ТРУДЫ КАЛИНИНГРАДСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

1971

вып 2.

АНДРЕЕВ Б.А.

О ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ СООТВЕТСТВИЙ МЕЖДУ ПРОСТРАНСТВОМ ПАР (p,q) И ТОЧЕЧНЫМ ПРОСТРАНСТВОМ.

В работе продолжается начатое в [4] изучение локально бие
тивного соответствия двух пространств: точечного проективного
пространства P_N и пространства $R(F)$ пар фигур $F=(p,q)$

§ I. Введение.

В [4] пара F определялась как пара фигур, состоящая из н
вырожденной гиперквадрики q n-мерного проективного прост
ранства P_n и неинцидентной ей точки p. Размерность N прос
ранства P_N равна рангу пары F ([I], стр. I8I). Соответст
задавалось при помощи дифференцируемого локально биективного
отображения f. Пусть $\Omega^{\mathcal{K}'}_{\mathcal{J}'}$ и $\omega^{j'}_{i'}$ $(\mathcal{J}',\mathcal{K}',\ldots=0,1,\ldots N;\ i',j',\ldots=0,1,\ldots$
компоненты инфинитезимальных перемещений реперов пространст
P_N и P_n; разместив соответствующим образом вершины реперов
приводим уравнение гиперквадрики q и систему дифференциа
ных уравнений отображения f, соответственно, к виду:

$$a_{ij}x^i x^j+(x^0)^2=0 \quad (i,j,\ldots=1,2,\ldots,n),$$

$$\nabla a_{ij}=\Lambda_{ij\mathcal{J}}\Omega^{\mathcal{J}}_0,\ \omega^i_0=\Lambda^i_{\mathcal{J}}\Omega^{\mathcal{J}}_0,\ \omega^0_i=\Lambda_{i\mathcal{J}}\Omega^{\mathcal{J}}_0;\ (\mathcal{J},\mathcal{K},\ldots=1,2,\ldots,N),$$

где ∇ - символ ковариантного дифференцирования, так что, например:

$$\nabla E^j_{i\mathcal{J}}\equiv dE^j_{i\mathcal{J}}-E^j_{k\mathcal{J}}(\omega^k_i-\delta^k_i\omega^0_0)-E^j_{i\mathcal{L}}(\Omega^{\mathcal{L}}_{\mathcal{J}}-\delta^{\mathcal{L}}_{\mathcal{J}}\Omega^0_0)+E^k_{i\mathcal{J}}(\omega^j_k-\delta^j_k\omega^0_0).$$

Если ковариантное дифференцирование при фиксированных первичных параметрах обозначить символом $\overset{\circ}{\nabla}$, то законы преобразований систем величин: $\Gamma_0=\{a_{ij}\}$, $\overset{(1)}{\Gamma}_1=\{\Lambda_{ij\mathcal{J}}\}$, $\overset{(2)}{\Gamma}_1=\{\Lambda^i_{\mathcal{J}}\}$, $\overset{(3)}{\Gamma}_1=\{\Lambda_{i\mathcal{J}}\}$ запишутся в виде:

$$\overset{\circ}{\nabla}a_{ij}=0,\ \overset{\circ}{\nabla}\Lambda_{ij\mathcal{J}}=0,\ \overset{\circ}{\nabla}\Lambda^i_{\mathcal{J}}=0,\ \overset{\circ}{\nabla}\Lambda_{i\mathcal{J}}=0, \quad (1.3)$$

откуда следует, что $\Gamma_0,\overset{(1)}{\Gamma}_1,\overset{(2)}{\Gamma}_1,\overset{(3)}{\Gamma}_1$ являются тензорами.

