2. *Долгарев И. А.* Нахождение поверхности в 3-мерном пространстве Галилея по ее квадратичным формам // Изв. вузов. Поволжский регион. Сер. Естественные науки. 2006. № 6(27). С. 68—74.

I. Dolgarew

THE SURFACES OF SPACE OF THE GALILEI OF DIMENSION 3, FACTORS OF WHICH SQUARE-LAW FORMS ARE FUNCTIONS ONLY OF PARAMETER OF TIME OR ONLY SPATIALLY OF SIMILAR PARAMETER

The cases of existence of a surface of classical 3D-space of Galilean space-time of factor of its first square-law form are detected, the aspect of such surfaces is established.

УДК 514.75

Н. А. Елисеева

(Калининградский государственный технический университет)

ИЗУЧЕНИЕ НОРМАЛЬНЫХ СВЯЗНОСТЕЙ, ИНДУЦИРУЕМЫХ В РАССЛОЕНИИ НОРМАЛЕЙ ПЕРВОГО РОДА НА Λ-ПОДРАССЛОЕНИИ H(Π)-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Статья является продолжением работы [1]. Для нормальных связностей, индуцируемых на оснащенном в смысле Нордена — Картана Λ-подрасслоении, найдены условия совпадения и вырождения в одну связность.

В работе используется следующая система индексов:

$K=\overline{1,n}$; $p,q,s,t=\overline{1,r}$; $u,v,w=\overline{r+1,n-1}$; $\hat{u},\ \hat{v}=\overline{r+1,n}$; $\Phi=0,1$; $\Psi=\overline{0,11}$.

Рассмотрим систему форм:

$$\begin{aligned}
&\Theta_v^0=\omega_v^0+\nu_q^0(\nu_n^q\omega_v^n-\omega_v^q)-(\Gamma_{vq}^0\nu_n^q+\Gamma_{vu}^0\lambda_n^u)\omega_0^n+\Gamma_{vK}^0\omega_0^K,\\
&\Theta_n^0=\omega_n^0-\nu_q^0(\nu_{nK}^q\omega_0^K+\lambda_n^v\omega_v^q-\nu_n^q(\nu_n^p\omega_p^n+\lambda_n^v\omega_v^n))+\nu_n^p\omega_p^0+\lambda_n^v\omega_v^0-\\
&-(\Gamma_{nq}^0\nu_n^q+\Gamma_{nu}^0\lambda_n^u)\omega_0^n+\Gamma_{nK}^0\omega_0^K,\\
&\Theta_v^u=\omega_v^u-\lambda_n^u\omega_v^n-\delta_v^u(\omega_0^0-\nu_p^0\omega_0^p+\nu_p^0\nu_n^p\omega_0^n)-(\Gamma_{vq}^u\nu_n^q+\Gamma_{vw}^u\lambda_n^w)\omega_0^n+\Gamma_{vK}^u\omega_0^K,\\
&\Theta_n^u=\lambda_{nK}^u\omega_0^K+\nu_n^p\omega_p^u-\lambda_n^u(\nu_n^p\omega_p^n+\lambda_n^v\omega_v^n)-(\Gamma_{nq}^u\nu_n^q+\Gamma_{nw}^u\lambda_n^w)\omega_0^n+\Gamma_{nK}^u\omega_0^K,\\
&\Theta_v^n=\omega_v^n-(\Gamma_{vq}^n\nu_n^q+\Gamma_{vw}^n\lambda_n^w)\omega_0^n+\Gamma_{vK}^n\omega_0^K,\\
&\Theta_n^n=\omega_n^n+\nu_n^p\omega_p^n+\lambda_n^v\omega_v^n-\omega_0^0+\nu_p^0(\omega_0^p-\nu_n^p\omega_0^n)-(\Gamma_{nq}^n\nu_n^q+\Gamma_{nu}^n\lambda_n^u)\omega_0^n+\Gamma_{nK}^n\omega_0^K.
\end{aligned}\tag{1}$$

