УДК 514.76

Н. А. Рязанов
Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград
ryazanov-92@mail.ru

Реперы 1-го и 2-го порядков на главном расслоении

Продолжается исследование касательного и соприкасающегося расслоений к главному расслоению, начатое в [5] и опирающееся на структурные уравнения и деривационные формулы. Получены выражения слоевых форм в натуральном корепере, базисных векторов 2-го порядка в натуральном репере, структурных констант через слоевые координаты.

Ключевые слова: базисные и слоевые координаты, структурные уравнения и деривационные формулы, главное расслоение, натуральный репер и корепер.

1. Задание базисных форм расслоения. Рассмотрим расслоение $G_r(M_n)$ с базой — n-мерным многообразием M_n, и типовым слоем — r-мерным многообразием G_r. Будем рассматривать n-мерную координатную окрестность, в которой текущая точка определяется системой координат x^i $(i, j, k... = 1, ..., n)$. Введем [3] вполне интегрируемую систему n линейно независимых линейных дифференциальных форм ω^i, первыми интегралами которой являются координаты x^i:

$$\omega^i = x^i_j dx^j. \tag{1}$$

Аналогичным образом можно ввести вполне интегрируемую систему m линейно независимых линейных дифференциальных форм ω^{α}, зависящих от базисных координат x^i и слоевых координат x^{γ} $(\alpha, \beta, \gamma, ... = n+1, ... n+r)$:

$$\omega^{\alpha} = x^{\alpha}_{\beta} dx^{\beta} + x^{\alpha}_{i} dx^{i}. \qquad (2)$$

В общем случае $x^{\alpha}_{\beta}, x^{\alpha}_{i}$ — независимые переменные. Пусть $x^{\alpha}_{\beta} = x^{\alpha}_{\beta}(x^i, x^{\gamma})$, $x^{\alpha}_{i} = x^{\alpha}_{i}(x^j, x^{\gamma}, x^j_k)$. Требование линейной независимости форм ω^i и ω^{α} задается следующими условиями:

$$\det\left\| x^i_j \right\| \neq 0, \ \det\left\| x^{\alpha}_{\beta} \right\| \neq 0.$$

В силу последних условий системы (1) и (2) разрешимы относительно дифференциалов координат dx^j и dx^{β} соответственно:

$$dx^j = \tilde{x}^j_i \omega^i, \quad dx^{\beta} = \tilde{x}^{\beta}_{\alpha} \omega^{\alpha} - \tilde{x}^{\beta}_{\alpha} \tilde{x}^j_i x^{\alpha}_j \omega^i. \qquad (3)$$

Здесь $\left\| \tilde{x}^j_i \right\|, \left\| \tilde{x}^{\beta}_{\alpha} \right\|$ — обратные матрицы к матрицам $\left\| x^i_j \right\|$ и $\left\| x^{\alpha}_{\beta} \right\|$ соответственно, т. е.

$$\tilde{x}^k_j x^i_k = \delta^i_j, \ x^k_j \tilde{x}^i_k = \delta^i_j, \ \tilde{x}^{\gamma}_{\beta} x^{\alpha}_{\gamma} = \delta^{\alpha}_{\beta}, \ x^{\gamma}_{\beta} \ \tilde{x}^{\alpha}_{\gamma} = \delta^{\alpha}_{\beta}. \qquad (4)$$

2. Задание векторов репера 1-го порядка. Зададим невертикальные e_i и вертикальные e_{α} векторы репера $e = \{e_i, e_{\alpha}\}$ касательного пространства $TG_r(M_n)$, двойственные к формам (1) и (2):

$$e_i = \tilde{x}^j_i \partial_j + \tilde{x}^{\alpha}_i \partial_{\alpha}, \ e_{\alpha} = \tilde{x}^{\beta}_{\alpha} \partial_{\beta}, \qquad (5)$$

где $\partial_j = \dfrac{\partial}{\partial x^j}$, $\partial_\beta = \dfrac{\partial}{\partial x^\beta}$, $\tilde{x}_i^\alpha = -\tilde{x}_i^j x_j^\beta \tilde{x}_\beta^\alpha$. Выражения операторов частного дифференцирования ∂_γ и ∂_k по векторам репера e имеют вид

$$\partial_\gamma = e_\alpha x_\gamma^\alpha, \ \ \partial_k = x_k^i e_i - x_k^i x_\gamma^\alpha \tilde{x}_i^\gamma e_\alpha. \qquad (6)$$