Система величин $\Gamma_1=\{\Gamma_0,\overset{(1)}{\Gamma}_1,\overset{(2)}{\Gamma}_1,\overset{(3)}{\Gamma}_1\}$ образует фундаментальный геометрический объект первого порядка отображения f.
Полученный путем продолжения Γ_1 фундаментальный объект второго порядка $\Gamma_2=\{\Gamma_1,\Lambda_{ij\mathcal{J}\mathcal{K}},\Lambda^i_{\mathcal{J}\mathcal{K}},\Lambda_{i\mathcal{J}\mathcal{K}}\}$ с законом преобразования (I.3) и

$$\overset{\circ}{\nabla}\Lambda_{ij\mathcal{J}\mathcal{K}}=-\Lambda_{ij(\mathcal{J}}\Pi^0_{\mathcal{K})},\ \overset{\circ}{\nabla}\Lambda^i_{\mathcal{J}\mathcal{K}}=-\Lambda^i_{(\mathcal{J}}\Pi^0_{\mathcal{K})},\ \overset{\circ}{\nabla}\Lambda_{i\mathcal{J}\mathcal{K}}=-\Lambda_{i(\mathcal{J}}\Pi^0_{\mathcal{K})} \quad (1.4)$$

имеет системы величин $\overset{(1)}{\Gamma}_2=\{\overset{(1)}{\Gamma}_1,\Lambda_{ij\mathcal{J}\mathcal{K}}\}$, $\overset{(2)}{\Gamma}_2=\{\overset{(2)}{\Gamma}_1,\Lambda^i_{\mathcal{J}\mathcal{K}}\}$ и $\overset{(3)}{\Gamma}_2=\{\overset{(3)}{\Gamma}_1,\Lambda_{i\mathcal{J}\mathcal{K}}\}$ своими подобъектами. Здесь и в дальнейшем выражение $a_{(\mathcal{J}}b_{\mathcal{K})}$ означает $a_{\mathcal{J}}b_{\mathcal{K}}+a_{\mathcal{K}}b_{\mathcal{J}}$. В [4] доказано, что Γ_2 является основным объектом ([2], стр. 346) отображения f.

§ 2. Ассоциированные образы I-го порядка.

Найдем инвариантно присоединенный геометрический образ, определяемый в P_N тензором $\overset{(2)}{\Gamma}_1$, и выясним его геометрическую характеристику. Пусть точке $P^*=P+dP$ пространства P_N соответствует точка $f(P^*)$ из окрестности точки $p=f(P)$ пространства P_n.

Определение I. Будем говорить, что точка P^* лежит на F_2-нулевом направлении, если

$$f(P^*) = f(P).$$

Т е о р е м а I. Система линейных однородных уравнени

$$\Phi^i \equiv \Lambda^i_\gamma X^\gamma = 0$$

задает в P_N инвариантную $(N-n)$ -плоскость, состоящую из пр
F_2- нулевых направлений.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Инвариантность $(N-n)$-плос
(2.I) следует из равенства:

$$\delta\Phi^i = -\Phi^j \pi^i_j + \Phi^i(\pi^0_0 - \Pi^0_0 + \theta),$$

где θ -полный дифференциал. Фиксация точки P означает: $\omega^i_0 = 0$. Условия : $\Lambda^i_\gamma \Omega^\gamma_0 = 0$, налагаемые при этом на компонен dP , показывают , что точка $\bar{P}^* = (1+\Omega^0_0)\bar{P} + \Omega^\gamma_0 \bar{R}_\gamma$ принадлежит $(N-n)$ —плоскости (2.I).

О п р е д е л е н и е 2. Инвариантная $(N-n)$-плоскост называется F_2 -нулевым подпространством.

З а м е ч а н и е. Тензоры $\overset{(2)}{\Gamma}_1$ и $\overset{(3)}{\Gamma}_1$, задают в P_N инвар ные подпространства:

$$\Lambda_{ij\gamma}X^\gamma = 0, \quad \Lambda_{i\gamma}X^\gamma = 0$$

размерностей $N - C^2_{n+1}$ и $N-n$. Они называются соответст F_1- и F_3-нулевыми подпространствами.

