2. *Бронштейн Р.Ф.* К конформной теории многомерных распределений // Геометрия погруженных многообразий. М., 1983. С.17-25.

3. *Лаптев Г.Ф.* Дифференциальная геометрия погруженных многообразий. Теоретико-групповой метод дифференциально-геометрических исследований // Тр. Моск. мат. о-ва. 1953. № 2. С. 275-382.

4. *Лаптев Г.Ф., Остиану Н.М.* Распределения m-мерных линейных элементов в пространстве проективной связности. 1 // Тр. геом. семинара. М., 1971. Т. 3. С. 49–94.

E.P. N o v i k o v a

HIPERSTRIP DISTRIBUTION IN CONFORMAL SPACE

In n-dimensional conformal space C_n hyperstrip distribution is given. The frame joined in inner manner to the hyperstrip distribution in the differential neighbourhood of 2-nd order is constructed.

УДК 514.75

К.В. П о л я к о в а

(Калининградский государственный университет)

ПОНЯТИЕ ПРОТОСВЯЗНОСТИ НА ПОВЕРХНОСТИ ПРОЕКТИВНОГО ПРОСТРАНСТВА

Поверхность проективного пространства рассматривается как семейство точек. В расслоении, ассоциированном с поверхностью, с помощью оснащения Бортолотти задается центропроективная связность, содержащая линейную подсвязность. Вводятся формы, являющиеся комбинациями компонент форм линейной подсвязности с коэффициентами – компонентами фундаментального объекта 1-го порядка. Эти формы названы формами касательной линейной протосвязности в трех случаях: 1) подсвязность адаптирована поверхности; 2) формы ограничены на асимптотические линии; 3) при дополнительной канонизации репера, когда поверхность рассматривается как многообразие касательных плоскостей. В 1-м случае будем говорить об адаптированной протосвязности, во 2-м – об индуцированной протосвязности, в 3-м случае протосвязность становится касательной линейной связностью. Вводя формы протосвязности в структурные уравнения базисных форм поверхности, находим выражение для объекта кручения протосвязности. Кручение индуцированной протосвязности равно нулю. С помощью проективно-ковариантного дифференциала доказано: касательное направление переносится параллельно в индуцированной касательной линейной протосвязности, если его точка пересечения с нормалью 2-го рода, порожденной гиперплоскостью Бортолотти, смещается вдоль этого направления.

1. Фундаментальный объект поверхности. Отнесем n-мерное проективное пространство P_n к подвижному реперу $R=\{A,A_I\}$. Инфинитезимальные перемещения репера R определяются формулами

$$dA=\theta A+\omega^I A_I,\ dA_I=\theta A+\omega_I A+\omega_I^J A_J,$$

причем базисные формы $\omega^I, \omega_I, \omega_I^J$ проективной группы GP(n), действующей в пространстве P_n, удовлетворяют структурным уравнениям Картана [2, с.173]

$$D\omega_I=\omega_I^J\wedge\omega_J,\ D\omega_J^I=\omega_J\wedge\omega^I+\omega_J^K\wedge\omega_K^I+\delta_J^I\omega_K\wedge\omega^K,\ D\omega^I=\omega^J\wedge\omega_J^I.$$

В проективном пространстве P_n рассмотрим m-поверхность X_m $(1\le m<n)$ как m-мерное многообразие точек. Произведем специализацию подвижного репера R, совмещая вершину A с точкой, описывающей поверхность X_m. Система уравнений поверхности X_m в полученном репере R^0 нулевого порядка имеет вид:

$$\omega^a = \Lambda_i^a\omega^i. \tag{1}$$

Базисные формы ω^i удовлетворяют структурным уравнениям

$$D\omega^i=\omega^j\wedge\Omega_j^i, \tag{2}$$

где $\Omega_j^i=\omega_j^i + \Lambda_j^a\omega_a^i$. Продолжая уравнения (1), получим

$$\Delta\Lambda_i^a + \omega_i^a=\Lambda_{ij}^a\,\omega^j, \tag{3}$$

причем $\Lambda_{ij}^a=\Lambda_{ji}^a$. Дифференциальный оператор Δ действует следующим образом:

$$\Delta\Lambda_i^a=d\Lambda_i^a+\Lambda_i^b\omega_b^a - \Lambda_j^a\Omega_i^j.$$

Геометрический объект Λ_i^a является фундаментальным объектом 1-го порядка поверхности X_m.