3. Запись репера и корепера в матричном виде. Выражения (5) векторов репера $e = \{e_i, e_\alpha\}$ в натуральном репере $\{\partial_i, \partial_\alpha\}$ в матричном виде записываются как

$$(e_i \quad e_\alpha) = (\partial_j \quad \partial_\beta) \begin{pmatrix} \tilde{x}_i^j & 0 \\ \tilde{x}_i^\beta & \tilde{x}_\alpha^\beta \end{pmatrix}.$$

Формы корепера $\omega = \{\omega^i, \omega^\alpha\}$ относительно натурального корепера $\{dx^i, dx^\alpha\}$ выражаются по формулам (1) и (2). В матричном виде имеем

$$\begin{pmatrix} \omega^i \\ \omega^\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_j^i & 0 \\ x_j^\alpha & x_\beta^\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx^j \\ dx^\beta \end{pmatrix}.$$

Справедливо

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}_i^k & 0 \\ \tilde{x}_i^\beta & \tilde{x}_\alpha^\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_j^i & 0 \\ x_j^\alpha & x_\gamma^\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i^k & 0 \\ x_i^\beta & x_\alpha^\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x}_j^i & 0 \\ \tilde{x}_i^\alpha & \tilde{x}_\gamma^\alpha \end{pmatrix} = E.$$

4. Условия сопряженности. Для базисных ω^i и слоевых ω^α форм, а также невертикальных e_i и вертикальных e_α векторов справедливы следующие условия сопряженности:

$$\omega^i(e_j) = \delta_j^i, \ \ \omega^i(e_\alpha) = 0, \ \ \omega^\alpha(e_i) = 0, \ \ \omega^\alpha(e_\beta) = \delta_\beta^\alpha.$$

Действительно,

$$\omega^i(e_j) = x^i_k dx^k\left(\tilde{x}^l_j\partial_l + \tilde{x}^\gamma_j\partial_\gamma\right) = x^i_k\tilde{x}^l_j\underbrace{dx^k\left(\partial_l\right)}_{\delta^k_l} + x^i_k\tilde{x}^\gamma_j\underbrace{dx^k\left(\partial_\gamma\right)}_{\delta^k_\gamma=0} =$$

$$= x^i_k\tilde{x}^{\ l}_{\ j}\delta^k_l = x^i_l\tilde{x}^{\ l}_{\ j} = \delta^i_j,$$

$$\omega^i(e_\alpha) = x^i_j dx^j\left(\tilde{x}^\beta_\alpha\partial_\beta\right) = x^i_j\tilde{x}^\beta_\alpha\underbrace{dx^j\left(\partial_\beta\right)}_{\delta^j_\beta=0} = 0,$$

$$\omega^\alpha(e_i) = \left(x^\alpha_\beta dx^\beta + x^\alpha_j dx^j\right)\left(\tilde{x}^l_i\partial_l + \tilde{x}^\gamma_i\partial_\gamma\right) =$$

$$= x^\alpha_\beta\tilde{x}^l_i\underbrace{dx^\beta\left(\partial_l\right)}_{\delta^\beta_l=0} + x^\alpha_j\tilde{x}^\gamma_i\underbrace{dx^j\left(\partial_\gamma\right)}_{\delta^j_\gamma=0} + x^\alpha_\beta\tilde{x}^\gamma_i\underbrace{dx^\beta\left(\partial_\gamma\right)}_{\delta^\beta_\gamma} +$$

$$+ x^\alpha_j\tilde{x}^l_i\underbrace{dx^j\left(\partial_l\right)}_{\delta^j_l} = x^\alpha_\beta\tilde{x}^\beta_i + x^\alpha_j\tilde{x}^j_i = 0,$$

$$\omega^\alpha(e_\beta) = \left(x^\alpha_\gamma dx^\gamma + x^\alpha_l dx^l\right)\left(\tilde{x}^\varepsilon_\beta\partial_\varepsilon\right) = x^\alpha_\gamma\tilde{x}^\varepsilon_\beta\delta^\gamma_\varepsilon = x^\alpha_\gamma\tilde{x}^\gamma_\beta = \delta^\alpha_\beta.$$