Биективность рассматриваемого отображения f , задаваe системой дифференциальных уравнений (I.2), позволяет опре обратное отображение f^* :

$$\Omega^\gamma_0 = V^\gamma_i\omega^i_0 + V^{\gamma i}\omega^0_i + V^{\gamma ij}\nabla a_{ij},$$

$$V^{\gamma ij} = V^{\gamma ji}.$$

При этом все коэффициенты $V^\gamma_i, V^{\gamma i}, V^{\gamma ij}$ являются ч компоненты фундаментального объекта Γ_1 , являясь ко ми матрицы преобразования (2.I), которая должна быть о

атрицы преобразования (I.I). Из последнего условия получаем
ющие соотношения:

$$\Lambda^i_\gamma V^\varkappa_i + \Lambda_{i\gamma}V^{\varkappa i} + \Lambda_{ij\gamma}V^{\varkappa ij} = \delta^\varkappa_\gamma; \qquad (2.5)$$

$$\Lambda^i_\gamma V^\gamma_j = \delta^i_j, \quad \Lambda_{i\gamma}V^{\gamma j} = \delta^j_i, \quad \Lambda_{ij\gamma}V^{\gamma kl} = \frac{1}{2}\delta^k_{(i}\delta^l_{j)}; \qquad (2.6)$$

$$\left.\begin{aligned} &\Lambda_{i\gamma}V^\gamma_j = 0, \ \Lambda_{ij\gamma}V^{\gamma k} = 0, \ \Lambda^i_\gamma V^{\gamma kl} = 0, \\ &\Lambda^i_\gamma V^{\gamma j} = 0, \ \Lambda_{i\gamma}V^{\gamma kl} = 0, \ \Lambda_{ij\gamma}V^\gamma_k = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (2.7)$$

ифференцируя соотношение (2.5) и используя дифференциальные нения (I.3) и соотношения (2.5)-(2.7), находим:

$$\overset{\circ}{\nabla} V^\gamma_i = 0, \quad \overset{\circ}{\nabla} V^{\gamma i} = 0, \quad \overset{\circ}{\nabla} V^{\gamma ij} = 0. \qquad (2.8)$$

з (2.8) следует, что системы величин $V^\gamma_i, V^{\gamma i}, V^{\gamma ij}$ ются тензорами.

е о р е м а 2. Тензор V^γ_i определяет в P_N инвариантную -плоскость, которая является пересечением F_1 -нулевого и -нулевого подпространств.

о к а з а т е л ь с т в о. Зададим n-плоскость её теку точкой следующим образом:

$$\bar{A}_{\sigma,\sigma^i} = \sigma\bar{P} + \sigma^i V^\gamma_i \bar{R}_\gamma. \qquad (2.9)$$

ариантность этой n -плоскости следует из равенства:

$$\bar{A}_{\sigma,\sigma^i} + \delta\bar{A}_{\sigma,\sigma^i} = \bar{A}_{\tau,\tau^i},$$

где

$$\tau=\sigma+\delta\sigma+\sigma\Pi^{\circ}_{\circ}+\sigma^{i}V^{\gamma}_{i}\Pi^{\circ}_{\gamma},\quad \tau^{i}=\sigma^{i}+\delta\sigma^{i}+\sigma^{i}(\Pi^{\circ}_{\circ}-\pi^{\circ}_{\circ})+\sigma^{j}\pi$$

Пусть точка

$$\bar{P}^{*}=\bar{P}+d\bar{P}=(1+\Omega^{\circ}_{\circ})\bar{P}+\Omega^{\gamma}_{\circ}\bar{R}_{\gamma}$$

принадлежит F_1-нулевому и F-нулевому подпространствам,т

есть выполняются равенства:

$$\Lambda_{ij\gamma}\Omega^{\gamma}_{\circ}=0,\quad \Lambda_{i\gamma}\Omega^{\gamma}_{\circ}=0.$$

