то квадрика $\tilde{Q}$ стационарна и касается квадрики Q вдоль коники C. Таким образом, получена

Т е о р е м а 2. Коники C принадлежат стационарной квадрике $\tilde{Q}$, и квадрика Q комплекса K_s касается $\tilde{Q}$ вдоль C.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. М а л а х о в с к и й В.С., Махоркин В.В. Дифференциальная геометрия многообразий гиперквадрик в n-мерном проективном пространстве.- Тр.геометр.семинара ВИНИТИ, 1974, 6, с. 113-133.

2. М а л а х о в с к и й В.С. Введение в теорию внешних форм. Калининград, 1978.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР
Вып. 10 1979

УДК 513.73

Е.А. М и т р о ф а н о в а

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ КОНГРУЭНЦИИ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ ПАРАБОЛОИДОВ В A_3

В настоящей статье рассматривается класс M_2^* конгруэнции M_2 гиперболических параболоидов в трехмерном эквиаффинном пространстве A_3, для которого ассоциированные квадрики вырождаются в пары пересекающихся плоскостей. Доказана теорема существования и установлены некоторые геометрические свойства конгруэнции M_2^*.

Отнесем конгруэнцию гиперболических параболоидов к реперу $R=\{A,\bar{e}_\alpha\}$ (α, β, γ =1, 2, 3), где A –фокальная точка параболоида Q, описывающая невырожденную поверхность (A), векторы (i, j, k =1, 2) направлены по прямолинейным образующим параболоида Q, а вектор $\bar{e}_3$ – по его диаметру. Уравнение этого параболоида в данном репере имеет вид:

$$F \equiv x^1x^2 - px^3 = 0. \tag{1}$$

Для получения канонического репера осуществим нормировку векторов $\bar{e}_\alpha$ таким образом, чтобы точка $\mathcal{F}_1 = (1; 1; \frac{1}{p})$ являлась фокальной точкой параболоида Q.

Система пфаффовых уравнений конгруэнции M_2 запишется в виде

$$\omega^3 = 0,\ \ \omega_j^i = \Gamma_{jk}^i\,\omega^k,\ \ \omega_3^i = \Gamma_{3k}^i\,\omega^k,\ \ 2p\,\omega_3^3 - dp = p_k\,\omega^k,$$
$$p\omega_i^3 - \omega^j = \Gamma_{ik}^3\,\omega^k,\ \ \omega_3^3 = a_k\,\omega^k,\ \ \omega_1^1 - \omega_2^2 = b_k\,\omega^k,\ (i \neq j). \tag{2}$$

Из замыкания уравнения $\omega^3 = 0$ получим

$$\Gamma^3_{12} - \Gamma^3_{21} = 0 . \tag{3}$$

Рассмотрим инвариантные ассоциированные квадрики Q_i [1], которые определяются уравнениями:

$$\mathcal{F}_i \equiv \Gamma^2_{1i} (x^1)^2 + \Gamma^1_{2i} (x^2)^2 + \Gamma^1_{3i} x^2 x^3 + \Gamma^2_{3i} x^1 x^3 - \Gamma^3_{1i} x^1 - \Gamma^3_{2i} x^2 - \rho_i x^3 = 0, \tag{4}$$

(по i не суммировать!)

Квадрики Q_i позволяют дать относительную характеристику инвариантов конгруэнции M_2. Условия

$\Gamma^2_{3i} = 0$ означает, что $\bar{e}_1$ и $\bar{e}_3$ сопряжены относительно Q_i,

$\Gamma^1_{3i} = 0$ означает, что $\bar{e}_2$ и $\bar{e}_3$ сопряжены относительно Q_i,

$\Gamma^3_{ki} = 0$ означает, что направление $(A\ell_k)$ является асимптотическим относительно Q_i.

Рассмотрим класс M^*_2 конгруэнции M_2, для которого ассоциированные квадрики Q_i (4) распадаются на пары плоскостей соответственно с осями (Ae_j). В этом случае уравнения (4) примут вид:

$$\mathcal{F}_i \equiv \Gamma^j_{ii} (x^i)^2 + \Gamma^j_{3i} x^i x^3 = 0 \quad (i \neq j), \tag{5}$$

а система дифференциальных уравнений конгруэнции M^*_2 запишется в виде:

$$\begin{aligned} &\omega^3 = 0, && \omega^1_3 = \Gamma^1_{32} \omega^2, \\ &p\omega^2_1 + \omega^2_3 = 0, && \omega^2_3 = \Gamma^2_{31} \omega^1, \\ &p\omega^3_1 = \omega^2, && \omega^3_3 = a_k \omega^k, \\ &p\omega^1_2 + \omega^1_3 = 0, && dp = 2\omega^3_3, \\ &p\omega^3_2 = \omega^1, && \omega^1_1 - \omega^2_2 = b_k \omega^k. \end{aligned} \tag{6}$$

Анализируя систему (6), убеждаемся, что конгруэнции M^*_2 существуют и определяются с произволом четырех функций одного аргумента.

Обозначим через ℓ_α прямые (Ae_α).

Т е о р е м а. Конгруэнция M^*_2 обладает следующими геометрическими свойствами: 1/прямые ℓ_1 и ℓ_2 сопряжены относительно каждой из ассоциированных квадрик Q_i; 2/прямолинейные образующие ℓ_i являются асмптотическими касательными фокальной поверхности (A); 3/прямолинейная конгруэнция (ℓ_3) сопряжена фокальной поверхности (A); 4/существует аффинное расслоение от прямолинейной конгруэнции (ℓ_3) к конгруэнции касательных плоскостей поверхности (A) [2].

Справедливость этих утверждений вытекает из уравнений (4) и (6).

Список литературы

1. М а л а х о в с к и й В.С. Конгруэнции линейчатых квадрик в трехмерном проективном пространстве.- В кн.: Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Вып.8. Калининград, 1977, с.32-38.

2. Т к а ч Г.П. О некоторых классах аффинно расслояемых пар конгруэнций в трехмерном эквиаффинном пространстве.- В кн.: Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Вып.3. Калининград, 1973, с.143-152.