \hat{\mathcal{K}}^2_p\pi^0_0 = \frac{1}{l+1}\Lambda^n_{pq}\pi^q_n + \pi^0_p, \tag{1.8}$$

$$\mathcal{K}^3_p = \frac{1}{n-m}\Lambda^{\hat\alpha}_{p\hat\alpha}, \quad \nabla_\delta \mathcal{K}^3_p + \mathcal{K}^3_p\pi^0_0 = \frac{1}{n-m}\Lambda^n_{pq}\pi^q_n + \pi^0_p, \tag{1.9}$$

$$\hat{\mathcal{K}}^4_p = \Lambda^n_{pn} + \Lambda^n_{p\alpha}\nu^\alpha_n, \quad \nabla_\delta \hat{\mathcal{K}}^4_p + \hat{\mathcal{K}}^4_p\pi^0_0 = \Lambda^n_{pq}\pi^q_n + \pi^0_p, \tag{1.10}$$

где $\{\nu^\alpha_n\}$ – квазитензор 1-го порядка (например, $\{\Lambda^\alpha_n\}, \{\lambda^\alpha_n\}, \{b^\alpha_n\}$ [2, §2]);

2) в окрестности 2-го порядка

$$\tilde{\mathcal{K}}^4_p = \Lambda^n_{pn} + \Lambda^n_{p\alpha}\nu^\alpha_n, \quad \nabla_\delta \tilde{\mathcal{K}}^4_p + \tilde{\mathcal{K}}^4_p\pi^0_0 = \Lambda^n_{pq}\pi^q_n + \pi^0_p, \tag{1.11}$$

$$\mathcal{K}^5_p = \frac{1}{r+2}\Lambda_p, \quad \nabla_\delta \mathcal{K}^5_p + \mathcal{K}^5_p\pi^0_0 = \Lambda^n_{pq}\pi^q_n - \pi^0_p, \tag{1.12}$$

$$\hat{\mathcal{K}}^5_p = \frac{1}{l}\tilde{\mathcal{L}}_p, \quad \nabla_\delta \hat{\mathcal{K}}^5_p + \hat{\mathcal{K}}^5_p\pi^0_0 = \Lambda^n_{qp}\pi^q_n - \pi^0_p, \tag{1.13}$$

$$\mathcal{K}^6_p = b_p, \quad \nabla_\delta \mathcal{K}^6_p + \mathcal{K}^6_p\pi^0_0 = b^n_{pt}\pi^t_n - \pi^0_p, \tag{1.14}$$

где $\{\nu^\alpha_n\}$ – квазитензор 2-го порядка (например, $\{L^\alpha_n\}, \{\mathcal{L}^\alpha_n\}, \{l^\alpha_n\}$, [2, §2]);

3) в окрестности 3-го порядка [5, §3]

$$\mathcal{K}^7_p = C_p, \quad \nabla_\delta \mathcal{K}^7_p + \mathcal{K}^7_p\pi^0_0 = -\Lambda^n_{qp}\pi^q_n - \pi^0_p, \tag{1.15}$$

$$\hat{\mathcal{K}}^7_p = C_p + 3B_p, \quad \nabla_\delta \hat{\mathcal{K}}^7_p + \hat{\mathcal{K}}^7_p\pi^0_0 = 2b^n_{pq}\pi^q_n - 4\pi^0_p. \tag{1.16}$$

Следуя работам [4], [5], определим нормали $\{\nu^p_n\}, \{\nu^0_p\}$ первого и второго рода базисного Λ-распределения данного $\hat{\mathcal{H}}(\Lambda,L)$-распределения, используя способ нахождения общих нормалей (в общем случае единственных) двух квазинормалей.

I. В окрестности первого порядка [6]:

а) пара $(\mathcal{K}^1_p, \hat{\mathcal{K}}^4_p)$ определяет внутренние инвариантные нормали 1-го и 2-го рода соответственно

$$\hat{\mathcal{L}}^p_n = -\frac{n-r}{n-r-1}\Lambda^{pq}_n(\hat{\mathcal{K}}^4_q - \mathcal{K}^1_q), \quad \hat{\mathcal{L}}^0_p = -\frac{1}{n-r-1}[(n-r)\mathcal{K}^1_p - \hat{\mathcal{K}}^4_p]. \tag{1.17}$$