Обозначим структурные формы (1) при охватах [1]

$$\begin{aligned}
&\overset{0}{\Gamma}{}_{uv}^n=0, && \overset{1}{\Gamma}{}_{uv}^n=\Lambda_{uv}^n;\\
&\overset{0}{\Gamma}{}_{np}^n=0, && \overset{6}{\Gamma}{}_{np}^n=a_p-\nu_p^0+\Lambda_{qp}^n\nu_n^q,\\
&\overset{1}{\Gamma}{}_{np}^n=\frac{1}{2}(\Lambda_{pn}^n+a_p+\Lambda_{pv}^n\lambda_n^v)+b_{pq}^n\nu_n^q, && \overset{7}{\Gamma}{}_{np}^n=l_p-\nu_p^0+\Lambda_{qp}^n\nu_n^q,\\
&\overset{2}{\Gamma}{}_{np}^n=\frac{1}{2}(\Lambda_{pn}^n+l_p+\Lambda_{pv}^n\lambda_n^v)+b_{pq}^n\nu_n^q, && \overset{8}{\Gamma}{}_{np}^n=e_p-\nu_p^0+\Lambda_{qp}^n\nu_n^q,\\
&\overset{3}{\Gamma}{}_{np}^n=\frac{1}{2}(\Lambda_{pn}^n+e_p+\Lambda_{pv}^n\lambda_n^v)+b_{pq}^n\nu_n^q, && \overset{9}{\Gamma}{}_{np}^n=C_p+3B_p-4\nu_p^0+2b_{pq}^n\nu_n^q,\\
&\overset{4}{\Gamma}{}_{np}^n=\Lambda_{pn}^n+\nu_p^0+\Lambda_{pq}^n\nu_n^q+\Lambda_{pv}^n\lambda_n^v, && \overset{10}{\Gamma}{}_{np}^n=C_p-\nu_p^0+\Lambda_{qp}^n\nu_n^q,\\
&\overset{5}{\Gamma}{}_{np}^n=b_p-\nu_p^0+b_{pq}^n\nu_n^q, && \overset{11}{\Gamma}{}_{np}^n=\Lambda_{pq}^n T_n^q,\ \Lambda_{[pq]}^n=0
\end{aligned}$$

соответственно через $\overset{\Phi\Psi}{\Theta}{}_{\hat{u}}^0$, $\overset{\Phi\Psi}{\Theta}{}_{\hat{u}}^{\hat{v}}$. В работе [1] показано, что на оснащенном в смысле Нордена — Картана Λ-подрасслоении в расслоении его нормалей 1-го рода индуцируются 24 нормальные связности $\overset{\Phi\Psi}{\nabla}{}^{\perp}$, задаваемые системами слоевых форм $\{\overset{\Phi\Psi}{\Theta}{}_{\hat{u}}^0, \overset{\Phi\Psi}{\Theta}{}_{\hat{u}}^{\hat{v}}\}$.

Приведем некоторые условия совпадения нормальных связностей, индуцируемых Λ-подрасслоением.

Теорема 1. *Нормальные связности* $\overset{\Phi A}{\nabla}{}^{\perp}(A=\overline{1,3})$ *и* $\overset{\Phi 0}{\nabla}{}^{\perp}$, *индуцируемые на оснащенном в смысле Нордена — Картана*

Λ*-подрасслоении, совпадают тогда и только тогда, когда поле нормалей первого рода* N_{n-r} *определяется, соответственно, полями квазитензоров* $\underset{1}{H}{}^{p}_{n}$, $\underset{2}{H}{}^{p}_{n}$, $\underset{3}{H}{}^{p}_{n}$ *второго порядка:*

$$\underset{1}{H}{}^{p}_{n} = -\frac{1}{2} b^{pt}_{n} \left(\Lambda^{n}_{tn} + a_t + \Lambda^{n}_{tv} \Lambda^{v}_{n} \right), \ \underset{2}{H}{}^{p}_{n} = -\frac{1}{2} b^{pt}_{n} \left(\Lambda^{n}_{tn} + l_t + \Lambda^{n}_{tv} \Lambda^{v}_{n} \right),$$

$$\underset{3}{H}{}^{p}_{n} = -\frac{1}{2} b^{pt}_{n} \left(\Lambda^{n}_{tn} + e_t + \Lambda^{n}_{tv} \Lambda^{v}_{n} \right).$$

Теорема 2. *Индуцируемые на оснащенном в смысле Нордена — Картана* Λ*-подрасслоении нормальные связности* $\overset{\Phi 5}{\nabla}{}^{\perp}$ *и* $\overset{\Phi 0}{\nabla}{}^{\perp}$ *совпадают тогда и только тогда, когда нормализация* Λ*-подрасслоения является взаимной.*

