M. Banaru

ON NEARLY COSYMPLECTIC STRUCTURES
ON HYPERSURFACES OF SIX-DIMENSIONAL
KAHLERIAN SUBMANIFOLDS OF THE OCTAVE ALGEBRA

Six-dimensional submanifolds of Cayley algebra equipped by Kahlerian structures induced by means of three-fold vector cross products are considered. The Cartan structural equations of the almost contact metric structures on hypersurfaces of such submanifolds are obtained. It is proved that the type number of the nearly cosymplectic hypersurfaces of six-dimensional Kahlerian submanifolds of the octave algebra is at most one.

УДК 514.75

О.О. Белова
(Калининградский государственный университет)

ПУЧОК СВЯЗНОСТЕЙ 3-го ТИПА, ИНДУЦИРОВАННЫЙ ОСНАЩЕНИЕМ БОРТОЛОТТИ МНОГООБРАЗИЯ ГРАССМАНА

В n-мерном проективном пространстве рассмотрено многообразие Грассмана $V=Gr(m,n)$ m-мерных плоскостей L_m. С ним ассоциировано главное расслоение, в котором исследуется групповая связность. Осуществлено оснащение Бортолотти. Доказано, что данное оснащение индуцирует связности трех типов, причем связность 1-го типа является средней по отношению к связностям двух остальных типов. По данной зависимости введен пучок связностей 3-го типа, в котором выделена единственная связность.

Отнесем n-мерное проективное пространство P_n к подвижному реперу $\{A,A_I\}$ $(I,\ldots=\overline{1,n})$ с деривационными формулами

$$dA = \theta A+\omega^I A_I,\ dA_I = \theta A_I+ \omega_I^J A_J+\omega_I A.$$

Формы ω^I, ω_J^I, ω_I удовлетворяют структурным уравнениям Картана проективной группы GP(n)

$$D\omega^I = \omega^J \wedge \omega_J^I, \qquad D\omega_I = \omega_I^J \wedge \omega_J,$$

$$D\omega_J^I = \omega_J^K \wedge \omega_K^I + \delta_J^I \omega_K \wedge \omega^K + \omega_J \wedge \omega^I.$$

В P_n рассмотрим многообразие Грассмана V=Gr(m,n) m-мерных плоскостей L_m. Произведем специализацию подвижного репера $\{A, A_a, A_\alpha\}$, помещая вершины A, A_a на плоскость L_m. Индексы принимают следующие значения: $a,... = \overline{1,m}$; $\alpha,... = \overline{m+1,n}$. Уравнения стационарности плоскости L_m имеют вид: $\omega^\alpha = 0$, $\omega_a^\alpha = 0$.

Над многообразием Грассмана V возникает главное расслоение G(V), типовым слоем которого является подгруппа стационарности G плоскости L_m, а базой – многообразие Грассмана V. Пространством расслоения G(V) является проективная группа GP(n), а проекция $\pi : GP(n) \to V$ относит произвольному элементу группы GP(n) ту плоскость L_m многообразия V, которая инвариантна под действием этого элемента.

В главном расслоении G(V) задается фундаментально-групповая связность способом Г.Ф. Лаптева, причем объект групповой связности Г содержит [1] подобъект $\Gamma_1=\{ L_\alpha^a, \Gamma_\alpha^{ab}, L_{b\alpha}^a, \Gamma_{b\alpha}^{ac}, \Gamma_{a\alpha}, \Pi_{a\alpha}^b, L_{\beta\gamma}^\alpha, \Gamma_{\beta\gamma}^{\alpha a} \}$.

Произведем оснащение Бортолотти многообразия Грассмана, состоящее в присоединении к каждой m-мерной плоскости L_m (n-m-1)-мерной плоскости $P_{n-m-1}=[B_\alpha]$, не имеющей с L_m общих точек, где $B_\alpha = A_\alpha + \lambda_\alpha^a A_a + \lambda_\alpha A$. Данное оснащение, задаваемое полем квазитензора $\lambda = \{\lambda_\alpha^a, \lambda_\alpha\}$ на многообразии V, индуцирует связности трех типов [2] с объектами $\overset{01}{\Gamma}, \overset{02}{\Gamma}$ и $\overset{03}{\Gamma}$, причем $\overset{01}{\Gamma}=\frac{1}{2}(\overset{02}{\Gamma}+\overset{03}{\Gamma}),$ т. е. связность 1-го типа является средней по отношению к связностям 2-го и 3-го типов.

В [3] доказано, что оснащение Бортолотти многообразия Грассмана V индуцирует пучок групповых связностей 1-го типа в расслоении G(V), из которого выделяется единственная связность 1-го типа. В [2], используя тензорность ковариантных производных, строится пучок групповых связностей 2-го типа; из него выделяется единственная связность 2-го типа.