5. Структурные уравнения и выражение слоевых форм в натуральном репере. Продифференцируем внешним образом базисные формы (1): $d\omega^i = dx^i_j \wedge dx^j$. В силу ($3_1$) можно записать

$$d\omega^i = dx^i_k \wedge \tilde{x}^k_j\omega^j. \tag{7}$$

Дифференцируя также соотношение (4_1) внешним образом, получим

$$dx^i_k\tilde{x}^k_j + x^i_k d\tilde{x}^k_j = 0, \tag{8}$$

откуда следует, что $dx^i_k\tilde{x}^k_j = -x^i_k d\tilde{x}^k_j$. Учитывая это соотношение в (7), выражение для дифференциалов форм можем записать иначе

$$d\omega^i = dx^i_k\tilde{x}^k_j \wedge \omega^j = -x^i_k d\tilde{x}^k_j \wedge \omega^j.$$

Поменяем местами сомножители внешнего произведения

$$d\omega^i = \omega^j \wedge x^i_k d\tilde{x}^k_j, \tag{9}$$

то есть структурные уравнения для форм ω^i имеют вид

$$d\omega^i = \omega^j \wedge \omega^i_j, \tag{10}$$

где

$$\omega^i_j = x^i_k d\tilde{x}^k_j + x^i_{jk}\omega^k,$$

причем координаты x^i_{jk} симметричны по нижним индексам. Выражения для дифференциалов dx^i_j и $d\tilde{x}^i_j$ примут вид

$$dx^i_j = -x^l_j\omega^i_l - x^i_{lk}x^l_j\omega^k,\ \ d\tilde{x}^i_j = \tilde{x}^i_l\omega^l_j + x^l_{jk}\tilde{x}^i_l\omega^k. \tag{11}$$

Продифференцируем внешним образом слоевые формы (2):

$$d\omega^\alpha = (x^\alpha_{\beta i}dx^i + x^\alpha_{\beta\gamma}dx^\gamma)\wedge dx^\beta +$$

$$+(x^\alpha_{li}dx^i + x^\alpha_{l\beta}dx^\beta)\wedge dx^l + x^{\alpha j}_{li}dx^i_j \wedge dx^l;$$

где

$$x^\alpha_{\beta i} = \partial_i x^\alpha_\beta,\ x^\alpha_{\beta\gamma} = \partial_\gamma x^\alpha_\beta,\ x^\alpha_{li} = \partial_i x^\alpha_l,\ x^\alpha_{l\beta} = \partial_\beta x^\alpha_l,\ x^{\alpha j}_{li} = \partial^j_i x^\alpha_l.$$

Учитывая выражения дифференциалов dx^γ и dx^i, dx^i_j по формулам (3) и (11_1), преобразуем дифференциалы слоевых форм

$$\begin{aligned} d\omega^\alpha &= x^\alpha_{\delta\varepsilon}\tilde{x}^\varepsilon_\beta\tilde{x}^\delta_\gamma\omega^\beta \wedge \omega^\gamma + \omega^i \wedge [x^{\alpha j}_{l\ n}x^k_j\tilde{x}^l_i\omega^n_k + \\ &+\omega^s(x^\alpha_{\beta j}\tilde{x}^j_{[i}\tilde{x}^\beta_{s]} + x^\alpha_{\beta\gamma}\tilde{x}^\gamma_{[i}\tilde{x}^\beta_{s]} + x^\alpha_{lj}\tilde{x}^j_{[i}\tilde{x}^l_{s]} + x^\alpha_{j\beta}\tilde{x}^j_{[s}\tilde{x}^\beta_{i]} + \\ &+x^{\alpha j}_{l\ n}x^n_{k[s}x^k_j\tilde{x}^l_{i]}) + 2\omega^\varepsilon(x^\alpha_{[\beta j]}\tilde{x}^\beta_\varepsilon\tilde{x}^j_i - x^\alpha_{[\gamma\beta]}\tilde{x}^\beta_\varepsilon\tilde{x}^\gamma_i)]. \end{aligned} \tag{12}$$

