а также трехпараметрическое семейство ее соприкасающихся квадрик:

$$b_{33}(x^3)^2+2b_{13}x^1x^3+2b_{23}x^2x^3+2x^0x^3+\frac{8\lambda}{\beta}x^1x^2=0,$$

из которого выделен при $b_{13}'=b_{23}=0$ пучок квадрик Дарбу этой поверхности. Линии Дарбу и Сегре на поверхности Σ задаются соответственно уравнениями

$$\tilde{\omega}^1-\varepsilon\tilde{\omega}^2=0,\quad \tilde{\omega}^1+\varepsilon\tilde{\omega}^2=0,$$

где ε -любое из значений $\sqrt[3]{1}$.

Список литературы

1. С к р ы д л о в а Е.В., Говорков А.В. Об одном классе вырожденных конгруэнций, порожденных квадрикой и точкой.-В кн.:Дифференциальная геометрия многообразий фигур.Вып.II.Калининград,1980,с.82-87.

2. М а л а х о в с к и й В.С. О вырожденных конгруэнциях пар фигур в трехмерном проективном пространстве. - В кн.:Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Вып.3.Калининград,1973,с.41-49.

3. М а л а х о в с к и й В.С., Махоркин В.В. Дифференциальная геометрия многообразий гиперквадрик в n-мерном проективном пространстве.-Тр.геометр. семинара. ВИНИТИ АН СССР,1974,6,с.113-133.

4. Ф и н и к о в С.П. Проективно-дифференциальная геометрия.М.-Л.,ОНТИ,1937.

Е.П.С о п и н а

О ПОЛЯХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ НА МНОГООБРАЗИИ V_{n-1}

Исследуются поля геометрических объектов на (n-1)-мерном многообразии (конгруэнции) V_{n-1} центральных невырожденных гиперквадрик в n-мерном аффинном пространстве A_n.

Конгруэнции V_{n-1} гиперквадрик $Q_{n-1}\in A_n$ в репере нулевого порядка индуцированной фигуры $R=\{A,\bar{e}_\alpha\}$, где A -центр гиперквадрики, определяются системой уравнений Пфаффа

$$\begin{cases}\nabla a_{\alpha\beta}=b_{\alpha\beta,i}\,\omega^i, & (1)\\ \omega^n=c_i\omega^i & (\alpha,\beta,\gamma=1,\dots,n;\ i,j,k=1,\dots,n-1),\end{cases}$$

где $a_{\alpha\beta}$ -коэффициенты уравнения гиперквадрики Q_{n-1}, а $\omega^\alpha,\omega_\alpha^\beta$ -компоненты деривационных формул репера, удовлетворяющие уравнениям структуры аффинного пространства:

$$\mathcal{D}\omega^\alpha=\omega^\beta\wedge\omega_\beta^\alpha,\quad \mathcal{D}\omega_\alpha^\beta=\omega_\alpha^\gamma\wedge\omega_\gamma^\beta.$$

Рассмотрим систему величин $\{\hat{a}_{ij}\}$

$$\hat{a}_{ij}=a_{ij}+a_{nn}c_ic_j+a_{in}c_j+a_{jn}c_i. \quad (2)$$

Учитывая уравнения (1.6) [1], находим

$$\delta\hat{a}_{ij}=\hat{a}_{ik}\pi_j^k+\hat{a}_{kj}\pi_i^k+c_j\hat{a}_{ik}\pi_n^k+c_i\hat{a}_{jk}\pi_n^k. \quad (3)$$

Следовательно, система величин $\{\hat{a}_{ij},c_k\}$ образует геометрический объект, который определяет (n-2)-мерную инвариантную квадрику Q_{n-2}

$$\hat{a}_{ij} x^i x^j - 1 = 0\,, \quad x^n - c_i x^i = 0\,,$$

являющуюся сечением гиперквадрики Q_{n-1} касательной гиперплоскостью α_{n-1} .

$$x^n - c_i x^i = 0$$

к гиперповерхности центров (A) .Уравнения

$$\hat{a}^{ij} \hat{a}_{jk} = \delta^i_k \tag{4}$$

определяют систему величин $\{ \hat{a}^{ij} \}$.

Дифференцируя (4) с учетом (1.6) [1] ,находим

$$\delta \hat{a}^{ij} = - \hat{a}^{kj} \pi^i_k - \hat{a}^{ik} \pi^j_k - \hat{a}^{ik} c_k \pi^j_n - \hat{a}^{kj} c_k \pi^j_n \,. \tag{5}$$

Следовательно, система величин $\{ \hat{a}^{ij}, c_k \}$ образует геометрический объект.Обозначим $b_i = a^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta, i}$, $b^j = \hat{a}^{ij} b_i$.

Имеем

$$\delta b_i = b_k (\pi^k_i + c_i \pi^k_n)\,, \tag{6}$$

$$\delta b^j = - b^k (\pi^j_k + c_k \pi^j_n) \tag{7}$$

Из (6),(7) следует,что $\{ b_i, c_j \}$ и $\{ b^i, c_j \}$ образуют геометрические объекты.

Геометрический объект $\{ b_i , c_j \}$ определяет инвариантную (n-2)-мерную плоскость

$$b_i x^i = 0\,, \quad x^n - c_i x^i = 0\,, \tag{8}$$

лежащую в касательной гиперплоскости α_{n-1} гиперквадрики Q_{n-1},а геометрический объект $\{ b^i, c_j \}$ определяет инвариантную точку

$$\bar{B} = \bar{A} + b^i (\bar{e}_i + c_i e_n)\,,$$

инцидентную этой же касательной гиперплоскости .

Обозначим

$$h^\alpha = a^{\alpha n} - a^{\alpha i} c_i\,.$$

Из уравнений (1,6) [1]вытекает,что

$$\delta h^\alpha = - h^\beta \pi^\alpha_\beta + h^\alpha (c_i \pi^i_n - \pi^n_n). \tag{11}$$

Геометрический объект $\{ h^\alpha, c_i \}$ определяет диаметр гиперквадрики Q_{n-1}, сопряженный гиперплоскости α_{n-1}. Действительно,в силу тождеств

$$a_{i\beta} h^\beta = c_i \,, \quad a_{n\beta} h^\beta = 1$$

уравнение диаметральной гиперплоскости,сопряженной диаметру

$$x^\alpha = h^\alpha t\,,$$

приводится к виду

$$x^n - c_i x^i = 0.$$

Список литературы

1.С о п и н а Е.П. Конгруэнции центральных невырожденных гиперквадрик в п-мерном аффинном пространстве.- В кн. :Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Вып.7.Калининград,1976,с.105-110.