# МЕХАНИКА

## УДК 533:532

## Н. Л. Великанов, В. А. Наумов, С. И. Корягин

## ТЕЧЕНИЕ ГАЗА С ДИСПЕРСНОЙ ПРИМЕСЬЮ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ ПРИ ДОЗВУКОВОЙ СКОРОСТИ

Представлены методика и алгоритм расчета динамических характеристик течения газа в цилиндрическом канале при дозвуковой скорости и при наличии дисперсной примеси в газе.

Задача определения динамических характеристик процессов подачи инертных газов, содержащих дисперсные примеси, в ковши и конвертеры используется для повышения точности дозирования инертных газов. Соответствующая краевая задача не имеет аналитического решения. Рассмотрена динамика стационарного течения совершенного газа, содержащего дисперсные примеси, в вертикальном канале. Представлены результаты решения краевой задачи численным методом в среде Mathcad. Показаны итоги исследования изменений параметров газа вдоль канала при различных расходах. Графики представлены в размерных переменных. В частности, исследованы распределенная плотность дисперсной фазы, температура несущей и дисперсной фазы, числа Маха М, Рейнольдса Re, Нуссельта Nu, Стокса St.

In this article, we present a method and an algorithm for calculating the dynamic characteristics of gas flow in a cylindrical channel at a subsonic speed, in the presence of dispersed particles in the gas.

The problem of identifying the dynamic characteristics of dispersed particle-containing inert gas feed into ladles and the converter is used to improve the accuracy of inert gas dosing. The relevant boundary value problem has no analytical solution. We consider the dynamics of a steady flow of a perfect gas containing dispersed particle in a vertical channel. Numerical methods are used to obtain a solution to the boundary value problem in the Mathcad environment. We present the results of a study of changes in gas parameters along the channel at different gas flow rates. The graphs show dimensional variables. We consider the distributed density of the dispersed phase, the temperatures of the carrier and dispersed phases, the Mach number M, the Reynolds number Re, the Nusselt number Nu, and the Stokes number Stk.

Ключевые слова: дисперсная примесь, число Рейнольдса, течение газа.

Keywords: dispersed particles, Reynolds number, gas flow.

#### Ведение

В металлургии широко применяются технологии, предусматривающие обработку металлов инертными газами и порошками в ковшах и конвертерах [1-7]. В статье [3] исследуется процесс перемешивания в ковше углеродистых и низколегированных сталей из конвертеров. С целью получения максимального эффекта общее количество энер-



гии, подаваемой для перемешивания металла в ковше падающим потоком и нагнетаемым газом, должно поддерживаться на непрерывно высоком уровне. Одним из способов достижения этого является увеличение количества закачиваемого газа в течение второго периода работы отвода [3].

Новые исследования в области производства чугуна и стали должны быть ориентированы на компактные, гибкие и экономичные технологии, обеспечивая при этом более высокое качество конечного продукта [4].

Компактные технологии уменьшают число операций между сырьем и готовой сталью. Гибкость технологий позволяет работать более малым сериями, разнообразить продукцию и быстро изменять свойства конечного продукта. Экономические цели направлены на снижение как постоянных затрат (инвестированный капитал), так и переменных (энергия, расходные материалы, персонал).

Затронуты пять направлений [4]:

1) производство стали из жидкого чугуна;

 производство стали из лома или предварительно восстановленной руды;

3) новые технологии плавки лома;

4) прямое восстановление;

5) новые технологии.

Ведется работа по усовершенствованию существующих доменных печей с использованием вдувания пылеугольного топлива с целью сокращения потребления кокса. Фактические ограничения не способствуют созданию новых коксовых мощностей [4].

В статье [5] требования к обработке жидкой стали, содержащейся в конвертере и ковше, рассматриваются с точки зрения поведения газовой струи. Показано, что использование дозвуковой или сверхзвуковой газовой струи для обработки металлов зависит от способа контакта газовой струи с ванной. Обсуждаются также требования к конструкции прохода потока газа с увеличенной дозвуковой или сверхзвуковой скоростью. В этой же работе приведены полученные уравнения, позволяющие рационализировать комбинацию скорости впрыска газа и площади поперечного сечения для подачи кислорода через форсунки в процессах выплавки и комбинированного выплавления стали и ковшовой ее обработки в условиях атмосферного и пониженного давления. Установлено, что для ковшовой обработки жидкой стали можно использовать любую комбинацию скорости впрыска газа и площади поперечного сечения газового инжектора. Скорость впрыска газа для различных металлургических функций ковша при атмосферном и пониженном давлении характеризуется коэффициентом, величина которого определяется максимальной скоростью впрыска газа, проходящего через заданную конфигурацию газового инжектора [5].