В дальнейшем это соответствие коротко обозначим следующим образом:

$$(\mathcal{K}^1_p, \hat{\mathcal{K}}^4_p) \longrightarrow \begin{cases} \hat{\mathcal{L}}^p_n = -\frac{n-r}{n-r-1}\Lambda^{pq}_n(\hat{\mathcal{K}}^4_q - \mathcal{K}^1_q), \\ \hat{\mathcal{L}}^0_p = -\frac{1}{n-r-1}[(n-r)\mathcal{K}^1_p - \hat{\mathcal{K}}^4_p]. \end{cases}$$

в) $$(\hat{\mathcal{K}}^2_p, \hat{\mathcal{K}}^4_p) \longrightarrow \begin{cases} \hat{\mathcal{B}}^p_n = -\frac{l+1}{l}\Lambda^{pq}_n(\hat{\mathcal{K}}^4_q - \hat{\mathcal{K}}^2_q), \\ \hat{\mathcal{B}}^0_p = -\frac{1}{l}[(l+1)\hat{\mathcal{K}}^2_p - \hat{\mathcal{K}}^4_p], \end{cases} \tag{1.18}$$

c) $$(\mathcal{K}^3_p, \hat{\mathcal{K}}^4_p) \longrightarrow \begin{cases} \hat{\mathcal{L}}^p_n = -\frac{n-m}{n-m-1}\Lambda^{pq}_n(\hat{\mathcal{K}}^4_q - \mathcal{K}^3_q), \\ \hat{\mathcal{L}}^0_p = -\frac{1}{n-m-1}[(n-m)\mathcal{K}^3_p - \hat{\mathcal{K}}^4_p]. \end{cases} \tag{1.19}$$

II. В окрестности второго порядка:

а) $$(\tilde{\mathcal{K}}^4_p, \mathcal{K}^1_p) \longrightarrow \begin{cases} \tilde{\mathcal{L}}^p_n = -\frac{n-r}{n-r-1}\Lambda^{pq}_n(\tilde{\mathcal{K}}^4_q - \mathcal{K}^1_q), \\ \tilde{\mathcal{L}}^0_p = -\frac{1}{n-r-1}[(n-r)\mathcal{K}^1_p - \tilde{\mathcal{K}}^4_p], \end{cases} \tag{1.20}$$

в) $$(\tilde{\mathcal{K}}^4_p, \hat{\mathcal{K}}^2_p) \longrightarrow \begin{cases} \tilde{\mathcal{B}}^p_n = -\frac{l+1}{l}\Lambda^{pq}_n(\tilde{\mathcal{K}}^4_q - \hat{\mathcal{K}}^2_q), \\ \tilde{\mathcal{B}}^0_p = -\frac{1}{l}[(l+1)\hat{\mathcal{K}}^2_p - \tilde{\mathcal{K}}^4_p], \end{cases} \tag{1.21}$$

c) $(\tilde{\varkappa}^4_p, \varkappa^3_p) \longrightarrow \begin{cases} \tilde{\mathcal{L}}^p_n = -\frac{n-m}{n-m-1} \Lambda^{pq}_n (\tilde{\varkappa}^4_q - \varkappa^3_q), \\ \tilde{\mathcal{L}}^0_p = -\frac{1}{n-m-1} [(n-m)\varkappa^3_p - \tilde{\varkappa}^4_p], \end{cases}$ (1.22)

д) $(\hat{\varkappa}^4_p, \varkappa^5_p) \longrightarrow \begin{cases} \hat{H}^p_n = -\frac{1}{2} b^{pq}_n (\hat{\varkappa}^4_q + \varkappa^5_q), \\ \hat{H}^0_p = \frac{1}{2} (\varkappa^5_p - \hat{\varkappa}^4_p), \end{cases}$ (1.23)

$(\tilde{\varkappa}^4_p, \varkappa^5_p) \longrightarrow \begin{cases} \tilde{H}^p_n = -\frac{1}{2} b^{pq}_n (\tilde{\varkappa}^4_q + \varkappa^5_q), \\ \tilde{H}^0_p = \frac{1}{2} (\varkappa^5_p - \tilde{\varkappa}^4_p), \end{cases}$ (1.24)

