Логика Данна-Белнапа, её «родственники» и формальное моделирование аргументации

А. А. Беликов[i]

[i]Кафедра логики, философский факультет, МГУ имени М. В. Ломоносова

Москва

Аннотация: В работе рассматриваются различные подходы к применению семантики Данна-Белнапа в формальном моделировании аргументативных рассуждений. Среди данных подходов нами выделяется два из них: подход А. Бохмана, основанный на понятии би-секвенциальных отношений, и подход Д. В. Зайцева, основанный на парадигме обобщенных истинностных значений. Главным результатом работы является применение логик **ETL** и **NFL** к формальному моделированию аргументативных рассуждений. Данные логики могут быть сформулированы в семантике Д. В. Зайцева, где связка отрицания определяется как отрицание де Моргана. Таким образом, в данной работе подвергается критике тезис о том, что выбор отрицания де Моргана для аргументативной логики приводит к системе **FDE**.

Ключевые слова: логика Данна-Белнапа, формальные модели аргументации, аргументативное следование.

1 Логика Данна-Белнапа и аргументация

1.1 Введение

Прежде чем перейти непосредственно к теоретико-аргументационной проблематике, необходимо сформировать некоторое представление о логических методах, которые будут использованы нами в настоящей работе. Поэтому мы предлагаем начать обсуждение с описания основных идей, лежащих в основе семантики Данна-Белнапа.

Семантика Данна-Белнапа хорошо известна специалистам в области релевантной логики. Она возникает и активно развивается в 60–70-е годы прошлого века, призванная решить проблему преодоления парадоксов классического следования. Попытаемся в самом общем виде представить основную идею, лежащую в основе этой семантики. Среди базовых методологических установок

РАЦИО.ru 18(1): 36–48

классической логики особое место отводится так называемому *принципу двузначности*. Согласно этому принципу, любое высказывание может принимать только одно значение истинности из множества $\{T, F\}$[1]. Предположим, что мы работаем с пропозициональным языком и хотим семантически определить классическую логику. Стандартный путь — определить функцию приписывания значений для пропозициональных переменных, расширить эту функцию на все типы формул нашего языка и определить отношение логического следования. Поскольку мы договорились строить классическую логику, то функция приписывания значений — обозначим её через v — пропозициональным переменным должна приписывать ровно одно значение из множества $\{T, F\}$. Другими словами, эту функцию определяют как отображение $v : Prop \to \{T, F\}$, где $Prop$ обозначает множество пропозициональных переменных рассматриваемого языка. Как раз в подходе к определению данной функции и кроется основное различие между семантикой классической логики и семантикой Данна-Белнапа. Методология последней предполагает определение функции приписывания значений не как *функции*, а как *отношения*. Таким образом, если определить v как отношение между множеством $Prop$ и $\{T, F\}$, то помимо «истины» или «лжи», v может приписать произвольной пропозициональной переменной оба значения сразу или ни одного значения вообще.

Смысл различия между отношением и функцией легко уловить, если вспомнить теоретико-множественное определение функции как своеобразной разновидности отношения между двумя произвольными множествами. Отношение между двумя множествами можно представить как всякое подмножество декартова произведения этих множеств, т. е. если A и B суть множества, то бинарным отношением является множество всех упорядоченных пар $\langle a, b\rangle$, где $a \in A$ и $b \in B$. В таком случае функцию с областью определения A и областью значений B можно определить как множество всех упорядоченных пар $\langle a, b\rangle$ таких, что эти пары существуют для всех элементов множества A, и, если первые элементы любых двух пар совпадают, что совпадают и вторые их элементы, т. е. функция приписывает одному и тому же элементу из области определения, один и тот же элемент из области значений.

Если разница между функцией и отношением всё-таки может показаться кому-то не совсем прозрачной, то существует еще более понятный способ определить функцию приписывания v в семантике Данна-Белнапа. Он состоит в том, чтобы определить её как отображение множества $Prop$ в множество всех подмножеств $\{T, F\}$, то есть $v : Prop \to \{\{T\}, \{F\}, \emptyset, \{T, F\}\}$. Этот способ, фактически, выражает ту же самую идею о допустимости пресыщенных и провальных приписываний.

