УДК 514.75

ПОЛЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ n-ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СЕМЕЙСТВА АФФИННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ПРОСТРАНСТВА A_n

Н.В. Малаховский

(*Калининградский государственный университет*)

Продолжается исследование n-параметрических семейств аффинных отображений n-мерных аффинных пространств, начатое в [1], [2]. Рассмотрен случай совмещенных аффинных пространств, т.е. n-параметрическое семейство аффинных преобразований n-мерного аффинного пространства A_n. Построены поля фундаментальных геометрических объектов. Исследованы их подобъекты и охваты.

1. Пусть $\widetilde{M}(\widetilde{x}^i)$ и $M(x^i)$ - две соответственные точки при аффинном преобразовании h:

$$f^i = m^i_j x^j + m^i - \widetilde{x}^i,\ \det(m^i_j) \neq 0, \qquad (1.1)$$

n-мерного аффинного пространства A_n $(i, j, k = \overline{1, n})$. Используя формулы

$$dx^i = -x^k \omega^i_k - \omega^i,\ d\widetilde{x}^i = -\widetilde{x}^k \omega^i_k - \omega^i, \qquad (1.2)$$

находим :

$$df^i = -f^k \omega^i_k - \nabla m^i_k x^k + \theta^i, \qquad (1.3)$$

где

$$\nabla m^i_k = dm^i_k - m^i_j \omega^j_k + m^j_k \omega^i_j,\ \theta^i = dm^i + m^k \omega^i_k + (a^i_j - m^i_j)\omega^j. \quad (1.4)$$

Рассмотрим общий случай линейной независимости форм Пфаффа θ^i:

$$\theta^1 \wedge \theta^2 \wedge \ldots \wedge \theta^n \neq 0. \quad (1.5)$$

Тогда система пфаффовых уравнений n-параметрического семейства h_n аффинных преобразований (1.1) запишется в виде :

$$\nabla m^i_j = \lambda^i_{jk} \theta^k. \qquad (1.6)$$

2. Имеем :

$$D\theta^i = \theta^k \wedge (\omega^i_k - \lambda^i_{jk}\omega^j),\ D(\nabla m^i_j) = \theta^k \wedge (\lambda^p_{jk}\omega^i_p - \lambda^i_{pk}\omega^p_j). \quad (2.1)$$

Продолжая систему (1.6) с учетом (1.7), находим :

$$\Delta\lambda^i_{jk} = \lambda^i_{jkp}\theta^p,\ \lambda^i_{jkp} = \lambda^i_{jpk}, \qquad (2.2)$$

где

$$\Delta\lambda^i_{jk} = d\lambda^i_{jk} - \lambda^i_{pk}\omega^p_j - \lambda^i_{jp}\omega^p_k + \lambda^p_{jk}\omega^i_p + \lambda^i_{jp}\lambda^p_{qk}\omega^q. \qquad (2.3)$$

Системы величин $\{m^i_j, m^k\}, \{m^i_j, m^k, \lambda^i_{jk}\}, \{m^i_j, m^k, \lambda^i_{jk}, \lambda^i_{jkp}\}$ образуют фундаментальные объекты семейства h_n соответственно нулевого, первого и второго порядков [3].

Подобъект $\{m^i_j\}$ является аффинором. Система величин $\{\overset{*}{m}{}^i_j\}$, определяемая соотношениями $\overset{*}{m}{}^i_k\, m^k_j = \delta^i_j$, является аффинором семейства h_n. Обозначим :

$$\overset{*}{m}{}^i = \overset{*}{m}{}^i_k\, m^k,\ \theta^j_i = \omega^j_i - \lambda^j_{ki}\omega^k. \tag{2.4}$$

Линейный геометрический объект $\{\overset{*}{m}{}^i, \overset{*}{m}{}^k_j\}$ определяет обратное к (1.1) преобразование $h^{-1}\colon A_n \to A_n$, т.е. $h \circ h^{-1} = h^{-1} \circ h = \mathrm{Idem} A_n$:

$$x^i = \overset{*}{m}{}^i_j\, \tilde{x}^j - \overset{*}{m}{}^i. \tag{2.5}$$

Вполне интегрируемая система форм Пфаффа $\{\theta^i, \theta^k_j\}$ определяет главное расслоение линейных реперов, присоединенное к семейству h_n.

Фокальное многообразие семейства h_n [1] определяется системой алгебраических уравнений

$$f^i = 0,\ \det\{\lambda^i_{kj} x^k + \delta^i_j\} = 0, \tag{2.6}$$

т.е. является парой алгебраических гиперповерхностей порядка 2^n пространства A_n.

Библиографический список

1. *Малаховский Н.В.* Об n-параметрических семействах аффинных отображений // Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Калининград, 1994. Вып. 28. С.34-38.

2. *Малаховский Н.В.* Поле геометрических объектов n-параметрического семейства аффинных отображений // XXVIII науч. конф. КГУ: Тез. докл. Часть 6. Калининград, 1997. С. 6.

3. *Лаптев Г.Ф.* Дифференциальная геометрия погруженных многообразий // Тр. Моск. мат. о-ва. 1953. № 2. С. 275-382.

N.V. M a l a k h o v s k i i

FIELDS OF GEOMETRIC OBJECTS OF N-PARAMETRIC FAMILY OF AFFINE TRANSFORMATIONS OF THE SPACE A_n

An investigation of n-parametric families of affine transformations of n-dimentional affine spaces is continued. The case of combined affine spaces, i.e. the n-parametric family of affine transformations of the affine space A_n is considered. Fields of fundamental geometric objects are constructed. Their subobjects and envelopments are investigated.