$(\hat{\varkappa}^4_p, \hat{\varkappa}^5_p) \longrightarrow \begin{cases} \hat{\mathcal{H}}^p_n = -\frac{1}{2} b^{pq}_n (\hat{\varkappa}^4_q + \hat{\varkappa}^5_q), \\ \hat{\mathcal{H}}^0_p = \frac{1}{2} (\hat{\varkappa}^5_p - \hat{\varkappa}^4_p), \end{cases}$ (1.25)

$(\tilde{\varkappa}^4_p, \hat{\varkappa}^5_p) \longrightarrow \begin{cases} \overset{*}{H}{}^p_n = -\frac{1}{2} b^{pq}_n (\tilde{\varkappa}^4_q + \hat{\varkappa}^5_q), \\ \overset{*}{H}{}^0_p = \frac{1}{2} (\hat{\varkappa}^5_p - \tilde{\varkappa}^4_p). \end{cases}$ (1.26)

З а м е ч а н и е. В пункте д) построения нормалей возможны при $\tau^n_{pq} = 0$. В противном случае каждая из пар квазитензоров пункта д) общей нормали 2-го рода не имеет.

III. В окрестности третьего порядка:

а) пара квазинормалей $(\varkappa^6_p, \hat{\varkappa}^7_p)$ задает инвариантные нормали 1-го и 2-го рода соответственно $\Phi_{n-r}\{\Phi^p_n\}$ и $f_{r-1}\{\Phi^0_p\}$, где

$$\Phi^p_n = \frac{1}{2} b^{pq}_n (\hat{\varkappa}^7_q - 4\varkappa^6_q), \quad \Phi^0_p = \frac{1}{2} (\hat{\varkappa}^7_p - 2\varkappa^6_p), \qquad (1.27)$$

которые назовем, следуя работам [4], [5], [6], первыми аналогами нормалей Фубини базисного Λ-распределения или первыми аналогами нормалей Фубини $\hat{\mathcal{H}}(\Lambda, L)$-распределения, ассоциированными с базисным Λ-распределением;

в) $(\varkappa^7_p, \varkappa^5_p) \longrightarrow \begin{cases} T^p_n = \frac{1}{2} \Lambda^{qp}_n (\varkappa^7_q - \varkappa^5_q), \\ T^0_p = \frac{1}{2} (\varkappa^5_p + \varkappa^7_p), \end{cases}$ (1.28)

c) $(\varkappa^7_p, \hat{\varkappa}^5_p) \longrightarrow \begin{cases} \hat{T}^p_n = \frac{1}{2} \Lambda^{qp}_n (\varkappa^7_q - \hat{\varkappa}^5_q), \\ \hat{T}^0_p = \frac{1}{2} (\hat{\varkappa}^5_p + \varkappa^7_p). \end{cases}$ (1.29)

2. Так как в общем случае $\{\hat{\varkappa}^4_p\} \neq \{\tilde{\varkappa}^4_p\}$, то, следуя работе [5], аналогично находим первые аналоги нормалей Михайлеску $\{\tilde{M}^p_n, \tilde{M}^0_p\}$ и вторые аналоги нормалей Михайлеску $\{\hat{\mathcal{M}}^p_n, \hat{\mathcal{M}}^0_p\}$ базисного Λ-распределения, которые строятся соответственно с использованием квазинормалей $\{\tilde{\varkappa}^4_p\}$ и $\{\hat{\varkappa}^4_p\}$. Отметим, что для $\hat{\mathcal{H}}(\Lambda, L)$-распределения первые и вторые аналоги нормалей Михайлеску, ассоциированные с Λ-распределением, совпадают, если

Λ-распределение взаимно [4], либо M-распределение взаимно [4]. Наконец, при $\tau^n_{pq} = 0$ [2, §2] первые (вторые) аналоги нормалей Михайлеску базисного Λ-распределения имеют соответственно вид:

$$\tilde{m}^p_n = -\frac{1}{2} b^{pt}_n (\varkappa^6_t + \tilde{\varkappa}^4_t), \quad \tilde{m}^0_p = \frac{1}{2} (\varkappa^6_p - \tilde{\varkappa}^4_p), \qquad (1.30)$$

$$\hat{\mathcal{m}}^p_n = -\frac{1}{2} b^{pt}_n (\varkappa^6_t + \hat{\varkappa}^4_t), \quad \hat{\mathcal{m}}^0_p = \frac{1}{2} (\varkappa^6_p - \hat{\varkappa}^4_p). \qquad (1.31)$$