Как показали авторы статьи статьи [8], для оптимизации химических реакторов применима вычислительная гидродинамика.

В работе [9] на основе уравнения Пуассона — Больцмана в цилиндрических координатах рассчитана проводимость одной заряженной нанотрубки, заполненной электролитом. Экспериментально исследованы динамика и параметры бифуркации ударной волны, обусловленные взаимодействием отраженной ударной волны с пограничным слоем, в аргоне, воздухе и водородноазотной смеси для чисел Маха 1,3—3,5 в ударной трубке диаметром 76 мм. Измерения проводились при постоянной плотности газа за отраженной ударной волной [10].

#### 1. Исходные уравнения математической модели

Ранее [1] нами было рассмотрено установившееся течение идеального газа в вертикальном канале длины L, диаметра D,  $L \gg D$ , а также установлена температура стенки  $T_w$  канала. Поток предполагался высокоскоростным, дозвуковым, давление на выходе газа равно давлению среды (обратному давлению). Силы гравитации не учитывались.

В данной работе рассматриваются методика и алгоритм расчета динамических характеристик течения газа в цилиндрическом канале при дозвуковой скорости при наличии дисперсной примеси в газе.

Уравнение сохранения массового расхода газа *G*<sub>1</sub> с учетом постоянства площади поперечного сечения трубы *S*:

$$G_1 = \rho_f W_f S = \text{const},$$
  
$$G_f = \frac{G_1}{S} = \rho_f W_f = \text{const},$$

где  $\rho_f$ ,  $W_f$  — средние по сечению плотность и скорость газа соответственно;  $S = \frac{\pi D^2}{4}$ ; D — диаметр трубы.

Уравнение состояния совершенного газа с учетом  $T_f < 1000$  К:

$$P = \rho_f R T_f$$

где R — газовая постоянная, равная универсальной газовой постоянной, деленной на молекулярную массу;  $T_f$  — термодинамическая температура газа (средняя по сечению трубы); P — давление. Координата X направлена по оси трубы в направлении течения.

Система уравнений неизотермического течения газовзвеси в канале (одномерное приближение) при малой объемной доле дисперсной фазы имеет следующий вид [1; 7]:

$$\rho_f W_f \frac{dW_f}{dX} = -\frac{dP}{dX} - \zeta_f \rho_f \frac{W_f^2}{2D} - F,$$

$$\rho_f C_{fV} W_f \frac{dT_f}{dX} = -P \frac{dW_f}{dX} + \zeta_f \rho_f \frac{W_f^2}{2D} W_f + Q_W - Q$$

$$\rho_p W_p \frac{dW_p}{dX} = -\zeta_p \rho_p \frac{W_p^2}{2D} + F,$$

$$\rho_p C_p W_p \frac{dT_p}{dX} = Q_p$$

где  $W_{pr}$ ,  $T_p$  — скорость и термодинамическая температура дисперсной фазы; F — сила межфазного взаимодействия (на единицу объема); Q — интенсивность межфазного теплообмена в единице объема;  $\zeta_f$  — коэф-фициент гидравлических потерь на трение.

### 2. Расчетные формулы

Так как длина трубы L достаточно велика:  $L/D \gg 100$ , — можно не учитывать эффект начального участка трубы и рассчитывать коэффициент гидравлических потерь на трение по формуле Блазиуса:

$$\zeta_f = 0,3164 \,\mathrm{Re}^{-0,25}$$

Тепловой поток через стенки трубы рассчитывается по формуле [8]

$$Q_W = \frac{4St}{D} \rho_f C_{fp} W_f (T_W - T_f),$$

где *С*<sub>*f*</sub>*P* – теплоемкость газа при постоянном давлении.

Число Стэнтона St в трубах при числах Maxa M < 0,8 можно найти по формуле А. А. Гухмана [1]:

$$St = 0,0167 (\text{Re} \text{Pr})^{-0.18} \frac{T_M}{T_W},$$

где *T*<sub>W</sub> — термодинамическая температура стенки трубы; *T*<sub>M</sub> — средняя по сечению трубы температура торможения [2]:

$$T_{M} = T_{f} + 0.5 \frac{W_{f}^{2}}{C_{fP}}.$$

При одномерном движении газовзвеси можно рассчитывать силу межфазного взаимодействия, умножая силу каждой из частиц на их счетную концентрацию, по формуле [1; 7]:

$$F = 3\pi\delta\nu\rho_f^0 f(\operatorname{Re}_{\delta}) \Big( W_f - W_p \Big) n_p, \quad \beta = \frac{18\lambda\nu}{\delta^2} \Gamma, \quad \lambda = \frac{\rho_f^0}{\rho_p^0}. \tag{1}$$

