батываться так называемая немонотонная модель и соответствующие ей немонотонные логики рассуждений.

После этих общих замечаний вполне уместно обратиться к сформулированному ранее вопросу о характере логики, которая соответствует кантовской практике рассуждений в области приложения практического разума.

Пусть Γ есть обозначение для некоторой совокупности посылок (в частном случае Γ — теория), из которых, применяя законы и методы классической логики, выведено диалектическое, в смысле Канта, противоречие, то есть

$$\text{из } \Gamma \text{ выводимо } A \wedge \sim A \qquad (1)$$

Если бы противоречие было просто аналитическим, то по законам классической логики отсюда просто следовало бы отрицание Γ, то есть $\urcorner\Gamma$. В этом смысле аналитическое противоречие носит разрушительный характер. В данном же случае мы, вслед за Кантом, должны или уточнить понятия, или провести замену синтетического мира, или ввести новые понятия так, чтобы диалектическое противоречие устранялось. По существу, речь идет о пополнении (расширении) Γ некоторой новой, не содержащейся в ней ранее в явном или неявном виде информацией. Причем в результате такого пополнения из Γ и этой новой информации (обозначим ее, например, B) уже не выводится $A \wedge \sim A$:

$$\text{неверно, что из } \Gamma \wedge B \text{ выводимо } A \wedge \sim A. \qquad (2)$$

Легко видеть, что выводимость здесь понимается не в классическом смысле, а именно в немонотонном, об этом как раз и говорит принятие (1) и (2).

Получив этот результат, мы можем ответить на вопрос о характере логики, соответствующей способам рассуждения в сфере практического применения разума, то есть ответить на вопрос о характере логики практического разума. Эта логика будет существенно немонотонной. Ответ принципиально ясен. Задачей дальнейшего профессионального логического анализа является построение адекватных систем немонотонной логики, способных описать законы и правила диалектических рассуждений (в смысле Канта).

ФОРМАЛИЗАЦИЯ АКСИОМЫ СВЕРТЫВАНИЯ НА ОСНОВЕ КАНТОВСКОГО МЕТОДА КОНСТРУИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ

А. Н. Троепольский
(Калининградский государственный университет)

Как известно, возникновение кризиса в основаниях математики на рубеже XIX—XX вв. было обусловлено обнаружением формализованного аналога парадокса Рассела в идеальном исчислении K, которое рассматривалось в качестве адекватной формализации канторовской «наивной» теории множеств, лежащей в основе всей математики [1]. Существование формализованного парадокса в K, как известно, связано с существованием в нем аксиомной схемы свертывания, записываемой в виде

$$(\ )\exists y\forall x((x\in y)\equiv F(x)),$$

где $F(x)$ представляет любую ппф, свободную относительно x, но не содержащую свободно y, а стоящие вначале круглые скобки указывают на замыкание всеобщности всех остальных свободных переменных, если таковые имеются. Эту аксиомную схему можно словесно интерпретировать следующим образом: существует сущность y такая, что для всякой сущности x верно, что x принадлежит y тогда и только тогда, когда выполняется условие $F(x)$. Иными словами, согласно этому подходу «все сущности, для которых выполнено какое-либо данное условие, образуют некоторую сущность — класс»[2].

Продемонстрируем пример возникновения антиномии Рассела в исчислении K[3]. Допустим существование расселовского множества в предметной области D исчисления K. Тогда возможен следующий вывод, в котором звездочками отмечено противоречие.

1. $(\ )\exists y\forall x((x\in y)\equiv F(x))$ {акс. схема свертыв.}.
2. $\exists y\forall x((x\in y)\equiv \sim(x\in x))$ $\{1:F(x)/\sim(x\in x)\}$.
3. $\forall x((x\in S)\equiv\sim(x\in x))$ {удаление $\exists$ по S:2}.
4. $(S\in S)\equiv\sim(S\in S)$ {удаление $\forall$ по S : 3}.
5. $S\in S$ {допущение}.
6. $\sim(S\in S)$ {удаление $\equiv$:4, 5}.