Рассмотрим примеры построения двойственных нормалей $\hat{\mathcal{H}}(\Lambda, L)$-распределения, пользуясь биекциями (1.4)-(1.6), определяемыми квазинормалями в окрестности 3-го порядка элемента $\hat{\mathcal{H}}(\Lambda, L)$-распределения. Аналогично, как это сделано в работе [5, §4], при $\tau^n_{pq} = 0$ находим квазитензоры $\{-W^p_n\}$ и $\{F^p_n\}$, которые задают нормали 1-го рода Λ-распределения. В биекции (1.4) (при $\sigma = -1$, $\lambda = 1$), определенной, например, квазинормалью $\{\varkappa^6_p\}$, этим нормалям соответствуют инвариантные нормали 2-го рода $\{W^0_p\}, \{F^0_p\}$, где

$$\begin{cases} W^0_p = \varkappa^6_p - b^n_{pq} W^q_n, & \nabla W^0_p + \omega^0_p = W^0_{pk} \omega^k_0, \\ F^0_p = \varkappa^6_p + b^n_{pq} F^q_n, & \nabla F^0_p + \omega^0_p = F^0_{pk} \omega^k_0. \end{cases} \qquad (1.32)$$

Известно, что пара нормалей $\{-W^p_n; W^0_p\}$ в случае регулярного гиперполосного распределения $\mathcal{H}^r_{n-1}$ [4] и трехсоставного распределения $\mathcal{H}^r_{m,n-1}$ [5] определяет аналог нормалей Вильчинского, а пара $\{F^p_n, F^0_p\}$ – аналог нормалей Фубини. В силу этого назовем пары нормалей $\{-W^p_n, W^0_p\}$ и $\{F^p_n, F^0_p\}$ соответственно нормалями Вильчинского и вторыми аналогами нормалей Фубини (в отличие от первых аналогов нормалей Фубини (1.27)) $\hat{\mathcal{H}}(\Lambda, L)$-распределения, ассоциированными с Λ-распределением. Заметим, что для $\hat{\mathcal{H}}(\Lambda, L)$-распределений аналогично, как и для скомпонованных трехсоставных распределений $\mathcal{H}^r_{m,n-1}$ [6], и для гиперполосных распределений [4] имеет место следующее утверждение: на голономных распределениях $\hat{\mathcal{H}}(\Lambda, L)$ и на $\hat{\mathcal{H}}(\Lambda, L)$-распределениях с нулевым тензором $\{\tau^n_{pq}\}$ обе нормализации Фубини совпадают, если Λ-распределение взаимно или M-распределение взаимно.

3. Аналогичные построения (п.1, п.2 §1) можно провести, используя квазинормали, ассоциированные еще с двумя другими основными структурными распределениями – L-распределением и χ-распределением данного $\hat{\mathcal{H}}(\Lambda, L)$-распределения, где χ-распределение – распределение характеристик χ_{n-m-1} [2, §1] поля гиперплоскостей H. Приведем охваты в различных дифференци-

альных окрестностях основных квазинормалей, ассоциированных с L-распределением и $\mathcal{X}$-распределением.

Квазинормали, ассоциированные с L-распределением, имеют следующую структуру:

а) в окрестности I-го порядка

$$\mathcal{K}^1_i=\frac{1}{n-m}L^{\hat\alpha}_{i\hat\alpha},\ \nabla_\delta\mathcal{K}^1_i+\mathcal{K}^1_i\pi^0_0=\frac{1}{n-m}L^n_{ij}\pi^j_n+\pi^0_i; \qquad (1.33)$$

$$\mathcal{K}^2_i=L^n_{in}+L^n_{i\alpha}\nu^\alpha_n,\ \nabla\mathcal{K}^2_i+\mathcal{K}^2_i\pi^0_0=L^n_{ij}\pi^j_n+\pi^0_i; \qquad (1.34)$$

в) в окрестности 2-го порядка

$$\mathcal{K}^3_i=\frac{1}{n-\ell}L^{\hat A}_{i\hat A},\ \nabla_\delta\mathcal{K}^3_i+\mathcal{K}^3_i\pi^0_0=\frac{1}{n-\ell}L^n_{ij}\pi^j_n+\pi^0_i; \qquad (1.35)$$

$$\mathcal{K}^4_i=\frac{1}{r+1}(L^p_{ip}+L^n_{i\alpha}\nu^\alpha_n),\ \nabla\mathcal{K}^4_i+\mathcal{K}^4_i\pi^0_0=\frac{1}{r+1}L^n_{ij}\pi^j_n+\pi^0_i; \qquad (1.36)$$

$$\mathcal{K}^5_i=\frac{1}{\ell+2}\ell^n_{ijk}\ell^{jk}_n\overset{def}{=}e_i,\ \nabla_\delta\mathcal{K}^5_i+\mathcal{K}^5_i\pi^0_0=\ell^n_{ik}\pi^k_n-\pi^0_i; \qquad (1.37)$$