Итак, семантика Данна-Белнапа может быть сформулирована разными способами. Она может быть сформулирована, как двузначная логика с модифицированной функцией приписывания значений, допускающей пресыщенные и провальные приписывания. Она может быть сформулирована как четырехзначная семантика, в качестве значений которой выступает множество всех подмножеств множества классических значений $\{T, F\}$. Последний способ так же

[1] Значение T интерпретируется как «истина», значение F как «ложь».

допускает различные интерпретации. В частности, одну из самых известных интерпретаций предложил Н. Белнап (см. Belnap, 1977b, Belnap, 1977a). Он использовал метафору рассуждающего компьютера, который получает информацию об истинности или ложности высказываний от нескольких источников. С точки зрения Н. Белнапа компьютер вполне очевидно может попасть в ситуацию, когда один источник утверждает истинность, а другой источник — ложность одного и того же высказывания. Точно так же компьютеру может не поступить вообще никакой информации об истинности или ложности какого-то высказывания. Таким образом, Н. Белнап фиксирует четырехэлементное множество значений, которыми могут оцениваться высказывания — $\{\mathbf{T}, \mathbf{B}, \mathbf{N}, \mathbf{F}\}$.

T — компьютеру сообщено, что высказывание истинно и не ложно.
B — компьютеру сообщено, что высказывание истинно и ложно.
N — компьютеру сообщено, что высказывание ни истинно, ни ложно.
F — компьютеру сообщено, что высказывание ложно и не истинно.

Еще одна интерпретация развивается в ряде работ О. М. Григорьева, Д. В. Зайцева и Я. В. Шрамко. Согласно развиваемому ими подходу, значения в семантике Данна-Белнапа можно рассматривать как многокомпонентные сущности которые могут быть получены, например, как результат прямого произведения двух независимых множеств значений. Одним из показательных «кейсов» является концепция *двухкомпонентной истины*, возникающая в работе О. М. Григорьева и Д. В. Зайцева (Зайцев, Григорьев, 2011) и позднее развитая в работе Д. В. Зайцева и Я. В. Шрамко (Zaitsev, Shramko, 2013). Данный подход предполагает рассмотрение двух независимых множеств значений $\{T, F\}$ и $\{1, 0\}$. Первое из них выражает онтологическую истину, это множество представляет из себя значения истинности в их традиционном понимании. Второе множество выражает эпистемическую истину, то есть оценку некоторых положений дел как истинных или ложных относительно мнения некоторого субъекта. Произведение этих множеств позволяет рассмотреть специфическое множество значений, которое может быть использовано для анализа интересных логических проблем, а именно — исследовать рассуждения некоторого субъекта в случаях, когда субъект убежден в истинности какого-то высказывания, в то время как оно является онтологически ложным и т. п.

Практичность семантики Данна-Белнапа можно обосновывать очень долго. Мы рассмотрели лишь некоторые широкоизвестные примеры, которые уже характеризуют её как удобный семантический инструмент для решения как внутрелогических, так и междисциплинарных задач. Именно этот подход будет использован нами для проведения по-настоящему междисциплинарного исследования на стыке логики и теории аргументации.

Под формальным моделированием аргументации мы будем понимать формализацию так называемого отношения «атакует» ($\rhd$) между *аргументами* в рамках аргументативных позиций некоторых субъектов. Такая трактовка аргументации разрабатывается в работах Бондаренко, Дунга, Ковальски и Тони (Bochman, 2005, Ch. 7). В рамках этой теории аргументы представляют из себя множества высказываний, а отношение «атакует» определяется уже непосредственно на этих множествах. Однако основной результат настоящей статьи предполагает трактовку аргументов не как множеств высказываний, а как единичных высказываний. Таким образом, отношение «атакует» определяется как бинарное отношение, т. е. отношение между одним аргументом (высказыванием) и другим аргументом (высказыванием).

Попытки использования логик, основанных на семантике Данна-Белнапа в теории аргументации уже предпиринимались в исследованиях отечественных и зарубежных учёных. Однако попытки эти немногочисленны. Далее мы кратко рассмотрим известные примеры применения логики Данна-Белнапа к формальному моделированию аргументации.

