Список литературы

1. *Ченцов Н. Н.* Статистические решающие правила и оптимальные выводы. М., 1972.
2. *Степанова Е. С., Цыганок И. И.* Геодезические линии в связности Ченцова — Амари // Тез. докл. междунар. конф. «Геометрия в Одессе». Одесса, 2008. С. 141—145.
3. *Арнольд В. И. и др.* Николай Николаевич Ченцов // Успехи математических наук. 1993. Т. 48, вып. 2. С. 165—168.
4. *Степанова Е. С., Степанов С. Е., Шандра И. Г.* Сопряженные связности на статистических многообразиях // Изв. вузов. Математика. 2007. № 11. С. 90—98.

I. Tsyganok, E. Stepanova

INTEGRALS OF EQUATIONS OF GEODESIC LINES
IN THE CHENTSOV — AMARY CONNECTION

We have deduced integrals of equations of geodesic lines in the Chentsov — Amary connection on a statistic manifold.

УДК 514.75

М. А. Чешкова

(Алтайский государственный университет, г. Барнаул)

О ПРЕОБРАЗОВАНИИ РИБОКУРА КОНГРУЭНЦИИ ГИПЕРСФЕР

Изучается конгруэнция гиперсфер. По известной гиперповерхности центров гиперсфер строится функция радиусов так, чтобы конгруэнция гиперсфер была рибокуровой.

В евклидовом пространстве E^n рассмотрим $(n-1)$-параметрическое семейство гиперсфер — конгруэнцию гиперсфер [6, с. 459; 3]. Пусть M — гладкая гиперповерхность, описываемая центрами гиперсфер. Формулы Гаусса — Вейнгартена гиперповерхности M имеют вид [2, с. 23]

$$\partial_X Y = \nabla_X Y + b(X,Y)n, \partial_X n = -AX, \quad (1)$$

где $X, Y \in T_0^1(M), \nabla$ — связность Леви-Чивита метрики $g(X,Y) = \langle X,Y \rangle, b(X,Y) = g(AX,Y)$ — вторая фундаментальная форма гиперповерхности M, $A \in T_1^1(M)$-оператор Вейнгартена, n — орт нормали, $\langle , \rangle$ — скалярное произведение.

Определим огибающую гиперповерхность конгруэнции гиперсфер. Обозначим через $r(p)$ радиус-вектор точки $p \in M$, через $r^*(p)$ — радиус-вектор точки огибающей M^*. Тогда имеем

$$r^* = r + \rho \cdot n^*,$$

где $n^*(p)$ — единичный вектор, направленный из центра гиперсферы в соответствующую точку огибающей $r^*(p)$, $\rho(\mathrm{p})$ — радиус соответствующей сферы. Очевидно, что $n^*(p)$ — орт нормали к огибающей гиперповерхности M^*. Разложим вектор $n^*(p)$ на касательную U и нормальную $\varepsilon \cdot \mathrm{n}$ составляющие $n^* = U + \varepsilon n$. Имеем

$$1 = \langle \mathrm{U}, \mathrm{U} \rangle + \varepsilon^2.$$

Если $1 - \langle U,U \rangle > 0$, то определены две нормали

$$n^* = U + \varepsilon n, \bar{n}^* = U - \varepsilon n,$$

где $\varepsilon = \sqrt{1 - \langle \mathrm{U}, \mathrm{U} \rangle}$, и две гиперповерхности M^* и $\overline{M}^*$, где

$$r^* = r + \rho n^*, \ \bar{r}^* = r + \rho \bar{n}^*$$

— радиус-векторы соответствующих точек огибающих гиперповерхностей. Имеем

$$r = r(u^1,...u^{n-1}), \rho = \rho(u^1,...,u^{n-1}),$$
$$< r_i^*, n^* >= 0, < n_i^*, n^* >= 0.$$

Откуда $\partial_i \rho = - < U, r_i >;\ i = 1,...,n-1;\ U = -g^{ij}\partial_j \rho r_i$, где g_{ki} — метрический тензор поверхности M.

Отображение $\varphi : M^* \to \overline{M}^*$ называется преобразованием Рибокура [6, с. 469; 3; 5; 7], если линии кривизны M^* переходят в линии кривизны $\overline{M}^*$, т. е. торсы конгруэнций нормалей к поверхностям M^* и $\overline{M}^*$ соответствуют. В этом случае конгруэнция гиперсфер называется рибокуровой.

Имеет место [5] обобщение теоремы Дюпена [6, с. 469].