с) в окрестности 3-го порядка [5, §4]

$$\mathcal{K}^6_i=\frac{1}{r}\tilde\Lambda_i,\ \nabla_\delta\mathcal{K}^6_i+\mathcal{K}^6_i\pi^0_0=L^n_{ji}\pi^j_n-\pi^0_i; \qquad (1.38)$$

$$\hat{\mathcal{K}}^6_i=\frac{1}{\ell+2}\tilde L_i,\ \nabla_\delta\hat{\mathcal{K}}^6_i+\hat{\mathcal{K}}^6_i\pi^0_0=L^n_{ji}\pi^j_n-\pi^0_i; \qquad (1.39)$$

$$\hat{\mathcal{K}}^7_i=\mathcal{D}_i,\ \nabla_\delta\hat{\mathcal{K}}^7_i+\hat{\mathcal{K}}^7_i\pi^0_0=-L^n_{ki}\pi^k_n-\pi^0_i; \qquad (1.40)$$

$$\mathcal{K}^7_i=\mathcal{D}_i+3E_i;\ \nabla_\delta\mathcal{K}^7_i+\mathcal{K}^7_i\pi^0_0=2(\ell^n_{ik}\pi^k_n-2\pi^0_i). \qquad (1.41)$$

Квазинормали, ассоциированные с $\mathcal{X}$-распределением, имеют такую структуру:

а) в окрестности 1-го порядка

$$\mathcal{K}^1_\alpha=H^n_{\alpha n},\ \nabla_\delta\mathcal{K}^1_\alpha+\mathcal{K}^1_\alpha\pi^0_0=H^n_{\alpha\beta}\pi^\beta_n+\pi^0_\alpha; \qquad (1.42)$$

в) в окрестности 2-го порядка [5], [6]

$$\mathcal{K}^2_\alpha=\frac{1}{m+1}(H^n_{\alpha n}+N^a_{\alpha a}),\ \nabla_\delta\mathcal{K}^2_\alpha+\mathcal{K}^2_\alpha\pi^0_0=\frac{1}{m+1}H^n_{\alpha\beta}\pi^\beta_n+\pi^0_\alpha; \qquad (1.43)$$

$$\mathcal{K}^3_\alpha=\frac{1}{r+1}(H^n_{\alpha n}+N^p_{\alpha p}),\ \nabla_\delta\mathcal{K}^3_\alpha+\mathcal{K}^3_\alpha\pi^0_0=\frac{1}{r+1}H^n_{\alpha\beta}\pi^\beta_n+\pi^0_\alpha; \qquad (1.44)$$

$$\mathcal{K}^4_\alpha=\frac{1}{\ell+1}(H^n_{\alpha n}+N^i_{\alpha i}),\ \nabla_\delta\mathcal{K}^4_\alpha+\mathcal{K}^4_\alpha\pi^0_0=\frac{1}{\ell+1}H^n_{\alpha\beta}\pi^\beta_n+\pi^0_\alpha; \qquad (1.45)$$

$$\mathcal{K}^5_\alpha=h_\alpha,\ \nabla_\delta\mathcal{K}^5_\alpha+\mathcal{K}^5_\alpha\pi^0_0=h^n_{\alpha\beta}\pi^\beta_n-\pi^0_\alpha; \qquad (1.46)$$

