Список литературы

1. *Волкова С.Ю.* Поля фундаментальных и охваченных геометрических объектов *S*-распределения / ВИНИТИ РАН. М., 2001. №343-В2001.

2. *Чакмазян А.В.* Связность в нормальных расслоениях нормализованного подмногообразия V_m в P_n // Проблемы геометрии: Итоги науки и техники / ВИНИТИ АН СССР. М., 1978. Т. 10. С. 55—74.

3. *Лаптев Г.Ф.* Дифференциальная геометрия погруженных многообразий: Теоретико-групповой метод дифференциально-геометрических исследований // Тр. Моск. матем. о-ва. 1953. Т. 2. С. 275—382.

4. *Столяров А.В.* Двойственные нормальные связности на регулярной неголономной гиперполосе // Изв. НАНИ ЧР (физ.-мат. науки). Чебоксары, 1996. №6. С. 9—14.

S. Volkova

INTRODUCTION OF NORMAL CONNECTIONS
ON S-DISTRIBUTION

The normal connections, induced in the bundles of normals of 1-st type of Λ-subbundle for the given S-distribution [1], equipped in Norden — Cartan's sense, are considered.

УДК 514.75

А.В. Вялова

(Российский государственный университет им. И. Канта, г. Калининград)

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПЕРЕНЕСЕНИЯ ВДОЛЬ ПЛОСКОЙ ОБРАЗУЮЩЕЙ В ПУЧКЕ СВЯЗНОСТЕЙ 2-ГО ТИПА НА ТОЧЕЧНО-ПЛОСКОСТНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В n-мерном проективном пространстве P_n точечно-плоскостная поверхность S_{h+r} представляется как вырожденное многообразие троек (A, L_h, T_m), причем точка A

($A \in L_h \subset T_m$) и касательная плоскость T_m описывают m-мерные семейства, а образующая L_h — r-мерное семейство ($r = m - h$). Произведено композиционное оснащение поверхности S_{h+r}, состоящее в задании полей трех плоскостей. Описаны параллельные перенесения оснащающих плоскостей вдоль фиксированной плоской образующей в пучке связностей 2-го типа.

В работе индексы принимают следующие значения:

$$I,\ldots=\overline{1,n};\ u,\ldots=\overline{1,m};\ \alpha,\ldots=\overline{m+1,n};\ u=(a,i);\ a,\ldots=\overline{1,h};\ i,\ldots=\overline{h+1,m}.$$

С поверхностью S_{h+r} ассоциируем главное расслоение $G(S_{h+r})$, базой которого является сама поверхность, пространством расслоения — проективная группа $GP(n)$, а типовым слоем — подгруппа стационарности $G \subset GP(n)$ тройки (A, L_h, T_m), причем $\dim\ G = n(n-m+1)+mr+h^2$. Проекция $\pi: GP(n) \to S_{h+r}$ относит произвольному элементу группы $GP(n)$ ту тройку (A, L_h, T_m), которая остается неподвижной под действием этого элемента.

Групповая связность Γ в главном расслоении $G(S_{h+r})$ задается по Г.Ф. Лаптеву [1] с помощью поля объекта связности:

$$\begin{gathered}\Gamma=\{\Gamma_{ab},\Gamma_{ai},\Gamma^a_{bc},\Gamma^a_{bi},\Gamma^i_{ja},\Gamma^i_{jk},\Gamma^a_{ib},\Gamma^a_{ij},\Gamma_{ia},\Gamma_{ij},\\ \Gamma_{\alpha a},\Gamma_{\alpha i},\Gamma^a_{\alpha b},\Gamma^a_{\alpha i},\Gamma^\alpha_{\beta a},\Gamma^\alpha_{\beta i},\Gamma^i_{\alpha a},\Gamma^i_{\alpha j}\}\end{gathered}.$$