Учитывая, что построенные в работах [2; 3] пучки связностей имеют одинаковые параметры, являющиеся компонентами подобъекта Γ_1, и принимая во внимание зависимость групповых связностей трех типов, можно построить пучок групповых связностей 3-го типа с объектом $\overset{3}{\Gamma}=2\overset{1}{\Gamma}-\overset{2}{\Gamma}$, зависимые компоненты которого имеют вид:

$$
\begin{aligned}
\overset{3}{\Gamma}{}^{a}_{\alpha\beta} &= -\lambda^{a}_{\alpha\beta}-\lambda^{b}_{\alpha}L^{a}_{b\beta}+\lambda^{a}_{\gamma}L^{\gamma}_{\alpha\beta}-\lambda_{\alpha}L^{a}_{\beta}+2\lambda^{a}_{\beta}\lambda_{\alpha},\\
\overset{3}{\Pi}{}^{ab}_{\alpha\beta} &= -\lambda^{ab}_{\alpha\beta}-\lambda^{c}_{\alpha}\Gamma^{ab}_{c\beta}+\lambda^{a}_{\gamma}\Gamma^{\gamma b}_{\alpha\beta}-\lambda_{\alpha}\Gamma^{ab}_{\beta}+2\lambda^{a}_{\beta}\lambda^{b}_{\alpha},\\
\overset{3}{L}_{\alpha\beta} &= -\lambda_{\alpha\beta}-\lambda^{a}_{\alpha}\Gamma_{a\beta}+\lambda_{\gamma}L^{\gamma}_{\alpha\beta}+2\lambda_{\alpha}\lambda_{\beta},\\
\overset{3}{G}{}^{a}_{\alpha\beta} &= -\Lambda^{a}_{\alpha\beta}-\lambda^{b}_{\alpha}\Pi^{a}_{b\beta}+\lambda_{\gamma}\Gamma^{\gamma a}_{\alpha\beta}+2\lambda_{\beta}\lambda^{a}_{\alpha}.
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Придавая компонентам подобъекта Γ_1 их охваченные оснащающим квазитензором λ значения $\overset{0}{\Gamma}_1$ [1], выделим из пучка (1) связностей 3-го типа единственную связность:

$$
\overset{03}{\Gamma}{}^{a}_{\alpha\beta}=-\lambda^{a}_{\alpha\beta},\quad \overset{03}{\Pi}{}^{ab}_{\alpha\beta}=-\lambda^{ab}_{\alpha\beta},\quad \overset{03}{L}_{\alpha\beta}=-\lambda_{\alpha\beta},\quad \overset{03}{G}{}^{a}_{\alpha\beta}=-\Lambda^{a}_{\alpha\beta}.
$$

Теорема. *Оснащение Бортолотти многообразия Грассмана V индуцирует в расслоении G(V) (n – m)(m+1)[(m – n)*^{2}*+m(m+2)] – параметрический пучок групповых связностей 3-го типа*

$$\overset{3}{\Gamma} = \{\Gamma_1, \overset{3}{\Gamma}{}^a_{\alpha\beta}, \overset{3}{\Pi}{}^{ab}_{\alpha\beta}, \overset{3}{L}_{\alpha\beta}, \overset{3}{G}{}^a_{\alpha\beta}\},$$

из которого выделяется единственная связность 3-го типа

$$\overset{03}{\Gamma} = \{\overset{0}{\Gamma}_1, \overset{03}{\Gamma}{}^a_{\alpha\beta}, \overset{03}{\Pi}{}^{ab}_{\alpha\beta}, \overset{03}{L}_{\alpha\beta}, \overset{03}{G}{}^a_{\alpha\beta}\}.$$

Список литературы

1. *Белова О.О.* Связность в расслоении, ассоциированном с многообразием Грассмана // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2000. Вып. 31. С. 8 – 11.

2. *Белова О.О.* Связности 3-х типов в расслоении, ассоциированном с многообразием Грассмана // Проблемы мат. и физ. наук. Калининград, 2001. С. 3 – 5.

3. *Белова О.О.* Интерпретация связности 1-го типа в расслоении над грассмановым многообразием // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2002. Вып. 33. С. 14 – 17.

O. Belova

BUNCH OF CONNECTIONS OF THIRD TYPE, INDUCED BY BORTOLOTTI'S EQUIPMENT OF GRASSMAN'S MANIFOLD

Grassman's manifold V=Gr(m,n) of m-planes L_m is considered in n-dimension projective space. The group connection is investigated in associated principal fibering. Bortolotti's equipment is realized. It is proved, that Bortolotti's equipment induces connections of 3-types, at that the connections of first type is average with respect to connections of the other types. The bunch of connections of third type was introduced. One connections is set apart in this bunch of connections.