с) в окрестности 3-го порядка

$$\mathcal{K}^6_\alpha=\frac{1}{r}\tilde\Lambda_\alpha+L^n_{j\alpha}\underline{\nu}^j_n+\frac{r+2}{2}\Lambda^n_{p\alpha}\underline{\nu}^p_n,\ \nabla_\delta\mathcal{K}^6_\alpha+\mathcal{K}^6_\alpha\pi^0_0=H^n_{\beta\alpha}\pi^\beta_n-\pi^0_\alpha; \qquad (1.47)$$

$$\hat{\mathcal{K}}^6_\alpha=\frac{1}{\ell}\tilde L_\alpha+\frac{\ell+2}{\ell}\Lambda^n_{j\alpha}\underline{\nu}^j_n+\Lambda^n_{p\alpha}\underline{\nu}^p_n,\ \nabla_\delta\hat{\mathcal{K}}^6_\alpha+\hat{\mathcal{K}}^6_\alpha\pi^0_0=H^n_{\beta\alpha}\pi^\beta_n-\pi^0_\alpha; \qquad (1.48)$$

$$\mathcal{K}^7_\alpha=B_\alpha-L^n_{i\alpha}\underline{\nu}^i_n-\Lambda^n_{p\alpha}\underline{\nu}^p_n,\ \nabla_\delta\mathcal{K}^7_\alpha+\mathcal{K}^7_\alpha\pi^0_0=-H^n_{\beta\alpha}\pi^\beta_n-\pi^0_\alpha; \qquad (1.49)$$

$$\mathcal{K}^8_\alpha=B_\alpha-3H_\alpha-L^n_{i\alpha}\underline{\nu}^i_n-\Lambda^n_{p\alpha}\underline{\nu}^p_n,\ \nabla_\delta\mathcal{K}^8_\alpha+\mathcal{K}^8_\alpha\pi^0_0=2(h^n_{\alpha\beta}\pi^\beta_n-2\pi^0_\alpha), \qquad (1.50)$$

где $\{\underline{\nu}^p_n\}$, $\{\underline{\nu}^i_n\}$ – квазитензоры 1-го и 2-го порядка, например,

найденные в работе [2, §2].

§2. Инвариантные оснащения в смысле Э.Картана

I. Построим инвариантную оснащающую плоскость $\mathfrak{K}_{n-r-1}(\nu^p_n)(A_0)$ (плоскость Картана), принадлежащую нормали I-го рода $N_{n-r}(\nu^p_n)(A_0)$, которую зададим точками $\mathcal{K}_u(\nu^p_n)=x^0_u A_0+A_u$, $\mathcal{K}_n(\nu^p_n)=x^0_n A_0+X_n(\nu^p_n)$, где

$$X_n(\nu^p_n)=A_n+\nu^p_n A_p+\underline{\nu}^\alpha_n A_\alpha+\underline{\nu}^i_n A_i,$$

а фиксированные квазитензоры $\{\underline{\nu}^\alpha_n\}$, $\{\underline{\nu}^i_n\}$ – любые из построенных квазитензоров [2, (2.17), (2.18)]. Из условия инвариантности плоскости $\mathfrak{K}_{n-r-1}(\nu^p_n)(A_0)$ приходим к уравнениям:

$$\nabla x^0_n+\nu^p_n\omega^0_p+\underline{\nu}^\alpha_n\omega^0_\alpha+\underline{\nu}^i_n\omega^0_i\equiv 0,\ \nabla x^0_u+\omega^0_u=x^0_{uk}\omega^k_0. \qquad (2.1)$$

Непосредственной проверкой убеждаемся, что уравнения (2.1) выполняются, если охваты компонент объекта $\{x^0_n, x^0_i, x^0_\alpha\}$, определяющего плоскость Картана $\mathfrak{K}_{n-r-1}(\nu^p_n)(A_0)$, имеют вид

$$x^0_n=\nu^0_n-\underline{\nu}^\alpha_n H^0_\alpha-\underline{\nu}^i_n L^0_i,\quad x^0_i=-L^0_i,\quad x^0_\alpha=-H^0_\alpha. \qquad (2.2)$$

Таким образом, плоскость Картана $\mathfrak{K}_{n-r-1}(\nu^p_n)(A_0)$ в репере R_1 определяется уравнениями

$$x^p-\nu^p_n x^n=0,\ x^0-\nu^0_n x^n+H^0_\alpha x^\alpha+L^0_i x^i=0. \qquad (2.3)$$