* 7. $\sim(S\in S)$ {сведение к нелепости 5, 6, удаление 5}.

* 8. $S\in S$ {удаление $\equiv$:4, 7}.

Продемонстрированная антиномия показывает, что по такому ясному условию, как $\sim(x\in x)$, нельзя образовать множество. Это вызывает повышенное удивление математиков, побуждая тем самым исследователей к активному изучению причин возникновения формализованного аналога парадокса Рассела в наивной теории множеств. На сегодняшний день имеется обширная литература, в которой выдвигаются самые различные гипотезы о причинах возникновения и путях устранения парадокса Рассела. Список такой литературы в несколько десятков наименований приведен в «Основаниях теории множеств» Ф. Френкеля и И. Бар-Хиллела. Однако, если исключить из этого списка публикации, содержащие явно ошибочные подходы, то все равно, как отмечают Ф. Френкель и И. Бар-Хиллел, все оставшиеся приемлемые подходы нельзя считать вполне удовлетворительными, так как они существенно ограничивают классическую математику [4].

В этих сложных условиях в основаниях математики, когда многочисленные предлагаемые решения расселовской антиномии обнаруживали медленное, постепенное продвижение вперед, психология форсированного исследования этой проблемы постепенно уступила место психологии накопления частичных результатов, вследствие чего, как нам представляется, острый интерес к этой проблеме у специалистов несколько упал.

Однако он никогда полностью не исчезал. В этом отношении показательна статья А. А. Ханагова «Существуют ли в формальной логике парадоксы?», где автор приходит к выводу, что в формальной логике они не возможны[5]. Мы разделяем основные интенции статьи А. А. Ханагова, но считаем, что опорные понятия этой статьи, в частности, понятия «формальная логика», «законы логики», недостаточно точно определены, недостаточно ясны.

В этой связи мы считаем необходимым и плодотворным осуществить анализ данной проблемы более конструктивными в широком смысле средствами, под которыми мы понимаем методы, применение которых приводит к однозначно понимаемому результату в исследовании.

Как известно, одним из таких методов является кантовский метод конструирования математических понятий в чистом созерцании. Кант характеризует его следующим образом: «Пространство и время — вот те созерцания, которые чистая математика кладет в основу всех своих познаний и суждений, выступающих одновременно как аподиктические и необходимые; в самом деле, математика должна показать все свои понятия сначала в созерцании, а чистая математика — в чистом созерцании, т. е. должна их конструировать, ведь только в чистом созерцании может быть дан материал для априорных синтетических суждений. Способность созерцать a priori касается не материи явления, т. е. не ощущения в нем, потому что ощущение составляет нечто эмпирическое, а только формы его — пространства и времени» (4(1), 98—99).

Выше мы показали, что причина возникновения формализованного аналога парадокса Рассела в исчислении K заключается в записи логической формы аксиомы свертывания в формализованном языке исчисления K.

В связи с этим возникает необходимость проверить адекватность формализации принципа образования множества по условию в виде аксиомной схемы свертывания $\exists y \forall x ((x \in y) \equiv F(y))$ на основе кантовского метода конструирования математических понятий в чистом созерцании[6].