Теорема А. *Если линиям кривизны гиперповерхности* M^* *соответствует сопряженная сеть линий на гиперповерхности M, то конгруэнция гиперсфер рибокурова.*

Будем считать, что $\left\langle n^*, n \right\rangle \neq 0$. Рассмотрим линейную форму

$$\Omega_i = \frac{< n_i^*, n >}{< n^*, n >}.$$

Дифференциальная форма $\Omega(\Omega_i)$ называется замкнутой [1, с. 255], если внешний дифференциал $d\Omega = 0$.

В этом случае [там же] локально существует функция f такая, что $\Omega_i = \partial_i f$. Так как

$$\varepsilon =< n^*, n >, \partial_i \varepsilon =< n_i^*, n > + < n^*, n_i >,$$

то замкнутость формы Ω влечет замкнутость формы $\omega(\omega_i)$, где

$$\omega_i = \frac{< n^*, n_i >}{< n^*, n >} = \frac{< U, n_i >}{\varepsilon}. \tag{2}$$

Имеет место [4]

Теорема B. *Если фокусы конгруэнции прямых* (r, n^*) *различные и торсам конгруэнции соответствует сопряженная сеть линий на гиперповерхности* M *, то форма* $\omega(\omega_i)$ *замкнутая.*

В этом случае линиям кривизны гиперповерхности M^* соответствует сопряженная сеть линий на гиперповерхности M .

Рассмотрим систему

$$d\omega(r_i , r_j = \partial_i \omega_j - \partial_j \omega_i = 0 . \tag{3}$$

Теорема. *Каждому решению системы (3) соответствует отображение Рибокура* $\varphi : M^* \to \overline{M}^*$.

Доказательство. Имеем

$$U = -g^{ij} \partial_j \rho r_i , \ \varepsilon = \sqrt{1 - < U, U >}, < U, n_j >= g^{ik} \partial_k \rho b_{ij} .$$

$b_{ij} = - < r_i , n_j >$. Находим

$$\omega_i = \frac{g^{sk} \partial_k \rho b_{si}}{\varepsilon} .$$

Решая систему (3), определим ρ , затем U, ε , также

$$n^* = U + \varepsilon n , \bar{n}^* = U - \varepsilon n , r^* = r + \rho n^* , \bar{r}^* = r + \rho \bar{n}^* .$$

Список литературы

1. *Зуланке Р., Винтген П.* Дифференциальная геометрия и расслоения. М., 1975.

2. *Кобаяси Ш., Номидзу К.* Основы дифференциальной геометрии. М., 1981. Т. 2.

3. *Чешкова М.А.* О конгруэнции прямых // Изв. АГУ. 2008. С. 38—39.

4. *Чешкова М.* А. Обобщение теоремы Дюпена о конгруэнции гиперсфер // Математическое образование на Алтае: тр. междунар. науч.-практ. конф. Барнаул, 2008. С. 41—43.

5. *Шуликовский В.И.* Классическая дифференциальная геометрия в тензорном изложении. М., 1963.

6. *Corro A.V., Ferreina W., Tenenblat K.* Minimal surfaces by Ribaucour transformation // Geometriae Dedicata. 2003. № 96. P. 117—150.

M. Cheshkova

ON RIBAUCOUR TRANSFORMATION FOR
CONGRUENCE OF HYPERSPHERES

A congruence of hyperspheres is studied. A function of radius is constructed so that the congruence is Ribaucour congruence.

УДК 514.75

Ю. И. Шевченко

(*Российский государственный университет им. И. Канта, г. Калининград*)

ПЛОСКОСТНАЯ АФФИННАЯ СВЯЗНОСТЬ СТОЛЯРОВА, АССОЦИИРОВАННАЯ С РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ

В проективном пространстве рассмотрено распределение плоскостей. Предложен способ задания плоскостной аффинной связности Столярова, ассоциированной с распределением. Она задается полем объекта связности, состоящего из квазитензора связности и объекта плоскостной линейной связности, поэтому является обобщением линейной связности. Объект связности Столярова определяет объекты кручения и кривизны. Доказано, что эти объекты являются тензорами, каждый из которых содержит простой и простейший подтензоры. Описаны условия, когда плоскостная аффинная связность Столярова не имеет кручения или кривизны.

Отнесем n-мерное проективное пространство P_n к подвижному реперу $\{A, A_I\}$ $(I,\ldots=\overline{1,n})$, деривационные формулы вершин которого имеют вид:

$$dA=\vartheta A+\omega^I A_I,\ dA_I=\vartheta A_I+\omega_I^J A_J+\omega_I A, \quad (1)$$