Объект связности Γ содержит 3 простейших и 15 простых подобъектов, из которых выпишем следующие:

$$\begin{gathered}\Gamma_1=\{\Gamma_{ab},\ \Gamma^a_{bc}\},\ \ \Gamma_2=\{\Gamma^a_{ib},\ \Gamma^a_{bc},\ \Gamma^i_{ja}\},\ \ \Gamma_3=\{\Gamma_{ia},\ \Gamma_{ab},\ \Gamma^a_{ib},\ \Gamma^a_{bc},\ \Gamma^i_{ja}\},\\ \Gamma_4=\{\Gamma^i_{\alpha a},\ \Gamma^\alpha_{\beta a},\ \Gamma^i_{ja}\},\ \ \Gamma_5=\{\Gamma^a_{\alpha b},\ \Gamma^i_{\alpha a},\ \Gamma^\alpha_{\beta a},\ \Gamma^a_{bc},\ \Gamma^a_{ib},\Gamma^i_{ja}\},\\ \Gamma_6=\{\Gamma_{ia},\ \Gamma_{ab},\ \Gamma_{\alpha a},\ \Gamma^a_{\alpha b},\ \Gamma^i_{\alpha a},\ \Gamma^\alpha_{\beta a},\ \Gamma^a_{ib},\ \Gamma^a_{bc},\ \Gamma^i_{ja}\}.\end{gathered}$$

Произведем композиционное оснащение поверхности S_{h+r}, состоящее в задании на ней полей трех плоскостей [2; 3]

$$P_{h-1}: A\oplus P_{h-1}=L_h,\ P_{m-h-1}: L_h\oplus P_{m-h-1}=T_m,\ P_{n-m-1}: T_m\oplus P_{n-m-1}=P_n,$$

причем оснащающие плоскости определены совокупностями точек

$$C_a = A_a + \lambda_a A,\ C_i = A_i + \lambda_i^a A_a + \lambda_i A,\ C_\alpha = A_\alpha + \lambda_\alpha^a A_a + \lambda_\alpha^i A_i + \lambda_\alpha A.$$

Объект $\lambda = \{\lambda_a, \lambda_i^a, \lambda_i, \lambda_\alpha^a, \lambda_\alpha^i, \lambda_\alpha\}$ является оснащающим квазитензором поверхности S_{h+r} и содержит 3 простейших $\{\lambda_a\}$, $\{\lambda_i^a\}$, $\{\lambda_\alpha^i\}$ и 3 простых $\{\lambda_i, \lambda_i^a\}$, $\{\lambda_\alpha^a, \lambda_\alpha^i, \lambda_\alpha\}$, $\{\lambda_\alpha^a, \lambda_\alpha^i\}$ подобъекта.

Рассмотрим параллельные перенесения оснащающих плоскостей вдоль фиксированной образующей L_h [4] в пучке связностей 2-го типа. Для этого найдем выражения для дифференциалов точек C_a, C_i, C_α, подставляя вместо дифференциалов компонент оснащающего квазитензора λ их выражения через ковариантные дифференциалы [5]. В получившиеся выражения подставим охват компонент объекта связности из пучка 2-го типа [5] и полагая, что $\omega^i = 0$,

$$\begin{aligned}
&\delta C_a = \nu C_a + (\pi_a^b + \lambda_a \pi^b) C_b + (\overset{2}{\nabla} \lambda_a + t_{ab}\pi^b) A,\\
&\delta C_i = \nu C_i + (\pi_i^j - \lambda_\alpha^j \Lambda_{ia}^\alpha \pi^a) C_j + \Lambda_{ia}^\alpha \pi^a C_\alpha +\\
&\quad + (\overset{2}{\nabla} \lambda_i^a + t_{ib}^a \pi^b) C_a + (\overset{2}{\Omega}_i + T_{ia}\pi^a) A,\\
&\delta C_\alpha = \nu C_\alpha + (\pi_\alpha^\beta + \lambda_\alpha^i \Lambda_{ia}^\beta \pi^a) C_\beta + (\overset{2}{\nabla} \lambda_\alpha^i + t_{\alpha a}^i \pi^a) C_i +\\
&\quad + (\overset{2}{\Omega}{}_\alpha^a + T_{\alpha b}^a \pi^b) C_a + (\overset{2}{\Omega}_\alpha + T_{\alpha a}\pi^a) A,
\end{aligned} \tag{1}$$