В англоязычной научной литературе, как правило, стандартную кривую сопротивления аппроксимируют зависимостью [1; 11]

$$C_{R}^{0} = \begin{cases} \frac{24}{\text{Re}_{\delta}} (1+0, 15 \,\text{Re}_{\delta}^{0.687}) & \text{при Re}_{\delta} < 1000, \\ 0, 44 & \text{при } 1000 \leqslant \text{Re}_{\delta} < 2 \cdot 10^{5}. \end{cases}$$
(2)

Из (2) следует, что функция, учитывающая отклонение закона гидродинамического сопротивления в (1) от линейного для  $\text{Re}_{\delta}$  < 1000, есть

$$f(\text{Re}_{\delta}) = 1 + 0,15 \,\text{Re}_{\delta}^{0,687}$$

84

Счетная концентрация частиц выражается через объемную долю дисперсной фазы и объем частицы  $\Theta_1$ :

$$n_p = \frac{\alpha_p}{\Theta_1} = \frac{\rho_p / \rho_p^o}{\pi \delta^3 / 6}.$$

Сила межфазного взаимодействия для  ${\rm Re}_{\delta} < 1000$  может быть вычислена по формуле

$$F = \beta f(\operatorname{Re}_{\delta})(W_{f} - W_{p})\rho_{p}, \ \beta = \frac{18\lambda\nu}{\delta^{2}}\Gamma, \ \lambda = \frac{\rho_{f}^{o}}{\rho_{p}^{o}}.$$

Динамический коэффициент формы частиц будем рассчитывать, как в [12; 13]:

$$\begin{split} \Gamma(\xi, \mathrm{Re}) &= \begin{cases} \Gamma_1(\xi), \ \mathrm{прu} \ \mathrm{Re} < 0, 2, \\ \Gamma_3(\xi, \mathrm{Re}), \ \mathrm{пpu} \ 0, 2 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 1162, \\ \Gamma_2(\xi), \ \mathrm{пpu} \ \mathrm{Re} > 1162, \end{cases} \\ \Gamma_1(\xi) &= 1 + 0, 348(\xi - 1), \ \Gamma_2(\xi) = 10, 0 - 9, 0 \ / \ \xi, \\ \Gamma_3(\xi, \mathrm{Re}) &= \Gamma_1(\xi) + (\Gamma_1(\xi) - \Gamma_1(\xi)) \bigg( \frac{\mathrm{Re} - 0, 2}{1161, 8} \bigg)^{0, 44}, \end{split}$$

где *ξ* – геометрический коэффициент формы.

Интенсивность межфазного теплообмена

$$Q = \beta_T (T_f - T_p) \rho_p, \quad \beta_T = \frac{6\lambda v}{\delta^2} \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Pr}}.$$

Без учета сжимаемости число Нуссельта Nu частицы можно рассчитать по формуле Маршалла — Ранца [1]:

$$Nu = 2 + 0.6 Re_s^{0.5} Pr^{0.33}$$
.

### 3. Окончательные уравнения математической модели

При числах Maxa 0,1 < M < 0,7 можно воспользоваться следующим приближением [7]:

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{M}} = \frac{\mathrm{Nu}}{1+3,42\mathrm{M}_{\mathrm{d}}\mathrm{Nu}}, \ M_{\mathrm{d}} = \frac{\left|W_{f} - W_{p}\right|}{a}.$$

Тогда подсистема уравнений, описывающая динамику и теплообмен дисперсной фазы, имеет вид:

$$W_p \frac{dT_p}{dX} = \beta_T (T_f - T_p), \qquad (3)$$

$$W_p \frac{dW_p}{dX} = -\zeta_p \frac{W_p^2}{2D} + \beta f(\operatorname{Re}_{\delta}) \left( \frac{G_f T_f R}{P} - W_p \right).$$
(4)

85

Форма уравнений неизотермического течения газа из-за обменных членов изменится следующим образом:

$$\begin{bmatrix} C_{fp} \left( 1 - \frac{G_f^2 T_f R}{P^2} \right) + \left( \frac{G_f R}{P} \right)^2 T_f \end{bmatrix} \frac{dP}{dX} =$$

$$= -\left( \frac{\zeta_f}{2D} \frac{G_f^2 T_f R}{P} + F \right) \left[ C_{fp} + \left( \frac{G_f R}{P} \right)^2 T_f \right] - (Q_W - Q) \frac{G_f R}{P},$$

$$\begin{bmatrix} C_{fp} \left( 1 - \frac{G_f^2 T_f R}{P^2} \right) + \left( \frac{G_f R}{P} \right)^2 T_f \end{bmatrix} \frac{dT_f}{dX} =$$

$$= -\frac{(G_f T_f R)^2}{P^3} \left( \frac{G_f^2 T_f R}{P} \frac{\zeta_f}{2D} + F \right) + \frac{Q_W - Q}{G_f} \left( 1 - \frac{G_f^2 T_f R}{P^2} \right).$$
(5)