Тогда ,учитывая (2.3) получаем :

$$\bar{P}^{*}=(1+\Omega^{\circ}_{\circ})\bar{P}+(V^{\gamma}_{i}\Lambda^{i}_{\varkappa}+V^{\gamma i}\Lambda_{i\varkappa}+V^{\gamma ij}\Lambda_{ij\varkappa})\Omega^{\varkappa}_{\circ}\bar{R}_{\gamma}=$$
$$=(1+\Omega^{\circ}_{\circ})\bar{P}+\Lambda^{i}_{\varkappa}\Omega^{\varkappa}_{\circ}V^{\gamma}_{i}\bar{R}_{\gamma},$$

то есть $\bar{P}^{*}$ принадлежит n-плоскости (2.9).Справедливост теоремы теперь следует из того факта,что размерность пересеч ния F_1- и F_3- нулевого подпространств не может быть меньше $N-(C^{2}_{n+1}+n)=n$,то есть размерности n-плоскости (2.9).

О п р е д е л е н и е 3. Инвариантная n-плоскость (2.9)е называется F_2-подпространством.

З а м е ч а н и е . Подобным образом тензоры $V^{\gamma ij}$ и $V^{\gamma i}$ оп делят F_1 и F_3 -подпространства,для которых справедливы те мы,аналогичные теореме 2.

Введем тензоры:

$$\overset{1}{J}{}^{\varkappa}_{\gamma}=\Lambda_{ij\gamma}V^{\varkappa ij},\quad \overset{2}{J}{}^{\varkappa}_{\gamma}=\Lambda^{i}_{\gamma}V^{\varkappa}_{i},\quad \overset{3}{J}{}^{\varkappa}_{\gamma}=\Lambda_{i\gamma}V^{\varkappa i};\qquad (2$$

$$\overset{\circ}{\nabla}\overset{a}{J}{}^{\varkappa}_{\gamma}=0\quad (a=1,2,3).\qquad (2$$

Из соотношений (2.1)-(2.5),(2.10) вытекают следующие теор

Т е о р е м а 3. Тензоры $\overset{a}{J}{}^{\varkappa}_{\gamma}$,обладают свойствами:

$$\overset{1}{J}{}^{\gamma}_{\gamma}=C^{2}_{n+1},\quad \overset{2}{J}{}^{\gamma}_{\gamma}=n,\quad \overset{3}{J}{}^{\gamma}_{\gamma}=n;\qquad (2$$

$$\overset{a}{J}{}^{\lambda}_{\gamma}\overset{a}{J}{}^{\varkappa}_{\lambda}=\overset{a}{J}{}^{\varkappa}_{\gamma};\quad \sum_{a=1}^{3}\overset{a}{J}{}^{\varkappa}_{\gamma}=\delta^{\varkappa}_{\gamma}.\qquad (2$$

Т е о р е м а 4. F_a-нулевое подпространство задается равнениями:

$$\overset{a}{J}{}^{\varkappa}_{\gamma}X^{\gamma}=0.\qquad (2.14)$$

Т е о р е м а 5. F_a-подпространство задается уравнениями:

$$\overset{a}{J}{}^{\varkappa}_{\gamma}X^{\gamma}=X^{\varkappa}.\qquad (2.15)$$

§ 3. F_a-характеристические направления.

Объект второго порядка $\overset{(2)}{\Gamma}_2$ определяет в P_N инвариантное ногообразие,задаваемое системой уравнений:

$$\Lambda^{i}_{\gamma\varkappa}X^{\gamma}X^{\varkappa}-2\Lambda^{i}_{\gamma}X^{\gamma}(X^{\circ}+\sigma)=0.\qquad (3.1)$$

Действительно,обозначив левые части уравнений (3.1) через Φ^{i}_{σ} ,имеем:

$$\Phi^{i}_{\sigma}+\delta\Phi^{i}_{\sigma}=(1+\pi^{\circ}_{\circ}-2\Pi^{\circ}_{\circ}+2\Theta)\Phi^{i}_{\tau}-\Phi^{j}_{\tau}\pi^{i}_{j}\qquad (3.2)$$

$$\tau=\sigma+\delta\sigma-\sigma(\Theta-\Pi^{\circ}_{\circ}),$$

Θ—полный дифференциал.Многообразие (3.1) представляет собой онус,образующими которого являются связки $\{P\}$,а направляющей-нвариантная $(N-n)$-мерная алгебраическая поверхность,задаваемая системой (3.1) при $\sigma=0$,и имеющая порядок $\nu\leq 2^{n}$.