1.2 Подход Бохмана

Один из способов применения семантики Данна-Белнапа к формальному моделированию аргументации предложен в работах А. Бохмана (см. Bochman, 2005). Его подход заключается в своеобразном толковании отношения следования, которое предполагает использование понятия *би-секвенциальных отношений* (*bi-consequence relations*). С логической точки зрения би-секвенциальные отношения являются обобщением стандартного отношения следования в смысле А. Тарского. Отношение, используемое А. Бохманом, можно классифицировать как отношение следования в смысле Д. Скотта. В самом общем виде различие состоит в том, что отношение следования типа Д. Скотта устанавливается не просто между множеством посылок и заключений, а между двумя множествами посылок и двумя множествами заключений.

Определение 1.1 *Бисеквенцией называем правило вывода следующего вида:*

$$a : b \Vdash c : d,$$

где a, b, c и d есть конечные множества высказываний. Множества a и b называются позитивные и негативные посылки, а c и d — позитивные и негативные заключения, соответственно.

Мотивация А. Бохмана уходит корнями в моделирование немонотонных рассуждений, поэтому он предлагает оригинальную интерпретацию бисеквенций, основанную на толковании рассуждений как процедуры в рамках пары контекстов. Эти контексты подразделяются на *контексты относительъо истины* и *контексты относительно лжи*. Отсюда смысл введения бисеквенций становится более понятен. Действительно, любая посылка (заключение) может быть оценена в истинностном контексте, как истинная или не-истинная, или она может быть оценена в контексте относительно лжи, как ложная или не-ложная. Налицо сходство с идеями М. Данна и Н. Белнапа.

Попытаемся более строго описать семантику бисеквенций А. Бохмана. Определим интерпретацию v, которая оценивает высказывания произвольного языка значениями из множества $\{T, F\}$. Введем некоторые обозначения для этой интерпретации, A — произвольное высказывание:

$$v \vDash_t A \Leftrightarrow T \in v(A);$$
$$v \vDash_f A \Leftrightarrow F \in v(A).$$

Как следует из высшесказанного, мы можем иметь дело с четырьмя различными ситуациями:

$$
\begin{gathered}
(1).\ v \vDash_t A \text{ и } v \vDash_f A;\\
(2).\ v \vDash_t A \text{ и } v \nvDash_f A;\\
(3).\ v \nvDash_t A \text{ и } v \vDash_f A;\\
(4).\ v \nvDash_t A \text{ и } v \nvDash_f A.
\end{gathered}
$$

Эти приписывания есть не что иное, как уже знакомые нам значения Н. Белнапа. Действительно, ситуация (1) говорит о том, что относительно истинностного контекста высказывание A оценено как истинное, а относительно ложностного — ложно (значение $\mathbf{B}$); приписывание (2) говорит о том, что высказывание A истинно относительно истинностного контекста, но не-ложно относительно ложностного контекста (значение $\mathbf{T}$), и т. д.

Данные условия истинности позволяют А. Бохману сформулировать понятие *валидной бисеквенции*.

Определение 1.2 *Бисеквенция $a : b \Vdash c : d$ называется валидной, относительно интерпретации v, если $v \vDash_t A$, для всякого высказывания $A \in a$, и $v \vDash_f B$, для всякого $B \in b$, влечет, что либо $v \vDash_t C$, для некоторого $C \in C$ или $v \vDash_f D$, для некоторого $D \in d$.*

Основываясь на полученной семантике, А. Бохман развивает свой подход к формальному моделированию аргументации. В более подробном виде он описан в работе «Explanatory Nonmonotonic Reasoning».

1.3 Подход Зайцева

Второй и наиболее интересующий нас подход к применению семантики Данна-Белнапа к формальному моделированию рассуждений развивается в работах Д. В. Зайцева. Подход Зайцева тесно связан с парадигмой обобщенных истинностных значений и предполагает принятие некоторых предпосылок относительно оценки высказываний:

1. Всякое предложение онтологически истинно или ложно $\{\mathbf{T}, \mathbf{F}\}$, и при этом аргументативно приемлемо или неприемлемо $\{\mathbf{1}, \mathbf{0}\}$.

2. Значение предложения не является простой неделимой сущностью, это не предмет, а комплекс, включающий онтологическую и аргументативную составляющие.