Граничные условия системы (3) – (6):

$$T(0) = T_0, \ Wp(0) = W_{p0}, \ Tp(0) = T_{p0}, \ P(L) = P_K.$$
(7)

#### 4. Результаты расчетов

Краевая задача (3)—(7) решалась численным методом в среде Mathcad. На рисунках 1—12 представлены результаты расчетов при различных расходах дисперсной примеси и следующем базовом наборе значений параметров:

G<sub>1</sub> = 0,06 κг/c, 
$$T_0$$
 = 300 K,  $T_W$  = 800 K,  $L$  = 5 м,  
 $D$  = 0,02 м,  $\delta$  = 0,2 мм,  $\xi$  = 1,3;  $P_K$  = 3 105 Πa,  
 $\rho_p^0$  = 2600 кг / м<sup>3</sup>,  $W_{p0}$  = 1 м/c,  $T_{p0}$  = 300 K.

Из рисунка 1 видно, на сколько с увеличением расхода дисперсной фазы на входе возрастает давление, необходимое для разгона смеси. Это обусловлено как ростом механической энергии, передаваемой дисперсной фазе, так и увеличением потерь этой энергии из-за взаимодействия частиц со стенками канала.



Рис. 1. Изменение давления вдоль канала при различных расходах частиц: 1 –  $G_2 = 0,0001 \text{ kr/c}; 2 - G_2 = 0,06 \text{ kr/c}; 3 - G_2 = 0,12 \text{ kr/c}; 4 - G_2 = 0,18 \text{ kr/c}$ 

Распределенная плотность (концентрация) дисперсной фазы на рисунке 2 уменьшается вдоль канала из-за роста скорости частиц (см. рис. 4). При этом как скорость, так и температура у дисперсной фазы заметно меньше, чем у несущей фазы (см. рис. 11 и 12).



Рис. 2. Изменение распределенной плотности дисперсной фазы вдоль канала при различных расходах G<sub>2</sub>: 1 — G<sub>2</sub> = 0,0001 кг/с; 2 — G<sub>2</sub> = 0,06 кг/с; 3 — G<sub>2</sub> = 0,12 кг/с; 4 — G<sub>2</sub> = 0,18 кг/с



Рис. 3. Изменение скорости несущей фазы вдоль канала при различных расходах  $G_2$ : 1 —  $G_2 = 0,0001 \text{ kr/c}; 2 - G_2 = 0,06 \text{ kr/c}; 3 - G_2 = 0,12 \text{ kr/c}; 4 - G_2 = 0,18 \text{ kr/c}$ 



Рис. 4. Изменение скорости дисперсной фазы вдоль канала при различных расходах G<sub>2</sub>: 1 — G<sub>2</sub> = 0,0001 кг/с; 2 — G<sub>2</sub> = 0,06 кг/с; 3 — G<sub>2</sub> = 0,12 кг/с; 4 — G<sub>2</sub> = 0,18 кг/с







Рис. 6. Изменение чисел Стокса вдоль канала при различных расходах  $G_2$ :  $1 - G_2 = 0,0001 \text{ kr/c}; 2 - G_2 = 0,06 \text{ kr/c}; 3 - G_2 = 0,12 \text{ kr/c}; 4 - G_2 = 0,18 \text{ kr/c}$ 



Рис. 7. Изменение чисел Нуссельта вдоль канала при различных расходах  $G_2$ :  $1 - G_2 = 0,0001 \text{ kg/c}; 2 - G_2 = 0,06 \text{ kg/c}; 3 - G_2 = 0,12 \text{ kg/c}; 4 - G_2 = 0,18 \text{ kg/c}$ 



Рис. 8. Изменение чисел Рейнольдса частиц вдоль канала при различных расходах *G*<sub>2</sub>:





Рис. 9. Изменение чисел Маха (относительных) вдоль канала при различных расходах G<sub>2</sub>:





Рис. 10. Изменение динамического коэффициента формы частиц вдоль канала при различных расходах  $G_2$ : 1 —  $G_2 = 0,0001 \text{ kr/c}; 2 - G_2 = 0,06 \text{ kr/c}; 3 - G_2 = 0,12 \text{ kr/c}; 4 - G_2 = 0,18 \text{ kr/c}$ 