Запишем выражение для дифференциала точки A в виде:

$$dA=\theta A+\omega^i T_i\ \ (T_i=A_i+\Lambda_i^a A_a).$$

Следовательно, касательная плоскость к поверхности в точке A натянута на точки A, T_i. Найдем выражение для дифференциалов точек T_i

$$dT_i=\theta T_i+\Omega_i^j T_j+(\omega_i + \Lambda_i^a\omega_a)A+(\Delta\Lambda_i^a + \omega_i^a)A_a. \tag{4}$$

Значит, уравнения (3) являются условиями инвариантности плоскости $T_m=[A,T_i]$.

2. Связности, индуцированные оснащением Бортолотти. С поверхностью X_m в репере R^0 ассоциируется главное расслоение центропроективных реперов $G(X_m)$ со структурными уравнениями (2) и следующими:

$$D\omega_J^I=\omega_J^K\wedge\omega_K^I+\omega^i\wedge\omega_{Ji}^I, \tag{5}$$

$$D\omega_I=\omega_I^J\wedge\omega_J,$$

где

$$\omega_{Ji}^I=-\delta_J^I(\omega_i + \Lambda_i^a\omega_a) - \omega_J(\delta_i^I + \delta_a^I\Lambda_i^a),$$

δ_J^I- обычный, δ_i^I, δ_a^I - обобщенные символы Кронекера [6,с.16]. Базой главного расслоения $G(X_m)$ служит поверхность X_m, а типовым слоем - центропроективная (коаффинная) подгруппа $G=GA^*(n)\subset GP(n)$ стационарности точки A. Расслоение $G(X_m)$ содержит подрасслоение линейных реперов $L(X_m)$ (2,5) с той же базой, типовым слоем которого является линейная группа $L=GL(n)$, действующая во множестве всех направлений, исходящих из точки A.

Фундаментально-групповую связность в расслоении $G(X_m)$ зададим по Лаптеву [1] с помощью новых слоевых форм

$$\varpi^I_J=\omega^I_J-\Gamma^I_{Ji}\,\omega^i,\ \tilde{\omega}_I=\omega_I-\Gamma_{Ii}\omega^i.$$

Дифференцируя их внешним образом и применяя теорему Картана-Лаптева, получим систему уравнений для компонент объекта $\Gamma=\{\Gamma^I_{Ji},\Gamma_{Ii}\}$

$$\Delta\,\Gamma^I_{Ji}+\omega^I_{Ji}=\Gamma^I_{Jij}\,\omega^j,\ \Delta\,\Gamma_{Ii}+\Gamma^J_{Ii}\,\omega_J=\Gamma_{Iij}\,\omega^j.$$

Объект Γ задает центропроективную связность в расслоении $G(X_m)$ и содержит подобъект линейной связности Γ^I_{Ji}, определяющий связность в подрасслоении $L(X_m)$ линейных реперов. Формы центропроективной связности $\varpi^I_J,\tilde{\omega}_I$ удовлетворяют структурным уравнениям

$$D\varpi^I_J=\varpi^K_J\wedge\varpi^I_K+R^I_{Jij}\,\omega^i\wedge\omega^j,\ D\varpi_I=\varpi^J_I\wedge\varpi_J+R_{Iij}\,\omega^i\wedge\omega^j,$$

где

$$R^I_{Jij}=\Gamma^I_{J[ij]}-\Gamma^K_{J[i}\Gamma^I_{|K|j]},\ R_{Iij}=\Gamma_{I[ij]}-\Gamma^J_{I[i}\Gamma_{|J|j]}$$

- компоненты объекта центропроективной кривизны $R=\{R^I_{Jij},R_{Iij}\}$.

Произведем оснащение Бортолотти поверхности X_m, т.е. к каждой точке A поверхности присоединим гиперплоскость P_{n-1}, не проходящую через эту точку. Зададим эту гиперплоскость точками $B_I=A_I+\lambda_I A$, причем

$$\Delta\lambda_I+\omega_I=\lambda_{Ii}\omega^i, \tag{6}$$

где $\Delta\lambda_I=d\lambda_I-\lambda_J\omega^J_I$. Продолжая эти уравнения, найдем

$$\Delta\lambda_{Ii}-\lambda_J\omega^J_{Ii}=\lambda_{Iij}\omega^j\quad(\lambda_{Iij}=\lambda_{Iji}).$$

Теорема 1. *Оснащение Бортолотти поверхности* X_m *индуцирует центропроективные связности 2-х типов в ассоциированном расслоении* $G(X_m)$.