3. Значений предложения не два, а, как минимум, четыре.

Принятие данных положений позволяет нам рассмотреть четыре значения $\{\mathbf{T1}, \mathbf{T0}, \mathbf{F1}, \mathbf{F0}\}$, с использованием которых мы можем строить семантику аргументативной логики. Интерпретация наших значений легко читаема:

T1 — высказывание онтологически истинно и аргументативно приемлемо;
T0 — высказывание онтологически истинно и аргументативно неприемлемо;
F1 — высказывание онтологически ложно и аргументативно приемлемо;
F0 — высказывание онтологически ложно и аргументативно неприемлемо.

Следующий шаг на пути к семантике аргументативной логики — определить функцию приписывания значений, которая стандартным образом будет оценивать высказывания рассматриваемого языка с использованием упомянутых значений. Вслед за Д. В. Зайцевым мы ограничимся пропозициональным языком, содержащим в качестве логических связок конъюнкцию, дизъюнкцию и отрицание. На следующем этапе возникает совершенно естественный вопрос — какова стратегия означивания сложных формул?

В первую очередь обратим внимание на формулы, содержащие бинарные логические связки. Подход Д. В. Зайцева предполагает, что значения бинарных связок определяются покомпонентно. Другими словами, чтобы посчитать значение конъюнкции, необходимо вычислить конъюнкцию онтологических компонент и конъюнкцию аргументативных компонент в соответствии с классическими условиями истинности. Рассмотрим пример: предположим, что имеется высказывание A, принимающее значение **T1** и высказывание B, принимаюее значение **T0**. Для того, чтобы посчитать значение $A \wedge B$, необходимо вычислить конъюнкции двух компонент значений **T1** и **T0** в соответствии с классическими условиями истинности для конъюнкции. Таким образом, высказывание $A \wedge B$ принимает значение **T0**, поскольку конъюнкция **T** и **T** равна **T**, и конъюнкция **1** и **0** равна **0**. Аналогичным образом определяется дизъюнкция. Итак, условия истинности для дизъюнкции и конъюнкции в семантике аргументативной логики могут быть охарактеризованы следующими таблицами истинности.

$\wedge$	**T1**	**T0**	**F1**	**F0**
T1	**T1**	**T0**	**F1**	**F0**
T0	**T0**	**T0**	**F0**	**F0**
F1	**F1**	**F0**	**F1**	**F0**
F0	**F0**	**F0**	**F0**	**F0**

$\vee$	**T1**	**T0**	**F1**	**F0**
T1	**T1**	**T1**	**T1**	**T1**
T0	**T1**	**T0**	**T1**	**T0**
F1	**T1**	**T1**	**F1**	**F1**
F0	**T1**	**T0**	**F1**	**F0**

Следующий вопрос — каким образом опредить условия истинности отрицания? Как и в случае с бинарными связками мы можем выбрать методологию покомпонентного вычисления значений отрицания. Этот путь приведёт нас к рассмотрению так называемых *полу-отрицаний*, каждое из которых может независимо влиять на ту или иную компоненту исходного значения. Таблично эти полу-отрицания могут быть представлены следующим образом.

	$\sim_1$
T1	**F1**
T0	**F0**
F1	**T1**
F0	**T0**

	$\sim_2$
T1	**T0**
T0	**T1**
F1	**F0**
F0	**F1**

Легко догадаться, что связка $\sim_1$ является полу-отрицанием, которое меняет только онтологическую компоненту, а полу-отрицание $\sim_2$ — аргументативную компоненту. Подробнее их свойства изучены в работе «Обобщенная релевантная логика и модели рассуждений».

Полноценные связки отрицания могут быть получены путём композиции полу-отрицаний. Д. В. Зайцев рассматривает два вида отрицания.

	$\sim_d$
T1	**F0**
T0	**T0**
F1	**F1**
F0	**T1**

	$\sim_b$
T1	**F0**
T0	**F1**
F1	**T0**
F0	**T1**

Связка $\sim_d$ представляет из себя не что иное, как отрицание де Моргана, поскольку для него верны все необходимые свойства такие, как котрапозиция, закон двойного отрицания и, собственно, сами законы де Моргана. В свою очередь связка $\sim_b$ является классическим Булевым отрицанием.