Характеристика $X_{n-r-1}(A_0)$ гиперплоскости $H(A_0)$ пересекает плоскость $\mathfrak{K}_{n-r-1}(\nu^p_n)(A_0)$ (2.3) по $(n-r-2)$-плоскости k_{n-r-2}:

$$x^0+L^0_i x^i+H^0_\alpha x^\alpha=0,\quad x^{\hat p}=0. \qquad (2.4)$$

Из (2.4) следует, что задание плоскости k_{n-r-2} не зависит от выбора нормали I-го рода $N_{n-r}(\nu^p_n)(A_0)$ (от выбора квазитензора $\{\nu^p_n\}$) в данной точке A_0. Следовательно, в каждом центре A_0 распределения $\hat{\mathcal{R}}(\Lambda, L)$ инвариантные оснащающие плоскости $\mathfrak{K}_{n-r-1}(\nu^p_n)$ (2.3) принадлежат одному пучку, осью которого является плоскость $k_{n-r-2}(A_0)\subset X_{n-r-1}(A_0)$. В силу (2.2) плоскость Картана $\mathfrak{K}_{n-r-1}(\nu^p_n)(A_0)$ натянута на точки

$$\mathcal{K}_\alpha=A_\alpha-H^0_\alpha A_0,\ \mathcal{K}_i=A_i-L^0_i A_0,\ \mathcal{K}_n(\nu^p_n)=(\nu^0_n-\underline{\nu}^\alpha_n H^0_\alpha-\underline{\nu}^i_n L^0_i)A_0+X_n(\nu^p_n), \qquad (2.5)$$

где точка $\mathcal{K}_n(\nu^p_n)$ является точкой пересечения плоскости Картана $\mathfrak{K}_{n-r-1}(\nu^p_n)(A_0)$ с инвариантной прямой $N_1(\nu^p_n)=[A_0, X_n]$, соответствующей данной нормали $N_{n-r}(\nu^p_n)$, т.е. является для Λ-распределения аналогом обобщенной точки Кенигса [7] для соответствующей нормали $N_{n-r}(\nu^p_n)$.

2. Аналогично находим, что плоскость Картана $\mathfrak{K}_{n-\ell-1}(\nu^i_n)(A_0)\subset N_{n-\ell}(\nu^i_n)(A_0)$, соответствующая элементу L-распределения в центре A_0, определена точками

$$\begin{cases} \hat{K}_\alpha = A_0 - N^0_\alpha A_0, \ \hat{K}_p = A_p - \Lambda^0_p A_0, \\ \hat{K}_n(\nu^i_n) = (\varphi^0_n - \underline{\nu}^\alpha_n N^0_\alpha - \underline{\nu}^p_n \Lambda^0_p) A_0 + \nu^i_n A_i + \nu^\sigma_n A_\sigma + A_n, \end{cases} \quad (2.6)$$

где точка $\hat{K}_n(\nu^i_n)$ – аналог обобщенной точки Кенигса [7] соответствующей нормали $N_{n-e}(\nu^i_n)$. Выясняется, что в каждом центре A_0 $\hat{\mathcal{K}}(\Lambda,L)$-распределения инвариантные оснащающие плоскости в смысле Картана $\mathcal{K}_{n-e-1}(\nu^i_n)(A_0)$ всех нормалей 1-го рода $N_{n-e}(\nu^i_n)(A_0)$ L-распределения принадлежат одному и тому же пучку, осью которого является плоскость $\hat{k}_{n-e-2}(A_0) \subset \chi_{n-e-1}(A_0)$. Относительно локального репера плоскости $\mathcal{K}_{n-e-1}(\nu^i_n)(A_0)$ и $\hat{k}_{n-e-2}(A_0)$ задаются соответственно уравнениями:

$$x^i = \nu^i_n x^n, \quad x^0 - \varphi^0_n x^n + \Lambda^0_p x^p + N^0_\alpha x^\alpha = 0, \ \varphi^0_n = -\frac{1}{e}(\nu^i_{ni} - L^n_{ij}\nu^i_n \nu^j_n); \quad (2.7)$$

$$x^{\hat{i}} = 0, \quad x^0 + \Lambda^0_p x^p + N^0_\alpha x^\alpha = 0. \quad (2.8)$$

3. В каждом центре A_0 $\mathcal{R}(\Lambda,L)$-распределения найдем внутренним инвариантным образом оснащающую плоскость $\mathcal{K}_m(\nu^\alpha_n)(A_0)$ (плоскость Картана), принадлежащую нормали 1-го рода χ-распределения. Плоскость Картана $\mathcal{K}_m(\nu^\alpha_n)A_0$ зададим точками:

$$\begin{cases} \tilde{K}_p = A_p - M^0_p A_0, \ \tilde{K}_i = A_i - M^0_i A_0, \\ \tilde{K}_n(\nu^\alpha_n) = (\psi^0_n - \underline{\nu}^a_n M^0_a) A_0 + \underline{\nu}^\alpha_n A_\alpha + \underline{\nu}^a_n A_a + A_n, \end{cases} \quad (2.9)$$