О п р е д е л е н и е 4. $(N-n+1)$-мерный конус (3.1) называется F_2-характеристическим конусом.

О п р е д е л е н и е 5. Элемент второго порядка $\{P,dP,d^{2}P\}$ азывается инфлексионным,если точки: $P,dP,d^{2}P$ лежат на одной рямой.

О п р е д е л е н и е 6. Пусть точке $\bar{P}^{*}=\bar{P}+d\bar{P}+\frac{1}{2}d^{2}\bar{P}+\ldots$ пространства P_N соответствует точка $\bar{p}^{*}=\bar{p}+d\bar{p}+\frac{1}{2}d^{2}\bar{p}+\ldots$ из P_n Будем говорить,что $P+dP$ лежит на F_2-характеристическом направлении,если из того,что $\{P,dP,d^{2}P\}$ —инфлексионный элемент, следует, что и $\{\dot{p}, d\dot{p}, d^2\dot{p}\}$ — также инфлексионный.

Введенное понятие в известном смысле обобщает понятие хара[ктеристического] направления из теории точечных соответствий ([3], стр. 69).

Среди образующих конуса (3.I) особое место занимают те, кот[о]рые касаются направляющей поверхности в точке P, а не пересе[ка]ют её. Множество точек этих образующих выделяется из систем[ы] (3.I) при $\sigma = \infty$, откуда видно, что оно совпадает с F_2-нуле[]вым подпространством.

Т е о р е м а 6. Каждое F_2-нулевое направление являет[ся] F_2-характеристическим.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Потребуем, чтобы точка $\bar{P}^*$ с [то]чностью до первого порядка малости лежала в F_2-нулевом по[д]пространстве, тогда для соответствующей ей точки $\bar{p}^* = \bar{p} + d\bar{p} + \frac{1}{2}d[^2\bar{p}]$ получаем: $d\bar{p} = \omega^0_0 \bar{p}$, откуда следует, что любой элемент в[то]рого порядка $\{\bar{p}, d\bar{p}, d^2\bar{p}\}$ при этом условии тривиальным обр[а]зом становится инфлексионным.

Т е о р е м а 7. Совокупность прямых F_2-характеристичес[ких] направлений образует F_2-характеристический конус (3.I)

Д о к а з а т е л ь с т в о. Принадлежность точки $P + d[P]$ F_2-характеристическому направлению означает, согласно опре[деле]нию 6:

$$d^2\bar{P} = \lambda\bar{P} + \eta\, d\bar{P}, \quad d^2\bar{p} = \tilde{\lambda}\bar{p} + \tilde{\eta}\, d\bar{p}, \qquad (\ldots$$

где

$$d\bar{P} = \Omega^0_0 \bar{P} + \Omega^{\jmath}_0 \bar{R}_{\jmath}, \quad d^2\bar{P} = (d\Omega^0_0 + \Omega^{\jmath'}_0 \Omega^0_{\jmath'})\bar{P} + (d\Omega^{\jmath}_0 + \Omega^{\varkappa'}_0 \Omega^{\jmath}_{\varkappa'}) \ldots$$

$$d\bar{p} = \omega^0_0 \bar{p} + \Lambda^i_{\jmath}\Omega^{\jmath}_0 \bar{r}_i, \quad d^2\bar{p} = (d\omega^0_0 + (\omega^0_0)^2 + \Lambda^i_{\jmath}\Omega^{\jmath}_0 \omega^0_i)\bar{p} +$$

$$+(\Lambda^i_{\jmath} d\Omega^{\jmath}_0 - \Omega^0_0 \Lambda^i_{\jmath}\Omega^{\jmath}_0 + 2\omega^0_0 \Lambda^i_{\jmath}\Omega^{\jmath}_0 - \Lambda^i_{\jmath}\Omega^{\jmath}_{\varkappa}\Omega^{\varkappa}_0 + \Lambda^i_{\jmath\varkappa}\Omega^{\jmath}_0\Omega \ldots$$