Итак, для построения семантики аргументативной логики нам нужно определиться с тем, какое отрицание мы выбираем. Естественно, этот выбор ограничен лишь нашими методологическими установками или целями исследования. Ниже приведена цитата, в которой Д. В. Зайцев обосновывает свой выбор.

> «Какое же отрицание выбрать для логики аргументации? В принципе в равной степени это может быть либо аргументативное полу-отрицание, либо итерация полу-отрицаний. В пользу первого говорит его аргументативный характер, в пользу второго — комплексная природа значений и способы задания других связок: если, определяя значение дизъюнктивной или конъюнктивной формулы, мы принимаем во внимание и онтологическую и аргументативную компоненты значений ее подформул, то почему не действовать так же и при оценивании негативных формул. В принципе этот аргумент представляется весьма весомым, но его принятие *приводит «всего лишь» к релевантной логике первого уровня*, которая и так исследована достаточно подробно, в том числе и в аргументативном ключе...»
>
> Зайцев, 2010, с. 214

С нашей точки зрения данное утверждение является не совсем корректным, поэтому далее мы продемонстрируем, что при выборе в качестве отрицания аргументативной логики связки $\sim_d$, это совершенно необязательно приводит нас к первоуровневой релевантной логике. Однако, заметим, что полученное отрицание не является в полном смысле слова отрицанием де Моргана, поскольку оно не обладает некоторыми, необходимыми для этого свойствами. Но обо всём по порядку.

2 Сильные логики первого уровня

2.1 Предварительные оределения

Рассмотрим семейство логик над пропозициональным языком $\mathcal{L}$, который мы определим по форме Бакуса-Наура, где $Prop$ — множество всех пропозициональных переменных:

$$A \coloneqq Prop \mid \sim_d A \mid (A \wedge A) \mid (A \vee A).$$

Определим абстрактную матрицу аргументативной логики.

$$\mathcal{M}_{arg} = \langle\{\mathbf{T1},\mathbf{T0},\mathbf{F1},\mathbf{F0}\}, \mathcal{D}, \{f_\wedge, f_\vee, f_{\sim_d}\}\rangle.$$

Определим функцию приписывания значений $v : Prop \to \{\mathbf{T1},\mathbf{T0},\mathbf{F1},\mathbf{F0}\}$. Носитель матрицы содержит упомянутые ранее значения, $\mathcal{D}$ — множество выделенных значений, и $\{f_\wedge, f_\vee, f_{\sim_d}\}$ — множество функций, интерпретирующих связки нашего языка, в соответствии с таблицами:

$f_\wedge$	**T1**	**T0**	**F1**	**F0**
T1	**T1**	**T0**	**F1**	**F0**
T0	**T0**	**T0**	**F0**	**F0**
F1	**F1**	**F0**	**F1**	**F0**
F0	**F0**	**F0**	**F0**	**F0**

$f_\vee$	**T1**	**T0**	**F1**	**F0**
T1	**T1**	**T1**	**T1**	**T1**
T0	**T1**	**T0**	**T1**	**T0**
F1	**T1**	**T1**	**F1**	**F1**
F0	**T1**	**T0**	**F1**	**F0**

	$f_{\sim_d}$
T1	**F0**
T0	**T0**
F1	**F1**
F0	**T1**

С использованием абстрактной матрицы аргументативной логики, мы можем стандартным образом определить отношение логического следования.

Определение 2.1 *(Логическое следование.)*

$$A \models B \Leftrightarrow \forall v(v(A) \in \mathcal{D} \Rightarrow v(B) \in \mathcal{D})$$

Теперь, в зависимоти от того, какое множество выделенных значений выбрать, мы можем получить три разных отношения следования.