Доказательство. Фундаментальный объект Λ^a_i и оснащающий квазитензор $\lambda_I=\{\lambda_i,\lambda_a\}$ охватывают компоненты объекта связности Γ по формулам [4]

$$\overset{0}{\Gamma}{}^I_{Ji}=-\delta^I_J\mu_i-\lambda_J(\delta^I_i+\delta^I_a\Lambda^a_i), \tag{7}$$

$$\overset{1}{\Gamma}_{Ii}=\overset{0}{\Gamma}{}^J_{Ii}\lambda_J+\lambda_I\mu_i,$$

где введено обозначение $\mu_i=\lambda_i+\Lambda^a_i\lambda_a$. Коэффициенты μ_i удовлетворяют уравнениям

$$\Delta\mu_i+\omega_i+\Lambda^a_i\omega_a=\mu_{ij}\omega^j. \tag{8}$$

Объект $\overset{1}{\Gamma}=\{\overset{0}{\Gamma}{}^{I}_{Ji},\overset{1}{\Gamma}{}_{Ii}\}$ назовем объектом связности 1-го типа. Компоненты Γ_{Ii} можно охватить с помощью продолженного оснащающего квазитензора $\{\lambda_{Ii},\lambda_I\}$ и функций (7)

$$\overset{2}{\Gamma}{}_{Ii}=\overset{0}{\Gamma}{}^{J}_{Ii}\lambda_J+\lambda_{Ii}.$$

Получили объект связности 2-го типа $\overset{2}{\Gamma}=\{\overset{0}{\Gamma}{}^{I}_{Ji},\overset{2}{\Gamma}{}_{Ii}\}$.

Теорема 2. *Связности 2-х типов совпадают тогда и только тогда, когда гиперплоскость Бортолотти неподвижна.*

Доказательство. Равенства $\lambda_{Ii}=\lambda_I\mu_i$ являются необходимыми и достаточными условиями совпадения двух типов охватов. Рассматривая выражение для дифференциалов точек B_I, убеждаемся в том, что эти равенства являются также необходимыми и достаточными условиями неподвижности гиперплоскости Бортолотти.

3. Нормаль 2-го рода. Рассмотрим нормаль 2-го рода Нордена N_{m-1} ($A\notin N_{m-1}\subset T_m$), натянутую на точки $N_i=T_i+\eta_iA$, причем

$$\Delta\eta_i+\omega_i+\Lambda^a_i\omega_a\equiv0, \tag{9}$$

где символ $\equiv$ означает сравнение по модулю базисных форм ω^i. Сопоставляя уравнения (8) и сравнения (9), убеждаемся в возможности равенств $\eta_i=\mu_i$, которые будем предполагать выполненными. При этом точки

$$N_i=T_i+\eta_iA=B_i+\Lambda^a_iB_a$$

принадлежат пересечению плоскостей T_m и P_{n-1}, т.е. $N_{m-1}= =T_m\cap P_{n-1}$. Выражение для дифференциалов точек N_i имеет вид:

$$dN_i=(\ldots)^j_iN_j+(\Delta\Lambda^a_i+\omega^a_i)B_a+$$

$$+(\Delta\lambda_i-\lambda_a\omega^a_i+\omega_i+\Lambda^a_i(\Delta\lambda_a-\lambda_j\omega^j_a+\omega_a)-\mu_i\mu_j\omega^j)A.$$

Следовательно, уравнения (3,6) являются условиями инвариантности нормали N_{m-1}.

Вводя формы линейной связности в уравнения (3), получим

$$\nabla\Lambda^a_i=\nabla_j\Lambda^a_i\omega^j, \tag{10}$$

где

$$\nabla\Lambda^a_i=d\Lambda^a_i+\Lambda^b_i\varpi^a_b-\Lambda^a_j\Omega^j_i+\varpi^a_i$$

- ковариантный дифференциал, а

$$\nabla_j\Lambda^a_i=\Lambda^a_{ij}-\Lambda^b_i\Gamma^a_{bj}+\Lambda^a_k(\Gamma^k_{ij}+\Lambda^b_i\Gamma^k_{bj})-\Gamma^a_{ij},$$

- ковариантные производные объекта Λ^a_i относительно линейной связности. Формы $\widetilde{\Omega}^j_i$ имеют вид: $\widetilde{\Omega}^j_i=\widetilde{\omega}^j_i+\Lambda^a_i\widetilde{\omega}^j_a$.