Отсюда получаем соотношения для координат точки $\bar{P} + d\bar{P}$:

$$\Lambda^i_{\jmath\varkappa}\Omega^{\jmath}_0\Omega^{\varkappa}_0 + 2\Lambda^i_{\jmath}\Omega^{\jmath}_0\omega^0_0 = (\tilde{\eta} + \eta)\Lambda^i_{\jmath}\Omega^{\jmath}_0. \qquad (3.4)$$

Она удовлетворяет (3.I) при $\sigma = \frac{1}{2}(\tilde{\eta} - \eta)\Lambda^i_{\jmath}\Omega^{\jmath}_0$ и, с другой стороны, если $\bar{P} + d\bar{P}$ лежит на конусе (3.I), выполняется (3.4) при соответствующем значении $\tilde{\eta}$, что делает совместной систему (3.3).

О п р е д е л е н и е 7. Элемент второго порядка $\{P, dP, d^2P\}$ называется F_2-инфлексионным, если точки P, dP, d^2P лежат в 2-плоскости, имеющей с F_2-нулевым подпространством пересечение ненулевой размерности.

Т е о р е м а 8. Условие инфлексионности элемента $\{P, dP, d^2P\}$ в определении 6 можно заменить более слабым условием F_2-инфлексионности.

Д о к а з а т е л ь с т в о. По предыдущему определению первое из условий (3.3) заменяется на

$$d^2\bar{P} = \lambda\bar{P} + \eta\, d\bar{P} + X^{\jmath}\bar{R}_{\jmath},$$

причем

$$\Lambda^i_{\jmath}X^{\jmath} = 0.$$

Однако измененные условия (3.3) приводят к тем же соотношениям (3.4), так что доказываемая теорема следует из предыдущей.

З а м е ч а н и е. Аналогично вводятся понятия F_1- и F_3-характеристических направлений, которые выделяются образующими F_1- и F_3-характеристических конусов:

$$\Lambda_{ij\jmath\varkappa}X^{\jmath}X^{\varkappa} - 2\Lambda_{ij\jmath}X^{\jmath}(X^0 + \sigma) = 0; \quad \Lambda_{i\jmath\varkappa}X^{\jmath}X^{\varkappa} - 2\Lambda_{i\jmath\varkappa}X^{\jmath}(X^0 + \sigma) = 0. \quad (3.5)$$

Они задаются в P_N объектами второго порядка $\overset{(1)}{\Gamma}_2$ и $\overset{(3)}{\Gamma}_2$.

О п р е д е л е н и е 8. F_a-характеристические направления, лежащие в F_a-подпространстве, называются собственно F_a-характеристическими.

О п р е д е л е н и е 9. Направления, являющиеся одновременно

F_1-, F_2- и F_3- характеристическими, называются вполне характеристическими направлениями.

Введем системы величин:

$$\overset{1}{\Gamma}{}^{\mathcal{L}}_{yx} = \Lambda_{ijyx} V^{\mathcal{L}ij}, \quad \overset{2}{\Gamma}{}^{\mathcal{L}}_{yx} = \Lambda^{i}_{yx} V^{\mathcal{L}}_{i}, \quad \overset{3}{\Gamma}{}^{\mathcal{L}}_{yx} = \Lambda_{iyx} V^{\mathcal{L}i}, \tag{3.6}$$

$$\overset{\circ}{\nabla} \overset{a}{\Gamma}{}^{\mathcal{L}}_{yx} = -\overset{a}{\mathcal{J}}{}^{\mathcal{L}}_{(y} \overset{\circ}{\Pi}_{x)} . \tag{3.7}$$

Из соотношений **(2.11)** и **(3.7)** следует, что системы величин $\{\overset{a}{\Gamma}{}^{\mathcal{L}}_{yx}, \overset{a}{\mathcal{J}}{}^{x}_{y}\}$ образуют геометрические объекты.