Условимся об обозначениях. Будем использовать символ $\models_1$ для обозначения следования, которое сохраняет значения $\{\mathbf{T1}, \mathbf{T0}\}$, символ $\models_2$ для обозначения следования, которое сохраняет значения $\{\mathbf{T1}\}$, и символ $\models_3$ для обозначения следования, которое сохраняет значения $\{\mathbf{T1}, \mathbf{T0}, \mathbf{F1}\}$. Каждое из них детерминирует соответствующую логику. Отношение $\models_1$ порождает логику **FDE**. Это, собственно, и есть тот случай, который «предсказан» в работе Д. В. Зайцева. Отношение $\models_2$ порождает логику **ETL**, впервые возникшую в работе У. Ривеччио и А. Питца (Pietz, Rivieccio, 2013). Отношение $\models_3$ порождает логику **NFL**, которая впервые возникает в работе Я. В. Шрамко, Д. В. Зайцева и А. А. Беликова (Shramko et al., 2017). Последовательно рассмотрим две последние логики.

2.2 Аксиоматизации логик ETL и NFL

Синтаксически логика Ривеччио-Питца может быть охарактеризована следующей системой выводимостей.

$$a1.\ A \wedge B \vdash A; \quad a2.\ A \wedge B \vdash B; \quad a3.\ A \vdash A \vee B; \quad a4.\ B \vdash A \vee B;$$

$$a5.\ A \vdash {\sim}{\sim}A; \quad a6.\ {\sim}{\sim}A \vdash A; \quad a7.\ A \wedge (B \vee C) \vdash (A \wedge B) \vee (A \wedge C);$$

$$a8.\ {\sim}(A \wedge B) \vdash {\sim}A \vee {\sim}B; \quad a9.\ {\sim}A \vee {\sim}B \vdash {\sim}(A \wedge B);$$

$$a10.\ {\sim}(A \vee B) \vdash {\sim}A \wedge {\sim}B; \quad a11.\ {\sim}A \wedge {\sim}B \vdash {\sim}(A \vee B);$$

$$a12.\ {\sim}A \wedge (A \vee B) \vdash B;$$

$$r1.\ A \vdash_{etl} B;\ B \vdash_{etl} C \,/\, A \vdash_{etl} C; \quad r2.\ A \vdash_{etl} B;\ A \vdash_{etl} C \,/\, A \vdash_{etl} B \wedge C;$$

$r3.\ A \vdash C;\ B \vdash C /\ A \vee B \vdash C$, где $A \vdash C$ и $B \vdash C$ имеют по крайней мере одну общую пропозициональную переменную.

В свою очередь, система, аксиоматизирующая логику **NFL** выглядит следующим образом.

$$a1.\ A \wedge B \vdash A; \quad a2.\ A \wedge B \vdash B; \quad a3.\ A \vdash A \vee B; \quad a4.\ B \vdash A \vee B;$$

$$a5.\ A \vdash {\sim\sim}A; \quad a6.\ {\sim\sim}A \vdash A; \quad a7.\ A \wedge (B \vee C) \vdash (A \wedge B) \vee (A \wedge C);$$

$$a8.\ {\sim}(A \wedge B) \vdash {\sim}A \vee {\sim}B; \quad a9.\ {\sim}A \vee {\sim}B \vdash {\sim}(A \wedge B);$$

$$a10.\ {\sim}(A \vee B) \vdash {\sim}A \wedge {\sim}B; \quad a11.\ {\sim}A \wedge {\sim}B \vdash {\sim}(A \vee B);$$

$$a12.\ B \vdash A \vee ({\sim}A \wedge B);$$

$$r1.\ A \vdash B;\ B \vdash C \,/\, A \vdash C; \quad r2.\ A \vdash C;\ B \vdash C; /\ A \vee B \vdash C;$$

$r3.A \vdash B;\ A \vdash C /\ A \vdash B \wedge C$, где $A \vdash B$ и $A \vdash C$ имеют по краней мере одну общую пропозициональную переменную.

Характерным свойством этих систем является то, что в них в отличие от системы **FDE**, не проходит правило контрапозиции. Кроме того, в каждой из этих систем возникают соответствующие парадоксы классического следования: в системе **ETL** следование *эксплозивно*, но не *имплозивно*, т. е. $A \wedge {\sim}A \vdash B$, но $B \nvdash A \vee {\sim}A$; в системе **NFL** следование *имплозивно*, но не *эксплозивно*, т. е. $B \vdash A \vee {\sim}A$, но $A \wedge {\sim}A \nvdash B$.