где $\delta = d/_{\omega^i=0}$, $\nu = \theta/_{\omega^i=0}$, $\pi = \omega/_{\omega^i=0}$ и введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
&t_{ab} = \lambda_{ab} - \lambda_a\lambda_b,\ \ t_{ib}^a = \lambda_{ib}^a - \lambda_\alpha^a \Lambda_{ib}^\alpha + \lambda_\alpha^j \lambda_j^a \Lambda_{ib}^\alpha + \delta_b^a \lambda_i,\\
&t_{ia} = \lambda_{ia} - \lambda_\alpha \Lambda_{ia}^\alpha + \lambda_j \lambda_\alpha^j \Lambda_{ia}^\alpha,\ \ t_{\alpha b}^a = \lambda_{\alpha b}^a - \lambda_\beta^a \lambda_\alpha^i \Lambda_{ib}^\beta + \delta_b^a \lambda_\alpha,\\
&t_{\alpha a}^i = \lambda_{\alpha a}^i - \lambda_\alpha^j \lambda_\beta^i \Lambda_{ja}^\beta,\ \ t_{\alpha a} = \lambda_{\alpha a} - \lambda_\alpha^i \lambda_\beta \Lambda_{ia}^\beta;
\end{aligned} \tag{2}$$

$$T_{ia} = t_{ia} - \lambda_b t_{ia}^b,\ \ T_{\alpha a} = t_{\alpha a} - \lambda_u t_{\alpha a}^u + \lambda_b \lambda_i^b t_{\alpha a}^i,\ \ T_{\alpha b}^a = t_{\alpha b}^a - \lambda_i^a t_{\alpha b}^i; \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
&\Omega_i = \nabla\lambda_i - \lambda_a \nabla\lambda_i^a,\ \ \Omega_\alpha^a = \nabla\lambda_\alpha^a - \lambda_i^a \nabla\lambda_\alpha^i,\\
&\Omega_\alpha = \nabla\lambda_\alpha - \lambda_u \nabla\lambda_\alpha^u + \lambda_i^a \lambda_a \nabla\lambda_\alpha^i.
\end{aligned} \tag{4}$$

Объект $t=\{t_{ab}, t_{ib}^{a}, t_{ia}, t_{\alpha b}^{a}, t_{\alpha a}^{i}, t_{\alpha a}\}$ является тензором, содержащим три простейших $\{t_{ab}\}$, $\{t_{ib}^{a}\}$, $\{t_{\alpha a}^{i}\}$ и три простых $\{t_{ib}^{a}, t_{ia}\}$, $\{t_{\alpha b}^{a}, t_{\alpha a}^{i}\}$, $\{t_{\alpha b}^{a}, t_{\alpha a}^{i}, t_{\alpha a}\}$ подтензора. Объект T также является тензором и содержит три простейших подтензора $\{T_{\alpha a}\}, \{T_{ia}\}, \{T_{\alpha b}^{a}\}$.

Определение. *Композиционное оснащение точечно-плоскостной поверхности* S_{h+r} *назовем abcdef-специальным в случае обращения тензора t в нуль*:

$$a)\ t_{ab}=0,\ b)\ t_{ib}^{a}=0,\ c)\ t_{\alpha b}^{a}=0,\ d)\ t_{\alpha a}^{i}=0, \quad e)\ t_{\alpha a}=0,\ f)\ t_{ia}=0. \tag{5}$$

В случае выполнения части условий в названии специального оснащения будут упоминаться только соответствующие буквы. Если в условии фигурируют линейные комбинации (3) левых частей некоторых условий (5), то назовем композиционное оснащение комбинационным и обозначим прописной буквой условия, содержащего первое слагаемое комбинации [6].

Из формул (1) и определения следуют следующие результаты:

Теорема 1. *Оснащающая плоскость P_{h-1} переносится параллельно в пучке групповых подсвязностей $\overset{2}{\Gamma}_1$ вдоль фиксированной образующей тогда и только тогда, когда она смещается в плоской образующей L_h в случае a-неспециального композиционного оснащения $(t_{ab}\neq 0)$.*

Теорема 2. *Оснащающая плоскость P_{m-h-1} переносится параллельно вдоль фиксированной образующей тогда и только тогда, когда она смещается:*

а) в плоскости $P_{n-h}=P_{m-h-1}\oplus P_{n-m-1}\oplus A$, причем перенесение производится относительно пучка групповых подсвязностей $\overset{2}{\Gamma}_2$ в случае b-специального композиционного оснащения $(t_{ib}^{a}=0)$;

б) в плоскости Бортолотти $P_{n-h-1}=P_{m-h-1}\oplus P_{n-m-1}$, причем перенесение осуществляется в пучке групповых подсвязностей

$\overset{2}{\varGamma}_3$ *в случае* af*-специального композиционного оснащения* $(t^a_{ib} = 0, t_{ia} = 0)$.