Компоненты объекта:

$$\overset{2}{\Pi}{}^{\mathcal{L}}_{yx} = \overset{2}{\Gamma}{}^{\mathcal{L}}_{yx} - \frac{1}{n} \overset{2}{\mathcal{J}}{}^{\mathcal{L}}_{(y} \overset{2}{\Gamma}{}^{R}_{x)R} + \frac{1}{n(n+1)} \overset{2}{\mathcal{J}}{}^{\mathcal{L}}_{(y} \overset{2}{\mathcal{J}}{}^{s}_{x)} \overset{2}{\Gamma}{}^{R}_{sR}, \tag{3.8}$$

$$\overset{2}{\Pi}{}^{x}_{yx} = 0, \quad \overset{\circ}{\nabla} \overset{2}{\Pi}{}^{\mathcal{L}}_{yx} = 0 \tag{3.9}$$

не изменяются при любых проективных преобразованиях P_n и преобразуются по тензорному закону в P_N, то есть ведут себя как компоненты проективной связности в теории точечных соответствий ([3], стр. 90).

О п р е д е л е н и е 10. Тензор $\overset{2}{\Pi}{}^{\mathcal{L}}_{yx}$ называется объектом **F_2-связности.**

Аналогично вводятся F_1- и F_3-связности.

Система величин:

$$\Gamma^{\mathcal{L}}_{yx} = \sum_{a=1}^{3} \overset{a}{\Gamma}{}^{\mathcal{L}}_{yx}, \quad \overset{\circ}{\nabla} \Gamma^{\mathcal{L}}_{yx} = -\delta^{\mathcal{L}}_{(y} \Pi_{x)} \tag{3.10}$$

образует квазитензор ([2], стр. 297).

О п р е д е л е н и е 11. Квазитензор $\Gamma^{\mathcal{L}}_{yx}$ называется объектом полной связности.

Т е о р е м а 9. F_a-характеристические, собственно F_a-характеристические и вполне F_a-характеристические направления определяются, соответственно, системами уравнений:

$$\overset{a}{\Gamma}{}^{\mathcal{L}}_{yx} X^{y} X^{x} - \overset{a}{\mathcal{J}}{}^{\mathcal{L}}_{y} X^{y} (X^{\circ} + \sigma) = 0, \tag{3.11}$$

$$\overset{a}{\Gamma}{}^{\mathcal{L}}_{yx} X^{y} X^{x} - X^{\mathcal{L}} (X^{\circ} + \sigma) = 0, \quad \overset{a}{\mathcal{J}}{}^{x}_{y} X^{y} = X^{x}; \tag{3.12}$$

$$\Gamma^{\mathcal{L}}_{yx} X^{y} X^{x} - \delta^{\mathcal{L}}_{y} X^{y} (X^{\circ} + \sigma) = 0. \tag{3.13}$$

Теорема вытекает из соотношений: (2.15), (3.1), (3.5), (3.6) и (3.10).

Л и т е р а т у р а.

1. В.С.Малаховский, Дифференциальная геометрия многообразий фигур и пар фигур в однородном пространстве. Труды геометрического семинара, т. 2, 1969, ВИНИТИ.

2. Г.Ф.Лаптев, Дифференциальная геометрия погруженных многообразий, Труды Московского математического общества, 2, 1953, ГИТТЛ.

3. В.В.Рыжков, Дифференциальная геометрия точечных соответствий между двумя пространствами. Геометрия, 1963 (Итоги науки, ВИНИТИ) Москва, 1965.

4. Б.А.Андреев, Об одном классе дифференцируемых отображений пространств пар фигур в точечные пространства. Дифференциальная геометрия многообразий фигур, вып. 1. Труды Калининградского университета, 1970.