Из анализа соотношений (2) следует

П р е д л о ж е н и е. Ассоциированное расслоение $G(B^*_h)$ [1] с фундаментально-групповой связностью является пространством линейной связности специального вида.

Библиографический список

1. Х у д е н к о В.Н. О связности в расслоении, ассоциированном с многообразием многомерных квадрик//Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Сб.науч.тр./Калинингр.ун-т.Калининград, 1984.Вып.15.С.96-99.

2. Bиrаи .Проективная классификация грассмановых соотношений в определении линейных моделей совокупностей обобщенных пространственных элементов//Ann. math. pura ed appl. 1953. Ар.4.№34.р.133-160.

3. Евтушик Л.Е., Лумисте Ю.Г., Остиану Н.М., Широков А.П. Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях//Проблемы геометрии/ВИНИТИ.М., 1979.Т.9.С.3-246.

УДК 514.76

О СВЯЗНОСТЯХ, АССОЦИИРОВАННЫХ С ПОЛЕМ АФФИНОРА

М.А.Ч е ш к о в а
(Алтайский ун-т)

Пусть M_n — n-мерное вещественное C^∞-многообразие, $\mathcal{F}(M_n)$ — R-алгебра вещественных дифференцируемых функций на M_n, $T^r_s(M_n)$ — $\mathcal{F}$-модуль дифференцируемых тензорных полей на M_n типа (r,s), ∇ -аффинная связность на M_n.

Зададим тензорное поле $F \in T^1_1(M_n)$. Будем предполагать для любой точки $m \in M_n$, $\operatorname{rang} F(m) = p < n$. Тогда определятся тензорные поля $\overset{1}{A}, \overset{2}{A} \in T^1_2(M_n)$:

$$\overset{1}{A}(X,Y) = (\nabla_X F)(Y), \quad \overset{2}{A}(X,Y) = -h\nabla_X vY - v\nabla_X hY, \tag{1}$$

$X, Y \in T^1_0(M_n)$,

где $(\nabla_X F)(Y) = \nabla_X FY - F\nabla_X Y$ -ковариантная производная поля F вдоль X ([1], с. 53), h, v -параллельные проекции на инвариантные подпространства $\operatorname{Im} F$, $\operatorname{Ker} F$, соответственно. Обозначим соответствующие распределения H и V. Положим $H \cap V = \varnothing$, т.е. $TM_n = H \oplus V$. Имеют место соотношения $Fv = 0$, $Fh = F$, $vF = 0$, $hF = F$.

Тензорные поля $\overset{i}{A}$ $(i = 1, 2)$ определяют алгебраические операции $X \circ Y = \overset{1}{A}(X,Y)$, $X * Y = \overset{2}{A}(X,Y)$, относительно которых $T^1_0(M_n)$ - алгебра деформации [2] связностей ∇, $\overset{i}{\nabla} = \nabla + \overset{i}{A}$. Она обозначается $\mathcal{U}(M_n, \overset{i}{A})$ [3]. Таким образом,

$$\begin{cases} \overset{1}{\nabla}_X Y = \nabla_X Y + \overset{1}{A}(X,Y) = \nabla_X Y + (\nabla_X F)(Y), \\ \overset{2}{\nabla}_X Y = \nabla_X Y + \overset{2}{A}(X,Y) = v\nabla_X vY + h\nabla_X hY. \end{cases} \tag{2}$$

Тензоры кручения $\overset{i}{S}$ и кривизны $\overset{i}{R}$ связностей $\overset{i}{\nabla}$ определяются равенствами

$$\overset{i}{S}(X,Y) = S(X,Y) + \overset{i}{A}(X,Y) - \overset{i}{A}(Y,X), \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \overset{i}{R}(X,Y)Z &= R(X,Y)Z + (\nabla_X \overset{i}{A})(Y,Z) - (\nabla_Y \overset{i}{A})(X,Z) + \\ &+ \overset{i}{A}(X, \overset{i}{A}(Y,Z)) - \overset{i}{A}(Y, \overset{i}{A}(X,Z)) + \overset{i}{A}(S(X,Y),Z), \end{aligned} \tag{4}$$

где S, R -кручение и кривизна связности ∇:
$(\nabla_X \overset{i}{A})(Y,Z) = \nabla_X \overset{i}{A}(Y,Z) - \overset{i}{A}(\nabla_X Y, Z) - \overset{i}{A}(Y, \nabla_X Z)$ -ковариантная производная $\overset{i}{A}$ вдоль X. Используя (2), получим

$$(\nabla_X \overset{1}{A})(Y,Z) - (\nabla_Y \overset{1}{A})(X,Z) = R(X,Y)FZ - FR(X,Y)Z - \overset{1}{A}(S(X,Y),Z);$$

$$\begin{aligned} (\nabla_X \overset{2}{A})(Y,Z) - (\nabla_Y \overset{2}{A})(X,Z) &= -vR(X,Y)hZ - hR(X,Y)vZ - \\ &- \overset{2}{A}(S(X,Y),Z) - 2\overset{2}{A}(X, \overset{2}{A}(Y,Z)) + 2\overset{2}{A}(Y, \overset{2}{A}(X,Z)). \end{aligned} \tag{5}$$