Если мы рассматриваем аксиомную схему свертывания как формализацию принципа образования множества по условию, то при такой интерпретации, которая является главной подразумеваемой интерпретацией аксиомной схемы свертывания, мы рассматриваем сущность x в $x \in y$ как элемент более сложной сущности y, представляющей собой образовываемое по условию F(x) множество. Но понятия «элемент множества» и «множество» являются математическими. Следовательно, согласно Канту их можно конструировать в чистом созерцании. Осуществим эту процедуру. Выберем произвольно множество $A=\{1, 2, 3\}$. И тут же непосредственно в чистом созерцании усматриваем, что $1\neq\{1, 2, 3\}$, $2\neq\{1, 2, 3\}$, $3\neq\{1, 2, 3\}$, т. е. непосредственно усматриваем, что множество А и его элементы не тождественны. Но А мы выбрали произвольно. Следовательно, на основе кантовского метода конструирования математических понятий в чистом созерцании убеждаемся, что для всякого множества верно, что оно и его элемент не тождественны. Но с другой стороны, как известно, правила логического исчисления разрешают подставлять в аксиому свертывания вместо x и y одну и ту же сущность, что в случае удаления кванторов $\exists$ и $\forall$ по одной и той же сущности в представленном порядке устранения кванторов приводило к формализованному аналогу антиномии Рассела в исчислении К. Какой же выход можно найти из данной трудности? Рассмотрим опять главную подразумеваемую интерпретацию аксиомной схемы свертывания с учетом необходимости сохранить в исчислении отношения «$\in$» правило подстановки одной и той же сущности вместо y и x при системе кванторов $\exists$ и $\forall$. Итак, аксиомная схема свертывания формализует принцип образования множества по условию и одновременно разрешает подстановку одной и той же сущности вместо индивидных переменных. Как совместить эти условия? Очевидно, это становится возможным, если мы аксиомную схему свертывания с учетом ее главной интерпретации запишем в виде:

$$\exists y \forall x((x\in\{y\}) \equiv F(x)),$$

где $\{\ \}$ — оператор образования множества по условию $F(x)$, а $\{y\}$ — множествообразующая переменная.

Специфика этой переменной заключается в том, что в ее составе имеется константная часть $\{\ \}$, не подлежащая замене, что обусловливает лишь принцип подстановки в эту переменную в отличие от обычной индивидной переменной y, где подстановка в переменную y совпадает с подстановкой на место переменной y. Нетрудно доказать, что, используя принцип подстановки в множествообразующую переменную, легко устранить формализованный аналог антиномии Рассела из наивной теории множеств, который имел место в исчислении К. Для этого снова, как и в предыдущем примере, допустим существование в предметной области D расселовского множества S и сделаем попытку вывести противоречие из аксиомной схемы свертывания по условию образования множества $\sim(x\in x)$ при ее новой записи. В результате развернется следующий вывод:

1. ( ) $\exists y \forall x((x\in\{y\}) \equiv F(x))$ {акс. схема свертыв.}.
2. $\exists y \forall x((x\in\{y\}) \equiv \sim(x\in x))$ $\{1{:}F(x)/\sim(x\in x)\}$.
3. $\forall x(x\in\{S\}) \equiv \sim(x\in x))$ {удаление $\exists$ по S:2}.
4. $(S\in\{S\}) \equiv \sim(S\in S)$ {удаление $\forall$ по S:3}.

Очевидно, что из $(S\in\{S\}) \equiv \sim(S\in S)$ невыводимо $S\in S$ и $\sim(S\in S)$, как бы мы ни старались продолжить вывод по корректным правилам вывода. При этом утверждение $(S\in\{S\}) \equiv$

$\equiv \sim (S \in S)$ получает хорошо осмысленную содержательную интерпретацию: тогда и только тогда множество S принадлежит в качестве элемента одноэлементному множеству $\{S\}$, когда $\sim (S \in S)$, т. е. когда оно не принадлежит себе в качестве элемента. Теперь поставим вопрос: какие индивиды должны содержать предметная область D при интерпретации аксиомной схемы свертывания как формализации принципа образования множества по условию? На первый взгляд ответ представляется простым: предметная область D должна содержать в себе отдельные предметы, множества этих отдельных предметов, множества множеств отдельных предметов и т. д. Однако нетрудно видеть, что с такой предметной областью D мы, используя аксиомную схему свертывания, будем образовывать лишь одноэлементные множества вида $\{y\}$, т. е. множества либо вида $\{a\}$, $\{\{a\}\}$, $\{\{\{a\}\}\}$ и т. д., либо множества вида $\{м\}$, $\{\{м\}\}$, $\{\{\{м\}\}\}$ и т. д. И никогда не образуем множества вида $\{a, b, c\}$ либо $\{\{м\}, \{N\}, \{S\}\}$, т. е. многоэлементное множество. Для того чтобы обеспечить такую возможность, очевидно, необходимо допустить существование в предметной области D наряду с существованием отдельных предметов, множеств отдельных предметов, множеств множеств отдельных предметов и т. д., а также последовательностей отдельных предметов, множества последовательностей отдельных предметов, множества множеств последовательности отдельных предметов, списки отдельных предметов, множества списков отдельных предметов, множества множеств списков отдельных предметов и т. д.[7].