3 Формальное моделирование аргументативных рассуждений

3.1 Вооружившись ETL и NFL

Пусть Φ - множество формул, тогда существуют S_1, $S_2 \subseteq \Phi$ такие, что каждое из них является:

- Замкнутым относительно отношения выводимости;
- Замкнутым относительно введения конъюнкции.

Далее, вслед за Д. В. Зайцевым введём необходимые определения.

Определение 3.1 *Отношение «атакует»:* $A \rhd B \Leftrightarrow_{def} A \vdash {\sim}B$

Определение 3.2 *Аргумент* C *поддерживает* B: $C + B \Leftrightarrow_{def} \exists A(A \rhd B$ *и* $C \rhd A)$

Определение 3.3 *Аргумент* B *не отбит:* $!B \Leftrightarrow_{def} \neg\exists A(A \rhd B)$

Определение 3.4 *Аргумент* A *восстанавливает аргумент* B: $A \prec B \Leftrightarrow_{def} A + B$ *и* $!A$

Используя введенные понятия, мы можем сформулировать некоторое обобщение отношения выводимости — «отношение аргументативного следования»:

Определение 3.5 $A \Vdash B \Leftrightarrow_{def} A \vdash B$ *и* $\exists C (C \prec A$ *и* $C \prec B)$

Рассмотрим некоторые характеристические свойства отношения «атакует», ассоциированного с логикой **ETL**.

$$\text{(A1). } A \wedge B \rhd_1 {\sim}A; \quad \text{(A2). } A \wedge B \rhd_1 {\sim}B;$$

$$\text{(A3). } A \rhd_1 {\sim}(A \vee B); \quad \text{(A4). } B \rhd_1 {\sim}(A \vee B);$$

$$\text{(A5). } ({\sim}A \vee {\sim}B) \rhd_1 A \wedge B; \quad \text{(A6). } ({\sim}A \wedge {\sim}B) \rhd_1 A \vee B;$$

$$\text{(A7). } {\sim}(A \wedge B) \rhd_1 {\sim}({\sim}A \vee {\sim}B); \quad \text{(A8). } {\sim}(A \vee B) \rhd_1 {\sim}({\sim}A \wedge {\sim}B);$$

$$\text{(A9) } A \wedge {\sim}A \rhd_1 B$$

Рассмотрим некоторые характеристические свойства отношения «атакует», ассоциированного с логикой **NFL**.

$$\text{(A1). } A \wedge B \rhd_2 {\sim}A; \quad \text{(A2). } A \wedge B \rhd_2 {\sim}B;$$

$$\text{(A3). } A \rhd_2 {\sim}(A \vee B); \quad \text{(A4). } B \rhd_2 {\sim}(A \vee B);$$

$$\text{(A5). } ({\sim}A \vee {\sim}B) \rhd_2 A \wedge B; \quad \text{(A6). } ({\sim}A \wedge {\sim}B) \rhd_2 A \vee B;$$

$$\text{(A7). } {\sim}(A \wedge B) \rhd_2 {\sim}({\sim}A \vee {\sim}B); \quad \text{(A8). } {\sim}(A \vee B) \rhd_2 {\sim}({\sim}A \wedge {\sim}B);$$

$$\text{(A9). } B \rhd_2 A \wedge {\sim}A$$

4 Заключение

Итак, выше мы продемонстрировали, что выбор в качестве отрицания для аргументативной логики в стиле Д. В. Зайцева связки $\sim_d$ мы совершенно необязательно имеем дело только лишь с логикой **FDE**. В зависимости от выбора выделенных значений в рамках соответствующей семантики мы можем рассмотреть две другие логики, сохраняя при этом определение связки $\sim_d$ в его первозданном виде. Однако, как мы упоминали выше в получившихся логиках $\sim_d$ уже не может трактоваться как отрицание де Моргана в собственном смысле слова. Напомним, что одним из необходимых свойств отрицания де Моргана является контрапозиция.

$$A \models B \ / \ {\sim}B \models {\sim}A$$

Легко проверить, используя Определение 2.1, что для обеих логик, и **ETL**, и **NFL** это свойство не выполняется. Рассмотрим в качестве примера **ETL**. Пусть $v(A)$=**T0**, а $v(B)$=**F0**. Согласно Определению 2.1, $A \models B$, но ${\sim}B \not\models {\sim}A$.