где

$$\psi^0_n = -\frac{1}{n-m-1}(\nu^\alpha_{n\alpha} - H^n_{\gamma\alpha}\nu^\gamma_n \nu^\alpha_n),$$

а $\{\underline{\nu}^p_n\}, \{\underline{\nu}^i_n\}$ - любые фиксированные квазитензоры, найденные в работе [2, §2]. Точка $\tilde{K}_n$ - является аналогом обобщенной точки Кенигса [7], соответствующей нормали $N_{m+1}(A_0)$. Следуя работе [5, §5], аналогично доказываем, что в каждом центре A_0 $\mathcal{R}(\Lambda,L)$-распределения инвариантные оснащающие плоскости Картана $\mathcal{K}_m(\nu^\alpha_n)(A_0)$ всех нормалей 1-го рода $N_{m+1}(\nu^\alpha_n)(A_0)$ χ-распределения принадлежат одному пучку, осью которого является плоскость $\tilde{k}_{m-1}(A_0) \subset \chi_m(A_0)$. Относительно локального репера R_1 плоскость $\tilde{k}_{m-1}(A_0)$ задается уравнениями:

$$x^{\hat{a}} = 0, \quad x^0 + M^0_p x^p + M^0_i x^i = 0, \quad (2.10)$$

а плоскость Картана $\mathcal{K}_m(\nu^\alpha_n)(A_0)$ уравнениями

$$x^\alpha = \nu^\alpha_n x^n, \quad x^0 - \psi^0_n x^n + M^0_a x^a = 0. \quad (2.11)$$

Библиографический список

1. П о п о в Ю.И. Основы теории трехсоставных распределений проективного пространства / Калинингр. ун-т. Калининград, 1990. 181с. Библиогр. 149 назв. Деп. в ВИНИТИ 5.11.90. №5625-В90 Деп.

2. В о л к о в а С.Ю. $\mathcal{R}(\Lambda,L)$-распределения проективного пространства // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Межвуз. темат. сб. науч. тр. / Калинингр. ун-т. Калининград, 1991. Вып.21. С.23-35.

3. Л а п т е в Г.Ф., О с т и а н у Н.М. Распределения m-мерных линейных элементов в пространстве проективной связности // Тр. геометр. семинара / ВИНИТИ. М., 1971. Т.3. С.49-94.

4. С т о л я р о в А.В. Проективно-дифференциальная геометрия регулярного гиперполосного распределения m-мерных линейных элементов // Проблемы геометрии / ВИНИТИ. М., 1975. Т.7. С.117-151.

5. П о п о в Ю.И. Трехсоставные регулярные распределения $\mathcal{H}^{\tau}_{m,n-1}$ проективного пространства / Калинингр. ун-т. Калининград, 1982. 126с. Библиогр. 20 назв. Деп. в ВИНИТИ 16.12.82. №6192-82.

6. П о п о в Ю.И. Скомпонованные трехсоставные распределения проективного пространства // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Межвуз. темат. сб. науч. тр. / Калинингр. ун-т. Калининград, 1989. Вып.20. С.73-96.

7. О с т и а н у Н.М. Распределение гиперплоскостных элементов в проективном пространстве // Тр. геометр. семинара / ВИНИТИ. М., 1973. Т.4. С.71-120.

УДК 514.763

ОБ ОБЪЕКТЕ КРИВИЗНЫ-КРУЧЕНИЯ СВЯЗНОСТИ КАРТАНА, АССОЦИИРОВАННОЙ С ОБЫКНОВЕННОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ ВЫСШЕГО ПОРЯДКА

В.И.Г л и з б у р г

(Московский государственный педагогический университет)

Рассматривается обыкновенная дифференциальная система высшего порядка $p>2$:

$$\frac{d^p x^a}{(dx^1)^p} = S^a\left(x^\kappa, \frac{dx^b}{dx^1}, \ldots, \frac{d^{p-1}x^b}{(dx^1)^{p-1}}\right); \ i,\kappa=\overline{1,n}; \ a,b,c=\overline{2,n}; \ p=3,4\ldots, \quad (1)$$