Найдем внешние дифференциалы форм $\nabla\Lambda^a_i$

$$d\nabla\Lambda^a_i=\nabla\Lambda^b_i\wedge(\varpi^a_b-\Lambda^a_j\varpi^j_b)-\nabla\Lambda^a_j\wedge\Omega^j_i+A^a_{ijk}\omega^j\wedge\omega^k,$$

где

$$A^a_{ijk} = R^a_{ijk} + \Lambda^b_i R^a_{bjk} - \Lambda^a_l (R^l_{ijk} + \Lambda^b_i R^l_{bjk}),$$

причем объект A^a_{ijk} является псевдотензором, т.к. его компоненты удовлетворяют сравнениям $\Delta A^a_{ijk} - A^b_{ijk} \Lambda^a_l \omega^l_b \equiv 0$. Зададим линию ρ на поверхности X_m уравнениями $\omega^i = \rho^i \omega$. Таким образом, система уравнений

$$\nabla \Lambda^a_i = 0 \tag{11}$$

вполне интегрируема вдоль линии $\rho \subset X_m$. Если $A^a_{ijk} = 0$, то система (11) вполне интегрируема вдоль поверхности X_m.

Замечания

1. Ковариантные производные $\overset{0}{\nabla}_j \Lambda^a_i$ фундаментального объекта 1-го порядка Λ^a_i относительно линейной связности $\overset{0}{\Gamma}{}^l_{Ji}$ совпадают с его пфаффовыми производными Λ^a_{ij}.

2. Обращение ковариантных производных $\nabla_j \Lambda^a_i$ в нуль, когда параллельное перенесение, заданное системой уравнений (11), является абсолютным, есть условие на компоненты линейной связности Γ^l_{Ji},

$$M^a_{ij} \overset{\text{def}}{=} \Gamma^a_{ij} + \Lambda^b_i \Gamma^a_{bj} - \Lambda^a_k (\Gamma^k_{ij} + \Lambda^b_i \Gamma^k_{bj}) = \Lambda^a_{ij}, \tag{12}$$

обобщающее условие адаптации [5]. В таком случае будем говорить об адаптированной линейной связности $\overset{a}{\Gamma}{}^I_{Ji}$.

3. Для компонент $\overset{0}{\Gamma}{}^I_{Ji}$ равенство (12) имеет место, лишь когда $\Lambda^a_{ij} = 0$, либо $\Lambda^a_i = 0$, $\Gamma^a_{ij} = \Lambda^a_{ij}$, т.е. репер адаптирован касательной плоскости, а связность адаптирована поверхности.

В силу замечания 1 систему дифференциальных уравнений (11) относительно линейной связности $\overset{0}{\Gamma}{}^l_{Ji}$ вдоль линии $\rho \subset X_m$ можно записать в виде системы линейных однородных уравнений

$$\Lambda^a_{ij} \rho^j = 0. \tag{13}$$

Рассмотрим вопрос о том, какие линии определяются системой уравнений (13). Выражение для второго дифференциала точки A имеет вид:

$$d^2 A = (d\theta + \theta^2 + \omega^i(\omega_i + \Lambda^a_i \omega_a))A + (d\omega^i + 2\theta\omega^i + \omega^j \Omega^i_j) T_i + \Lambda^a_{ij} \omega^i \omega^j A_a.$$

Значит, соприкасающаяся плоскость к линии ρ, определяемой системой уравнений (13), натянута на точки A, T_i, т.е. в точке A совпадает с касательной плоскостью к поверхности X_m в этой точке. Линии обладающие таким свойством называются асимптотическими. Следовательно, рассматриваемые линии $\rho \subset X_m$ являются асимптотическими.

Используя (3), запишем выражение (4) для дифференциалов точек T_i вдоль линии $\rho\subset X_m$

$$dT_i=(\delta_i^j\theta+\Omega_i^j)T_j+(\omega_i+\Lambda_i^a\omega_a)A+\Lambda_{ij}^a\rho^jA_a. \tag{14}$$

Таким образом, из формулы (14) с учетом (13) видно, что касательная плоскость к поверхности X_m вдоль рассматриваемых асимптотических линий постоянна. Таким свойством обладают линии плоской образующей тангенциально вырожденной поверхности.