Список литературы

Зайцев Д. В. Обобщенная релевантная логика и модели рассуждений. — Креативная экономика Москва, 2010. — С. 312. — ISBN 978-5-91292-054-7.

Зайцев Д. В., *Григорьев О. М.* Две истины-одна логика // Логические исследования. — 2011. — № 17.

Belnap N. A Useful Four-Valued Logic // Modern Uses of Multiple-Valued Logic / ed. by J. M. Dunn, G. Epstein. — D. Reidel, 1977a.

Belnap N. How a Computer Should Think // Contemporary Aspects of Philosophy / ed. by G. Ryle. — Oriel Press, 1977b.

Bochman A. Explanatory Nonmonotonic Reasoning. Vol. 4. — World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2005. — (Advances in Logic).

Pietz A., *Rivieccio U.* Nothing but the truth // Journal of philosophical logic. — 2013. — Vol. 42, no. 1. — P. 125–135.

Shramko Y., *Zaitsev D.*, *Belikov A.* First-Degree Entailment and its Relatives // Studia Logica. — 2017. — Dec. — Vol. 105, no. 6. — P. 1291–1317. — ISSN 1572-8730. — DOI: 10.1007/s11225-017-9747-7. — URL: https://doi.org/10.1007/s11225-017-9747-7.

Zaitsev D., *Shramko Y.* Bi-facial truth: A case for generalized truth values // Studia Logica. — 2013. — Vol. 101, no. 6. — P. 1299–1318.

Об авторе

Александр А. ***Беликов*** — кафедра логики философского факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, belikov@philos.msu.ru.

Dunn-Belnap logic, its "Relatives"and Formal Argumentation Modelling

Alexander A. Belikov[i]

[i]Department of Logic, Faculty of Philosophy, Lomonosov Moscow State University
Moscow

Abstract: In this paper we consider different applications of Dunn-Belnap logic to formal argumentation modelling. Among them we distinguish two approaches: A. Bochman's method of bi-sequentional relations and D. Zaitsev's method which is based on the generalized truth-values paradigm. The main result of this paper is application of **ETL** and **NFL** to formal modelling of argumentative reasoning. These logics could be defined in terms of D. Zaitsev's semantics with De Morgan negation. Thus, we critisize the claim that choosing De Morgan negation as negation for argumentative logic, it collapses into **FDE**.

Keywords: Dunn-Belnap logic, formal argumentation theory, argumentative entailment.

References

Belnap, Nuel (1977a). "A Useful Four-Valued Logic". In: *Modern Uses of Multiple-Valued Logic*. Ed. by J. M. Dunn and G. Epstein. D. Reidel.

— (1977b). "How a Computer Should Think". In: *Contemporary Aspects of Philosophy*. Ed. by G. Ryle. Oriel Press.

Bochman, A. (2005). *Explanatory Nonmonotonic Reasoning*. Vol. 4. Advances in Logic. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

Pietz, Andreas and Rivieccio, Umberto (2013). "Nothing but the truth". *Journal of philosophical logic*, vol. 42, no. 1, pp. 125–135.

Shramko, Yaroslav, Zaitsev, Dmitry, and Belikov, Alexander (Dec. 2017). "First-Degree Entailment and its Relatives". *Studia Logica*, vol. 105, no. 6, pp. 1291–1317. ISSN: 1572-8730. DOI: `10.1007/s11225-017-9747-7`. URL: `https://doi.org/10.1007/s11225-017-9747-7`.

Zaitsev, D. V. (2010). *Obobshchennaya relevantnaya logika i modeli rassuzhdenii*. Russian. Kreativnaya ekonomika Moskva, p. 312. ISBN: 978-5-91292-054-7.

Zaitsev, D. V. and Grigor'ev, O. M. (2011). "Dve istiny-odna logika". Russian. *Logicheskie issledovaniya*, no. 17.
Zaitsev, Dmitry and Shramko, Yaroslav (2013). "Bi-facial truth: A case for generalized truth values". *Studia Logica*, vol. 101, no. 6, pp. 1299–1318.

About author

Alexander A. ***Belikov***, Department of Logic, Faculty of Philosophy, Lomonosov Moscow State University, belikov@philos.msu.ru.