Следствие. *Если оснащенное в смысле Нордена — Картана* Λ*-подрасслоение нормализовано полями нормалей Фубини [2]*

$$\Phi^{p}_{n} = \frac{1}{2} b^{pq}_{n} (C_q + 3B_q - 4b_q), \ \Phi^{0}_{p} = \frac{1}{2} (C_p + 3B_p - 2b_p),$$

а в случае $\Lambda^{n}_{[pq]} = 0$ *— полями нормалей Михэйлеску [3]*

$$M^{p}_{n} = -\frac{1}{2(r+2)} \Lambda^{ps}_{n} b^{qt}_{n} (\Lambda^{n}_{sqt} + \Lambda^{n}_{sq} K_t + \Lambda^{n}_{st} K_q + \Lambda^{n}_{tq} K_s),$$

$$M^{0}_{p} = -(K_p - \frac{1}{2(r+2)} b^{qt}_{n} (\Lambda^{n}_{pqt} + \Lambda^{n}_{pq} K_t + \Lambda^{n}_{pt} K_q + \Lambda^{n}_{tq} K_p)),$$

где $K_p = \Lambda^{n}_{pn} + \Lambda^{n}_{pv} v^{v}_{n}$,

или полями нормалей Вильчинского $W^{p}_{n} = C^{pt} W_{nt}$, $W^{0}_{p} = b_p - b^{n}_{pq} W^{q}_{n}$,

то нормальные связности $\overset{\Phi 5}{\nabla}{}^{\perp}$ *и* $\overset{\Phi 0}{\nabla}{}^{\perp}$ *совпадают.*

Теорема 3. *Индуцируемые на оснащенном в смысле Нордена — Картана* Λ*-подрасслоении нормальные связности* $\overset{\Phi 0}{\nabla}{}^{\perp}$, $\overset{\Phi 5}{\nabla}{}^{\perp}$, $\overset{\Phi 9}{\nabla}{}^{\perp}$ *вырождаются в одну связность тогда и только тогда, когда* Λ*-подрасслоение нормализовано полями нормалей Фубини* $\Phi^{p}_{n}, \Phi^{0}_{p}$.

Теорема 4. *Индуцируемая на оснащенном в смысле Нордена — Картана* Λ*-подрасслоении тройка нормальных связностей* $(\overset{\Phi4}{\nabla}{}^{\perp}, \overset{\Phi6}{\nabla}{}^{\perp}, \overset{\Phi1}{\nabla}{}^{\perp})$ *вырождается в одну связность тогда и только тогда, когда любые две из них совпадают. Аналогичное утверждение имеет место для троек нормальных связностей* $(\overset{\Phi4}{\nabla}{}^{\perp}, \overset{\Phi7}{\nabla}{}^{\perp}, \overset{\Phi2}{\nabla}{}^{\perp})$, $(\overset{\Phi4}{\nabla}{}^{\perp}, \overset{\Phi8}{\nabla}{}^{\perp}, \overset{\Phi3}{\nabla}{}^{\perp})$.

Теорема 5. *На регулярном оснащенном в смысле Нордена — Картана* Λ*-подрасслоении с полем симметрического тензора* Λ^n_{pq} *нормальные связности* $\overset{\Phi11}{\nabla}{}^{\perp}$ *и* $\overset{\Phi0}{\nabla}{}^{\perp}$ *совпадают тогда и только тогда, когда подмногообразие* Λ *коинцидентное.*

Список литературы

1. *Елисеева Н. А.* Нормальные связности, индуцируемые в расслоении нормалей первого рода на Λ-подрасслоении H(П)-распределения // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2006 № 37. С. 44—51.

2. *Столяров А. В.* Проективно-дифференциальная геометрия регулярного гиперполосного распределения m-мерных линейных элементов // Проблемы геометрии / ВИНИТИ. 1975. Т. 7. С. 117—151.

3. *Попов Ю. И.* Трехсоставные регулярные распределения $H^r_{m,n-1}$ проективного пространства. Калининград, 1982. Деп. в ВИНИТИ 16.12.82. № 6192—82.

N. Eliseeva

PROBLEM OF NORMAL CONNECTIONS, INDUCED IN A BUNDLE OF NORMALS OF THE 1-ST KIND ON Λ-SUBBUNDLE OF H(П)-DISTRIBUTION

The coincidence conditions for normal connections induced on equipped in sense of Norden — Cartan Λ-subbundle are found.