Очевидно, что допущение такой универсальной предметной области D, с одной стороны, позволяет подставить в аксиому свертывания вместо x и y последовательность a, b, c и получить многоэлементное множество $\{a, b, c\}$, а с другой стороны, как нетрудно видеть, такая подстановка как бы выводит нас за границы традиционных теоретико-множественных представлений, что в свою очередь наводит нас на мысль о возможности других, не теоретико-множественных интерпретаций аксиомной схемы свертывания.

В итоге аксиомную схему свертывания обобщенно следует записать в виде

$$(\ )\exists y \forall x ((x \in \langle y \rangle) \equiv F(x)),$$

где $\langle y \rangle$ — выделенная переменная на основе содержательной связи ее с $F(x)$, и дать ей следующее обобщенное прочтение. Существует такая сущность y, что для всякой сущности x тогда и только тогда x принадлежит выделенной сущности $\langle y \rangle$, когда y содержательно релевантна с $F(x)$.

Как и множествообразующая переменная $\{y\}$, выделенная переменная $\langle y \rangle$ также имеет константную часть $\langle\ \rangle$, не подлежащую замене, и вследствие этого для данной переменной, как и для $\{y\}$, имеет силу правило подстановки в переменную.

Нетрудно видеть, что обобщенная запись аксиомы свертывания с выделенной переменной $\langle y \rangle$ также не позволит получить противоречие в выводе с использованием этой аксиомной схемы при замене $F(x)$ на $x \notin x$.

Проводимый анализ вселяет в нас надежду систематическим образом разработать прикладное исчисление предикатов с отношением «$\in$» (принадлежности), включающим в свои постулаты как обычные индивидные переменные, так и выделенные переменные.

Возможно, что аналогично тому, как проникновение во внутреннюю структуру пропозициональной переменной породило более богатую по своим дедуктивным возможностям первопорядковую логику предикатов и широко раздвинуло область логического, так и проникновение в структуру выделенной переменной и установление корректных правил обращения с ней расширит дедуктивные возможности формальной логики и также раздвинет горизонты логического.

---

[1] Френкель А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. М., 1966. С. 171—173.

[2] Там же. С. 172.

[3] См.: Клини С. Математическая логика. М., 1973. С. 221—222.

[4] Френкель А., Бар-Хиллел И. Указ. соч. С. 24—26.

[5] Ханагов А. А. Существуют ли в формальной логике парадоксы?// Природа. 1978. № 10.

[6] Более подробно о принципах конструирования математических понятий в пространстве и времени можно прочитать в нашей статье «И. Кант и проблема обоснования нетривиального теоретического знания» (Философские науки. 1981. № 3).

[7] Смирнов В. А. Формальный вывод и логические исчисления. М., 1972.

«КРИТИКА ЧИСТОГО РАЗУМА» И СПОСОБЫ ПОСТРОЕНИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ

В. Н. Брюшинкин
(Калининградский государственный университет)

В последние годы категория «знание» попала в фокус теоретических и практических исследований по «искусственному интеллекту». Новая роль этого понятия открыла неожиданные перспективы для приложения философских концепций. Философы получили возможность перейти от комментирования и критики к конструктивному вкладу в теорию «искусственного интеллекта» (ИИ). Сейчас нет более богатых моделей знаний, их получения и функционирования, чем те, что наработаны в классических и современных философских концепциях. Однако этот колоссальный массив знаний о знаниях хранится в форме, совершенно не приспособленной для применения в системах ИИ в силу своеобразия языка философии, трудностей извлечения из отдельных концепций необходимой информации, зависимости философских знаний от культурно-исторического контекста.