4. Протосвязность. Внося формы $\Omega_j^i=\varpi_j^i+\Lambda_j^a\varpi_a^i$ в уравнения (2), получим

$$D\omega^i=\omega^j\wedge\Omega_j^i+S_{jk}^i\omega^j\wedge\omega^k, \tag{15}$$

где

$$S_{jk}^i=\Gamma_{[jk]}^i+\Lambda_{[j}^a\Gamma_{|a|k]}^i, \tag{16}$$

причем

$$\Delta S_{jk}^i+M_{[jk]}^a\omega_a^i\equiv 0.$$

Внешний дифференциал форм Ω_j^i приведем к виду:

$$D\Omega_j^i=\Omega_j^k\wedge\Omega_k^i+(R_{jkl}^i+\Lambda_j^aR_{akl}^i)\omega^k\wedge\omega^l+\nabla_k\Lambda_j^a\omega^k\wedge\varpi_a^i. \tag{17}$$

Относительно связности $\overset{0}{\Gamma}{}_{Ji}^{I}$ выражение (17) принимает вид:

$$D\overset{0}{\Omega}{}_j^i=\overset{0}{\tilde{\Omega}}{}_j^k\wedge\overset{0}{\tilde{\Omega}}{}_k^i+(\overset{0}{R}{}_{jkl}^i+\Lambda_j^a\overset{0}{R}{}_{akl}^i)\omega^k\wedge\omega^l+\Lambda_{jk}^a\omega^k\wedge\overset{0}{\varpi}{}_a^i.$$

Тогда вдоль асимптотических линий вида (13) формы $\overset{0}{\tilde{\Omega}}{}_j^i$ являются формами индуцированной касательной линейной связности. Относительно связности $\overset{a}{\Gamma}{}_{Ji}^{I}$ вследствие замечания 2 ковариантные производные $\overset{a}{\nabla}_k\Lambda_j^a$ обращаются в нуль и $\overset{a}{\tilde{\Omega}}{}_j^i$ являются формами адаптированной касательной линейной связности. Наконец, если произвести дополнительную канонизацию репера, помещая точки A_i репера R^0 в касательную плоскость T_m, то $\Lambda_i^a=0$ и (17) запишется следующим образом

$$D\varpi_j^i=\varpi_j^k\wedge\varpi_k^i+R_{jkl}^i\omega^k\wedge\omega^l.$$

В таком случае формы $\Omega_j^i=\varpi_j^i$ становятся формами касательной

линейной связности для поверхности, рассматриваемой как многообразие касательных плоскостей. Это позволяет говорить о касательной линейной протосвязности с формами Ω_j^i, заданной объектом $\Pi_{jk}^i=\Gamma_{jk}^i+\Lambda_j^a\Gamma_{ak}^i$, компоненты которого удовлетворяют дифференциальным сравнениям

$$\Delta\Pi_{jk}^i+M_{jk}^a\omega_a^i-(\delta_j^i\omega_k+\delta_k^i\omega_j)-(\delta_j^i\Lambda_k^a+\delta_k^i\Lambda_j^a)\omega_a\equiv 0.$$

Объект протосвязности Π^i_{jk} в общем случае не образует геометрический объект даже вместе с Λ^a_i.

Для компонент объектов линейных связностей $\overset{0}{\Gamma}{}^I_{Ji}$, $\overset{a}{\Gamma}{}^I_{Ji}$ имеет место равенство $M^a_{[ij]}=0$, используя которое найдем дифференциальные сравнения для коэффициентов S^i_{jk}: $\Delta S^i_{jk}\equiv 0$. Коэффициенты S^i_{jk} в уравнениях (15), выраженные по формуле (16), назовем кручением касательной линейной протосвязности.

Теорема 3. *Кручение касательной линейной протосвязности* $\overset{0}{\Pi}{}^i_{jk}$ *равно нулю.*

5. Параллельные перенесения касательного направления. Рассмотрим касательное направление AN, проходящее через точку A и пересекающее нормаль 2-го рода N_{m-1} в точке

$$N=\nu^i(\Lambda^a_i A_a+A_i+\mu_i A). \tag{18}$$

Выражение для дифференциала точки N запишем в виде:

$$dN=\theta N+\Delta\nu^i N_i+\nu^i\mu_i\omega^j N_j+\nu^i\Lambda^a_{ij}\omega^j A_a+\nu^i\mu_{ij}\omega^j A. \tag{19}$$