Теорема 3. *Оснащающая плоскость* P_{n-m-1} *переносится параллельно вдоль фиксированной образующей тогда и только тогда, когда она смещается:*

а) в плоскости $P_{n-r} = P_{h-1} \oplus P_{n-m-1} \oplus A$, *причем перенесение осуществляется относительно пучка групповых подсвязностей* $\overset{2}{\varGamma}_4$ *в случае* d*-специального композиционного оснащения* $(t^i_{\alpha a} = 0)$;

б) в плоскости P_{n-h-1}, *причем перенесение осуществляется в пучке групповых подсвязностей* $\overset{2}{\varGamma}_5$ *в случае C-комбинационного оснащения* $(T^a_{\alpha b} = 0)$;

в) в гиперплоскости $P_{n-1} = P_{h-1} \oplus P_{m-h-1} \oplus P_{n-m-1}$, *причем перенесение производится относительно пучка групповых подсвязностей* $\overset{2}{\varGamma}_6$ *в случае E-комбинационного оснащения* $(T_{\alpha a} = 0)$;

г) в нормали 1-го рода А.П. Нордена $P_{n-m} = P_{n-m-1} \oplus A$, *причем перенесение осуществляется в пучке групповых подсвязностей* $\overset{2}{\varGamma}_6$ *в случае* cd*-специального композиционного оснащения* $(t^a_{\alpha b} = 0, t^i_{\alpha a} = 0)$;

д) в плоскости $P_{n-r-1} = P_{h-1} \oplus P_{n-m-1}$, *причем перенесение производится относительно пучка групповых подсвязностей* $\overset{2}{\varGamma}_6$ *в случае* d*-специального композиционного оснащения* $(t^i_{\alpha a} = 0)$ *и E-комбинационного оснащения* $(T_{\alpha a} = 0)$;

е) в плоскости Бортолотти P_{n-h-1}, *причем перенесение осуществляется в пучке групповых подсвязностей* $\overset{2}{\varGamma}_6$ *в случае CE-комбинационного оснащения* $(T^a_{\alpha b} = 0,\ T_{\alpha a} = 0)$.

Замечание. Все результаты, полученные для пучка связностей 2-го типа, будут справедливы и для связности 2-го типа.

Список литературы

1. *Евтушик Л.Е., Лумисте Ю.Г., Остиану Н.М., Широков А.П.* Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях // Пробл. геом. / ВИНИТИ. М., 1979. Т. 9. С. 5—247.

2. *Шевченко Ю.И.* Оснащения плоскостной поверхности, рассматриваемой с трех точек зрения // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 1993. Вып. 24. С. 112—123.

3. *Skriagina (Вялова) A.* The structure of equipment of centered plane surface // New geometry of Nature. Kazan, 2003. Vol. 1. P. 197—200.

4. *Вялова А.В.* Параллельные перенесения оснащающих плоскостей вдоль фиксированной образующей в пучке связностей 1-го типа на точечно-плоскостной поверхности // Тезисы докл. междунар. конф. «Геометрия в Одессе-2004. Дифференциальная геометрия и ее приложения». Одесса, 2004. С. 16—18.

5. *Скрягина (Вялова) А.В.* Композиционное оснащение плоскостной поверхности // Междунар. конф. по геом. и анализу: Сб. ст. Пенза, 2003. С. 87—93.

6. *Вялова А.В.* Параллельные перенесения в пучке связностей 2-го типа на точечно-плоскостной поверхности // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2004. Вып. 35. С. 36—42.

A. Vyalova

THE PARALLEL DISPLACEMENTS ALONG GENERATOR IN THE BUNCH OF CONNECTIONS OF THE SECOND TYPE ON THE POINT-PLANE SURFACE

In n-dimensional projective space P_n point-plane surface S_{h+r} as degenerated family of triples (A, L_h, T_m), where point A ($A \in L_h \subset T_m$) and tangent plane T_m describes m-dimensional families, generator L_h — r-dimensional family ($r = m–h$), is considered. Composition equipment of surface S_{h+r}, consisted in setting fields of three plane, is made. The parallel displacements the equipping planes along fixed generator L_h in the bunch of connections of the second type are described.