Т е о р е м а 4. Линии Γ_{p*}, Γ тогда и только тогда сопряжены на поверхности (P), когда существует аффинное расслоение от прямолинейной конгруэнции (PP^*) к семейству касательных плоскостей поверхности (P).

Д о к а з а т е л ь с т в о. Уравнение асимптотических линий поверхности (P) имеет вид $k(\omega^1)^2+2\ell\omega^1\omega^2+m(\omega^2)^2=0$. I) Пусть линии Γ_{p*}, Γ сопряжены на поверхности (P), т.е. $\ell=0$. Тогда условие указанного аффинного расслоения $\omega_3^i \wedge \omega_i^3=0$ удовлетворяется тождественно. 2) Пусть существует аффинное расслоение от прямолинейной конгруэнции (PP^*) к семейству касательных плоскостей поверхности (P), т.е. выполняется условие $\omega_3^i \wedge \omega_i^3=0$ или $a\ell=0$. Так как $a\neq 0$, то $\ell=0$ и линии Γ_{p*}, Γ в этом случае сопряжены на поверхности (P).

Библиографический список

I. М а л а х о в с к и й В.С. О вырожденных конгруэнциях пар фигур в трехмерном проективном пространстве//Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Сб.науч.тр./Калинингр. ун-т. Калининград. 1973. Вып.3. С.41-50.

УДК 514.76

О СВЯЗИ СВЯЗНОСТИ В РАССЛОЕНИИ, АССОЦИИРОВАННОМ С МНОГООБРАЗИЕМ ОБОБЩЕННЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С ПРОСТРАНСТВОМ ЛИНЕЙНОЙ СВЯЗНОСТИ

В.Н. Х у д е н к о
(Калининградский ун-т)

В проективном пространстве P_n рассматривается связность Γ в главном расслоении $G(B_h^*)$, ассоциированном с h-мерным многообразием обобщенных пространственных элементов (L_ℓ, L_{p+1}) [1]. Исследуется связь с пространством линейной связности. Доказано, что ассоциированное расслоение с фундаментально-групповой связностью можно рассматривать как пространство линейной связности специального типа.

Как показано в [1], система дифференциальных уравнений h-параметрического многообразия B_h^* обобщенных пространственных элементов [2] записывается в виде

$$\omega_\mu^{\bar a} = M_{\mu i}^{\bar a}\tau^i, \quad \omega_\mu^a = \Lambda_{\mu i}^a \tau^i, \quad \omega_{\bar b}^a = \Lambda_{\bar b i}^a \tau^i, \qquad (I)$$

где τ^i - параметрические формы. Здесь и в дальнейшем индексы принимают значения

$$i,j = 1,2,\dots,h; \qquad \mu,\nu,\eta = 1,2,\dots,\ell+1;$$

$$\bar a,\bar b,\bar c = \ell+1,\ell+2,\dots,p+2; \quad a,b,c = p+3,p+4,\dots,n+1.$$

С многообразием B_h^* ассоциируется главное расслоенное пространство $G(B_h^*)$, базой которого является многообразие B_h^*, а типовым слоем - подгруппа стационарности обобщенного пространственного элемента (L_ℓ, L_{p+1}). В главном расслоенном пространстве задается связность по Г.Ф.Лаптеву с помощью поля объекта связности [I]: $\Gamma=\{\Gamma_{\mu i}^\nu, \Gamma_{\bar b i}^\nu, \Gamma_{b i}^\nu, \Gamma_{\bar b i}^{\bar a}, \Gamma_{b i}^{\bar a}, \Gamma_{b i}^a\}$.

Структурные уравнения ассоциированного расслоения с фундаментально-групповой связностью [3] можно представить в следующем виде:

$$\begin{cases} \mathcal{D}\tilde\omega_\mu^\nu = \tilde\omega_\mu^\eta \wedge \tilde\omega_\eta^\nu + R_{\mu ij}^\nu \tau^i\wedge\tau^j, \\ \mathcal{D}\tilde\omega_a^b = \tilde\omega_a^c \wedge \tilde\omega_c^b + R_{aij}^b \tau^i\wedge\tau^j, \\ \mathcal{D}\tilde\omega_{\bar a}^{\bar b} = \tilde\omega_{\bar a}^{\bar c} \wedge \tilde\omega_{\bar c}^{\bar b} + R_{\bar a ij}^{\bar b} \tau^i\wedge\tau^j, \\ \mathcal{D}\omega_{\bar b}^\nu = \tilde\omega_{\bar b}^\mu \wedge \tilde\omega_\mu^\nu + \tilde\omega_{\bar b}^{\bar a}\wedge\tilde\omega_{\bar a}^\nu + R_{\bar b ij}^\nu \tau^i\wedge\tau^j, \\ \mathcal{D}\tilde\omega_b^\nu = \tilde\omega_b^\mu \wedge \tilde\omega_\mu^\nu + \tilde\omega_b^{\bar a}\wedge\tilde\omega_{\bar a}^\nu + \tilde\omega_b^a\wedge\tilde\omega_a^\nu + R_{bij}^\nu \tau^i\wedge\tau^j, \\ \mathcal{D}\tilde\omega_b^{\bar a} = \tilde\omega_b^{\bar b} \wedge \tilde\omega_{\bar b}^{\bar a} + \tilde\omega_b^a\wedge\tilde\omega_a^{\bar a} + R_{bij}^{\bar a} \tau^i\wedge\tau^j, \end{cases} \qquad (2)$$

где компоненты объекта кривизны выражаются по формулам

$$R_{\mu ij}^\nu = \Gamma_{\mu i}^\eta \Gamma_{\eta j}^\nu + \Gamma_{\mu ij}^\nu,$$

$$R_{aij}^b = \Gamma_{aij}^b + \Gamma_{ai}^c \Gamma_{cj}^b,$$

$$R_{\bar a ij}^{\bar b} = \Gamma_{\bar a ij}^{\bar b} + \Gamma_{\bar a i}^{\bar c} \Gamma_{\bar c j}^{\bar b},$$

$$R_{\bar b ij}^\nu = \Gamma_{\bar b i}^\mu \Gamma_{\mu j}^\nu + \Gamma_{\bar b i}^{\bar a}\Gamma_{\bar a j}^\nu + \Lambda_{\bar b i}^a \Gamma_{aj}^\nu + \Gamma_{\bar b ij}^\nu,$$

$$R_{bij}^\nu = \Gamma_{bi}^{\bar a}\Gamma_{\bar a j}^\nu + \Gamma_{bi}^a \Gamma_{aj}^\nu + \Gamma_{bi}^\mu \Gamma_{\mu j}^\nu + \Gamma_{bij}^\nu,$$

$$R_{bij}^{\bar a} = \Gamma_{bi}^\mu M_{\mu j}^{\bar a} + \Gamma_{bi}^{\bar b}\Gamma_{\bar b j}^{\bar a} + \Gamma_{bi}^a \Gamma_{aj}^{\bar a} + \Gamma_{bij}^{\bar a}.$$