Условиями инвариантности направления AN являются уравнения

$$\Delta\nu^i-\nu^i\Theta=\nu^i_j\omega^j. \tag{20}$$

Они являются правильно продолжаемыми, если выполняется условие $D\Theta=\Theta_i\wedge\omega^i$. Вводя в уравнения (20) формы линейной протосвязности Ω^i_j, получим $\overline{\nabla}\nu^i=\overline{\nabla}_j\nu^i\omega^j$, где проективно-ковариантный дифференциал и проективно-ковариантные производные объекта ν^i относительно линейной протосвязности выражаются по формулам

$$\overline{\nabla}\nu^i=d\nu^i+\nu^j\Omega^i_j-\nu^i\Theta,\quad \overline{\nabla}_j\nu^i=\nu^i_j-\nu^k\Pi^i_{kj}.$$

Образуем в выражении (19) проективно-ковариантный дифференциал объекта ν^i относительно линейной протосвязности $\overset{0}{\Pi}{}^i_{jk}$

$$dN=(\theta+\Theta-\mu_i\omega^i)N+\overset{0}{\overline{\nabla}}\nu^i N_i+\nu^i\Lambda^a_{ij}\omega^j A_a+\nu^i\mu_{ij}\omega^j A. \tag{21}$$

Так как формы $\overset{0}{\tilde{\Omega}}{}^i_j$ являются формами связности вдоль асимптотических линий (13), то выражение (21) принимает вид:

$$dN=(\theta+\Theta-\mu_i\omega^i)N+\overset{0}{\overline{\nabla}}\nu^i N_i+\nu^i\mu_{ij}\omega^j A.$$

Определение. *Касательное направление AN переносится параллельно в касательной линейной протосвязности* $\overset{0}{\Pi}{}^i_{jk}$, *если точка N смещается по прямой AN.*

Условие параллельного перенесения $\overset{0}{\nabla} \nu^i=0$ вдоль линии ρ принимает вид: $\overset{0}{\nabla}_j \nu^i \rho^j=0$. Значит, вдоль линии ρ, касающихся (m-r)-мерного подпространства $L_{m-r}\subset T_m$, где $r=\mathrm{rang}(\overset{0}{\nabla}_j \nu^i)$, можно осуществить параллельное перенесение в касательной линейной протосвязности $\overset{0}{\Pi}{}^i_{jk}$.

Работа поддержана грантом Минобразования РФ(СПбКЦ).

Библиографический список

1. *Евтушик Л.Е.,Лумисте Ю.Г., Остиану Н.М., Широков А.П.* Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях // Проблемы геометрии / ВИНИТИ. М., 1979. Т.9. С.5-247.

2. *Кобаяси Ш.* Группы преобразований в дифференциальной геометрии. М.: Наука, 1986. 224 с.

3. *Полякова К.В.* Вырожденные параллельные перенесения на поверхности как точечном многообразии // XXVIII науч. конф. Калинингр. ун-та: Тез. докл. Часть 6. Калининград, 1997. С.7.

4. *Шевченко Ю.И.* Об оснащении многомерной поверхности проективного пространства // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 1977. Вып.8. С.135-150.

5. *Шевченко Ю.И.* Оснащения голономного и неголономного гладких многообразий. Калининград, 1998. 82 с.

6. *Golab St.* Tensor calculus. Warszava, 1974. 371p.

K.V. P o l y a k o v a

THE NOTION PROTOCONNECTION ON SURFACE OF THE PROJECTIVE SPACE

Surface of the projective space is considered as point family. In the bundle associated with the surface by means of Bortolotti equipment we give centerprojective connection, containing linear surconnection. Forms are introduced which are combinations of component of linear subconnection forms with coefficients - fundamental object of the 1-st order components. There forms are called tangent linear protoconnection forms in three cases: 1. The subconnection is adapted to the surface; 2. The forms is restricted on asymptotical lines; 3. Under extra canonization of the frame, when the surface is considered as family of tangent planes, and protoconnection becomes tangent linear connection. Bringing the protoconnection forms in the structure equations for the base forms of the surface, we find expression for torsion object of the protoconnection. The torsion of the induced protoconnection vanishes. By means of projective-covariant differential it is proved: tangent direction paralled dispaces in the induced tangent linear protoconnection, when its point of intersecting with the 2-nd kind normal, generated by Bortolotti hyperplane, moves along this direction.