Обозначим [1, с. 296]

$$C^\alpha_{\beta\gamma} = x^\alpha_{\delta\varepsilon}\tilde{x}^\varepsilon_{[\beta}\tilde{x}^\delta_{\gamma]}, \tag{13}$$

$$\omega_i^\alpha = x_{l\ n}^{\alpha j} x_j^k \tilde{x}_i^l \omega_k^n \quad +\omega^s (x_{\beta j}^\alpha \tilde{x}_{[i}^j \tilde{x}_{s]}^\beta + x_{\beta\gamma}^\alpha \tilde{x}_{[i}^\gamma \tilde{x}_{s]}^\beta$$
$$+x_{lj}^\alpha \tilde{x}_{[i}^j \tilde{x}_{s]}^l - x_{j\beta}^\alpha \tilde{x}_{[s}^j \tilde{x}_{i]}^\beta + x_{l\ n}^{\alpha j} x_{k[s}^n x_j^k \tilde{x}_{i]}^l) + \tag{14}$$
$$+2\omega^\varepsilon (x_{[\beta j]}^\alpha \tilde{x}_\varepsilon^\beta \tilde{x}_i^j - x_{[\gamma\beta]}^\alpha \tilde{x}_\varepsilon^\beta \tilde{x}_i^\gamma) + x_{ij}^\alpha \omega^j \quad (x_{[jk]}^\alpha = 0).$$

Учитывая введенные обозначения (13) и (14), структурные уравнения для форм ω^α имеют вид

$$d\omega^\alpha = C_{\beta\gamma}^\alpha \omega^\beta \wedge \omega^\gamma + \omega^i \wedge \omega_i^\alpha . \tag{15}$$

Получили структурные уравнения (10, 15) главного расслоения параллелизуемых многообразий (ср.: [6, с. 37; 7, с. 422]). Выражение для форм ω_i^α будет выглядеть следующим образом (ср.: [2, с. 192; 4, с. 23]):

$$\omega_i^\alpha = R_{ij}^{\alpha k} \omega_k^j + R_{ij}^\alpha \omega^j + R_{i\beta}^\alpha \omega^\beta ,$$

где

$$R_{ij}^{\alpha k} = x_{lj}^{\alpha s} x_s^k \tilde{x}_i^l , \quad R_{ij}^\alpha = x_{\beta s}^\alpha \tilde{x}_{[i}^s \tilde{x}_{j]}^\beta + x_{\beta\gamma}^\alpha \tilde{x}_{[i}^\gamma \tilde{x}_{j]}^\beta + x_{ls}^\alpha \tilde{x}_{[i}^s \tilde{x}_{j]}^l -$$

$$-x_{s\beta}^\alpha \tilde{x}_{[j}^s \tilde{x}_{i]}^\beta + x_{l\ n}^{\alpha s} x_{k[j}^n x_s^k \tilde{x}_{i]}^l + x_{ij}^\alpha , \quad \frac{1}{2} R_{i\beta}^\alpha = 2x_{[\varepsilon j]}^\alpha \tilde{x}_\beta^\varepsilon \tilde{x}_i^j - 2x_{[\gamma\varepsilon]}^\alpha \tilde{x}_\beta^\varepsilon \tilde{x}_i^\gamma ,$$

причем координаты x_{jk}^α симметричны по нижним индексам.

6. Задание базисных векторов 2-го порядка в натуральном репере. Найдем дифференциалы невертикальных векторов e_i, используя разложение (5_1):

$$de_i = d(\tilde{x}_i^j \partial_j + \tilde{x}_i^\gamma \partial_\gamma) = d\tilde{x}_i^j \partial_j + \tilde{x}_i^j d(\partial_j) + d\tilde{x}_i^\gamma \partial_\gamma + \tilde{x}_i^\gamma d(\partial_\gamma) .$$

Учитывая выражения дифференциалов $d\tilde{x}_j^i$ и векторов ∂_j, ∂_α по формулам (8_2) и (6), преобразуем дифференциалы невертикальных векторов de_i:

$$de_i - \omega_i^s e_s - \omega_i^\alpha e_\alpha = \omega^j \Big(\tilde{x}_j^l \tilde{x}_i^k \partial_{kl}^2 + \tilde{x}_i^k \tilde{x}_j^\alpha \partial_{k\alpha}^2 + \tilde{x}_i^\beta \tilde{x}_j^l \partial_{\beta l}^2 +$$
$$+ \tilde{x}_j^\alpha \tilde{x}_i^\beta \partial_{\beta\alpha}^2 - x_{\beta s}^\alpha \tilde{x}_{(j}^s \tilde{x}_{i)}^\beta e_\alpha - x_{ls}^\alpha \tilde{x}_{(j}^s \tilde{x}_{i)}^l e_\alpha - x_{\beta\gamma}^\alpha \tilde{x}_{(j}^\gamma \tilde{x}_{i)}^\beta e_\alpha -$$
$$- x_{s\beta}^\alpha \tilde{x}_{(i}^s \tilde{x}_{j)}^\beta e_\alpha - x_{nl}^{\alpha s} x_s^k \tilde{x}_{(i}^n x_{|k|j)}^l e_\alpha - x_{ij}^k e_k \Big) +$$
$$+ \omega^\alpha \Big(\tilde{x}_i^j \tilde{x}_\alpha^\beta \partial_{j\beta}^2 + \tilde{x}_i^\gamma \tilde{x}_\alpha^\beta \partial_{\gamma\beta}^2 - x_{\beta j}^\varepsilon \tilde{x}_\alpha^\beta \tilde{x}_i^j e_\varepsilon - x_{\beta\gamma}^\varepsilon \tilde{x}_\alpha^\beta \tilde{x}_i^\gamma e_\varepsilon \Big).$$

Здесь и далее введем обозначения следующего типа:

$$\partial_{j\alpha}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^j \partial x^\alpha}, \;\; \tilde{x}_{i\beta}^\alpha = \partial_\beta \tilde{x}_i^\alpha .$$

Таким образом, можем записать выражения для дифференциалов невертикальных векторов следующим образом [5]:

$$de_i - e_s \omega_i^s - e_\alpha \omega_i^\alpha = e_{ij} \omega^j + e_{i\alpha} \omega^\alpha ;$$

$$\begin{aligned} e_{ij} = \tilde{x}_j^l \tilde{x}_i^k \partial_{kl}^2 + \tilde{x}_i^k \tilde{x}_j^\alpha \partial_{k\alpha}^2 + \tilde{x}_i^\beta \tilde{x}_j^l \partial_{\beta l}^2 + \tilde{x}_j^\alpha \tilde{x}_i^\beta \partial_{\beta\alpha}^2 - \\ - x_{\beta s}^\alpha \tilde{x}_{(j}^s \tilde{x}_{i)}^\beta e_\alpha - x_{ls}^\alpha \tilde{x}_{(j}^s \tilde{x}_{i)}^l e_\alpha - x_{\beta\gamma}^\alpha \tilde{x}_{(j}^\gamma \tilde{x}_{i)}^\beta e_\alpha - \\ - x_{s\beta}^\alpha \tilde{x}_{(i}^s \tilde{x}_{j)}^\beta e_\alpha - x_{nl}^{\alpha s} x_s^k \tilde{x}_{(i}^n x_{|k|j)}^l e_\alpha - x_{ij}^k e_k , \end{aligned} \qquad (16)$$

$$e_{i\alpha} = \tilde{x}_i^j \tilde{x}_\alpha^\beta \partial_{j\beta}^2 + \tilde{x}_i^\gamma \tilde{x}_\alpha^\beta \partial_{\gamma\beta}^2 - (x_{\beta j}^\varepsilon \tilde{x}_\alpha^\beta \tilde{x}_i^j + x_{\beta\gamma}^\varepsilon \tilde{x}_\alpha^\beta \tilde{x}_i^\gamma) e_\varepsilon . \qquad (17)$$

Из формул (16) видно, что векторы e_{ij} симметричны.

Найдем дифференциалы вертикальных векторов e_α, используя разложение (5_2):

$$de_\alpha = d(\tilde{x}_\alpha^\beta \partial_\beta) = d\tilde{x}_\alpha^\beta \partial_\beta + \tilde{x}_\alpha^\beta d(\partial_\beta) .$$

Распишем производные более подробно:

$$de_\alpha = \tilde{x}_{\alpha i}^\beta dx^i \partial_\beta + \tilde{x}_{\alpha\gamma}^\beta dx^\gamma \partial_\beta + \tilde{x}_\alpha^\beta (\partial_{\beta i}^2 dx^i + \partial_{\beta\gamma}^2 dx^\gamma) .$$