Рис. 11. Изменение температур несущей ( $T_p$ ) и дисперсной ( $T_p$ ) фаз вдоль канала при расходе  $G_2 = 0.06 \text{ кг/c}$ 



Рис. 12. Изменение скоростей несущей ( $W_j$ ) и дисперсной ( $W_p$ ) фаз вдоль канала при расходе  $G_2 = 0.06 \text{ kr/c}$ 

#### Заключение

Разработанный метод позволяет решать в среде Mathcad краевую задачу газодинамики совершенного газа, содержащего дисперсные примеси. С увеличением расхода дисперсной фазы на входе возрастает давление, необходимое для разгона смеси. Это обусловлено как ростом механической энергии, передаваемой дисперсной фазе, так и увеличением потерь этой энергии из-за взаимодействия частиц со стенками канала. Распределенная плотность (концентрация) дисперсной фазы уменьшается вдоль канала из-за роста скорости частиц. При этом как скорость, так и температура у дисперсной фазы заметно меньше, чем у несущей фазы.

#### Список литературы

1. Великанов Н.Л., Наумов В.А., Корягин С.И. Течение газа в цилиндрическом канале при дозвуковой скорости // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер.: Физико-математические и технические науки. 2018. №1. С. 96-103.

2. *Корнеев С.В.* Применение инжекционных технологий в металлургическом производстве // Литье и металлургия. 2011. № 2. С. 152–159.

3. *Svyazhin A.A., Krushke E.* Mixing of the metal and mass transfer during the tapping of a semifinished product from an oxygen converter // Metallurgist. 2005. Vol. 49, iss. 11–12. P. 432–438.

4. *Faure H.* New technologies for the production of iron and steel // Revue de métallurgie. Cahiers d'informations techniques. 1994. Vol. 91, iss. 1. P. 49–60.

5. *Koria S. C.* Principles and applications of gas injection in steelmaking practice // Scandinavian journal of metallurgy. 1993. Vol. 22, iss. 5. P. 271 – 279.

6. Харлашин П.С., Мохаммед А.К., Харин А.К., Куземко Р.Д. Влияние концентрации порошка на течение газовой взвеси в торкрет-фурме 160-т конвертера // Сталь. 2015. № 4. С. 21 – 25.

7. Валуев Д.В. Внепечные и ковшовые процессы обработки стали в металлургии. Томск, 2010.

8. *Soyazhin A.A., Krushke E.* Mixing of the metal and mass transfer during the tapping of a semifinished product from an oxygen converter // Metallurgist. 2005. Vol. 49, iss. 11–12. P. 432–438.

9. *Faure H.* New technologies for the production of iron and steel // Revue de métallurgie. Cahiers d'informations techniques. 1994. Vol. 91, iss. 1. P. 49–60.

10. *Koria S.C.* Principles and applications of gas injection in steelmaking practice // Scandinavian Journal of Metallurgy. 1993. Vol. 22, iss. 5. P. 271 – 279.

11. Crowe C.T., Sommerfeld M., Tsuji Y. Multiphase Flows with Droplets and Particles. Florida, 1998.

12. *Sommerfeld M., Huber N.* Experimental analysis and modelling of particle-wall collisions // International Journal of Multiphase Flow. 1999. Vol. 25. P. 1457–1489.

13. Великанов Н.Л., Наумов В.А., Космодамианский А.С. Моделирование осаждения твердых частиц в пульпопроводе // Наука и техника транспорта. 2011. № 2. С. 69-78.

14. Великанов Н.Л., Наумов В.А., Примак Л. В. Осаждение частиц взвесей в воде // Механизация строительства. 2013. № 7. С. 44—48.

#### Об авторах

Николай Леонидович Великанов – д-р техн. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Россия.

E-mail: monolit8@yandex.ru

Владимир Аркадьевич Наумов – д-р техн. наук, проф., Калининградский государственный технический университет, Россия.

E-mail: van-old@rambler.ru

Сергей Иванович Корягин — д-р техн. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Россия.

E-mail: SKoryagin@kantiana.ru

#### The authors

Prof. Nikolay L. Velikanov, I. Kant Baltic Federal University, Russia. E-mail: monolit8@yandex.ru

Prof. Vladimir A. Naumov, Kaliningrad state technical university, Russia. E-mail: van-old@rambler.ru

Prof. Sergey I. Koryagin, I. Kant Baltic Federal University, Russia. E-mail: SKoryagin@kantiana.ru