Учитывая выражения дифференциалов dx^i, dx^γ и векторов ∂_α по формулам (3) и (6_1), найдем дифференциалы вертикальных векторов:

$$de_\alpha = \omega^i (\tilde{x}^\beta_\alpha \tilde{x}^j_i \partial^2_{\beta j} + \tilde{x}^\beta_\alpha \tilde{x}^\gamma_i \partial^2_{\beta\gamma} - x^\varepsilon_{\delta\beta} \tilde{x}^\delta_\alpha \tilde{x}^\beta_i e_\varepsilon -$$
$$- x^\varepsilon_{\delta j} \tilde{x}^\delta_\alpha \tilde{x}^j_i e_\varepsilon) + \omega^\beta (\tilde{x}^\delta_\alpha \tilde{x}^\gamma_\beta \partial^2_{\delta\gamma} - x^\varepsilon_{\nu\gamma} \tilde{x}^\nu_{(\alpha} \tilde{x}^\gamma_{\delta)} e_\varepsilon).$$

Таким образом, можем записать выражения для дифференциалов вертикальных векторов следующим образом [5]:

$$de_\alpha = e_{\alpha i}\omega^i + (e_{\alpha\beta} + C^\varepsilon_{\alpha\beta} e_\varepsilon)\omega^\beta ,$$

где

$$\begin{aligned} e_{\alpha i} &= \tilde{x}^\beta_\alpha \tilde{x}^j_i \partial^2_{\beta j} + \tilde{x}^\beta_\alpha \tilde{x}^\gamma_i \partial^2_{\beta\gamma} - (x^\varepsilon_{\delta\beta} \tilde{x}^\delta_\alpha \tilde{x}^\beta_i + x^\varepsilon_{\delta j} \tilde{x}^\delta_\alpha \tilde{x}^j_i) e_\varepsilon, \\ e_{\alpha\beta} &= \tilde{x}^\delta_\alpha \tilde{x}^\gamma_\beta \partial^2_{\delta\gamma} - x^\varepsilon_{\nu\gamma} \tilde{x}^\nu_{(\alpha} \tilde{x}^\gamma_{\delta)} e_\varepsilon. \end{aligned} \tag{18}$$

Из выражений (17) и (18_1) следует, что $e_{i\alpha} = e_{\alpha i}$. Из ($18_2$) видно, что векторы $e_{\alpha\beta}$ симметричны.

Список литературы

1. *Катанаев М.О.* Геометрические методы в математической физике. М., 2011.
2. *Кириченко В.Ф.* Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях. М., 2003.
3. *Лаптев Г.Ф.* Основные инфинитезимальные структуры высших порядков на гладком многообразии // Тр. геом. семин. ВИНИТИ. М., 1966. Т. 1. С. 139—189.
4. *Лумисте Ю.Г.* Связности в расслоенных пространствах с однородными слоями. Тарту, 1977.
5. *Рязанов Н.А.* Скобка Ли касательных векторов и тождества Бьянки в главном расслоении // Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Калининград, 2014. Вып. 45. С. 113—120.
6. *Шевченко Ю.И.* Оснащения голономных и неголономных гладких многообразий : учебное пособие. Калининград, 1998.
7. *Lumiste J.G.* Connections in associated fibre bundles // Czechoslovak Math Journal. 1981. Vol. 31, №23. P. 421—432.

N. Ryazanov

The frames of the 1st and 2nd order on a principal bundle

We proceed the studying tangent and osculating bundles over arbitrary principal bundle on a manifold by means of covariant method [5] and based on structure equations and derivation formulas. Expressions of fiber forms in the natural coframe, basis vectors of the 2nd order in the natural frame, structure constants in terms of fiber coordinates are obtained.

УДК 514.764.2

С.Е. Степанов, И.И. Цыганок
Финансовый университет при Правительстве РФ, Москва
s.e.stepanov@mail.ru

Об эллиптичности одного дифференциального оператора

Пусть $\{d, d^*, D\}$ — базис пространства естественных (относительно изометрических диффеоморфизмов) дифференциальных операторов первого порядка, действующих на пространстве $\Omega^r(M)$ внешних дифференциальных r-форм $(1 \le r \le n-1)$ на римановом многообразии (M, g) и имеющих значение в пространстве однородных тензоров над (M, g). Доказано, что для оператора D^*, формально сопряженного к D, дифференциальный оператор второго порядка $D^* D{:}\Omega^r(M) \to \to \Omega^r(M)$ является эллиптическим.

***Ключевые слова*:** компактное риманово многообразие, эллиптический дифференциальный оператор второго порядка.