Откуда

$$\begin{aligned} \overset{1}{R}(X,Y)Z &= R(X,Y)Z + R(X,Y)FZ - FR(X,Y)Z + \overset{1}{A}(X, \overset{1}{A}(Y,Z)) - \\ &\quad - \overset{1}{A}(Y, \overset{1}{A}(X,Z)), \\ \overset{2}{R}(X,Y)Z &= R(X,Y)Z - vR(X,Y)hZ - hR(X,Y)vZ - \overset{2}{A}(X, \overset{2}{A}(Y,Z)) + \\ &\quad + \overset{2}{A}(Y, \overset{2}{A}(X,Z)). \end{aligned} \tag{6}$$

Т е о р е м а 1. Следующие утверждения эквивалентны:

1) распределение V инволютивно;

2) $\overset{1}{A}(\xi,\eta) - \overset{1}{A}(\eta,\xi) = -FS(\xi,\eta)$;

3) $\overset{1}{S}(\xi,\eta) - S(\xi,\eta) = -FS(\xi,\eta)$;

4) $\overset{2}{A}(\xi,\eta) - \overset{2}{A}(\eta,\xi) = -hS(\xi,\eta)$;

5) $\overset{2}{S}(\xi,\eta) = v S(\xi,\eta)$;

6) $dF(\xi,\eta) = 0$;

7) $\bar{d}F(\xi,\eta) = 0, \ \forall \xi,\eta \in V$,

где dF ($\bar{d}F$) -внешний дифференциал F в связности ∇ ($\overset{2}{\nabla}$).

Д о к а з а т е л ь с т в о. Для любых $X,Y \in T^1_0(M_n)$ имеем

$$dF(X,Y) = \nabla_X FY - \nabla_Y FX - F[X,Y], \tag{7}$$

$$\bar{d}F(X,Y) = \overset{2}{\nabla}_X FY - \overset{2}{\nabla}_Y FX - F[X,Y] = dF(X,Y) + \overset{2}{A}(X,FY) - \overset{2}{A}(Y,FX), \tag{8}$$

$$\overset{1}{A}(X,Y) - \overset{2}{A}(Y,X) = \nabla_X FY - \nabla_Y FX - F(\nabla_X Y - \nabla_Y X) = dF(X,Y) - FS(X,Y), \tag{9}$$

$$\overset{2}{A}(X,Y) - \overset{2}{A}(Y,X) = -v(\nabla_X hY - \nabla_Y hX) - h(\nabla_X vY - \nabla_Y vX). \tag{10}$$

Утверждения теоремы следует из (3),(7)-(10).

Т е о р е м а 2. Следующие утверждения эквивалентны:

1)распределение H инволютивно;

2) $\overset{2}{A}(X,Y) - \overset{2}{A}(Y,X) = -vS(X,Y)$;

3) $\overset{2}{S}(X,Y) = hS(X,Y), \ \forall X,Y \in H$.

С л е д с т в и е 1. Если $S=0$ и алгебра $\mathcal{U}(M_n, \overset{1}{A})$ коммутативна,то

1) распределение V инволютивно;

2) $\overset{1}{S} = 0$;

3) $\overset{2}{S}(\xi,\eta) = 0, \ \forall \xi,\eta \in V$;

4) $dF(X,Y) = 0, \ \forall X,Y \in T^1_0(M_n)$.

С л е д с т в и е 2. Если $S=0$ и алгебра $\mathcal{U}(M_n, \overset{2}{A})$ коммутативна,то

1)распределение H инволютивно; 2) $\overset{2}{S} = 0$; 3) распределение V инволютивно; 4) $\overset{1}{S}(\xi,\eta) = 0, \ \forall \xi,\eta \in V$.

Библиографический список

1.Громол Д.,Клингенберг В.,Мейер В. Риманова геометрия в целом.М.:Наука,1971.343с.

2. Waisman I. Sur quelques formules du calcul de Ricci

3. Nicolescu L., Martin M. Sur l'algebre assosiel á un champ tensorial de type (1.2) || Acta Math. Acad. Sci Hungarical. 1978. N31. P. 27-35.

УДК 514.76

НЕЖЕСТКИЕ ВЛОЖЕНИЯ И АВТОМОРФИЗМЫ КОМПЛЕКСНЫХ ПОДМНОГООБРАЗИЙ

Р.Б.Ч и н а к

(Омский политехнический ин-т)

Изучается строение группы биголоморфных автоморфизмов комплексного подмногообразия $i: N \hookrightarrow M$ в зависимости от свойств вложения i и кривизны объемлющего пространства M .

В дальнейшем символ TM означает голоморфное касательное расслоение многообразия M .Напомним,что инфинитезимальной голоморфной деформацией подмногообразия $N \subset M$ называется глобальное голоморфное сечение расслоения $TM|_N$ [1]. Через K_M обозначаем каноническое линейное расслоение,т.е. $K_M = \Lambda^n T^* M$, где $n = \dim_{\mathbb{C}} M > 0$.

О п р е д е л е н и е. Вложение $i: N \hookrightarrow M$ является нежестким,если $n = \dim_{\mathbb{C}} M > 0$ и существует $k = n-1$ всюду линейно-независимых голоморфных деформаций подмногообразия N в M .

Следующая теорема уточняет некоторые результаты работ [2,3].

Т е о р е м а . Пусть комплексное многообразие M допускает форму объема σ с неположительным тензором Риччи и $N \hookrightarrow M$ является нежестко вложенным компактным комплексным подмногообразием в M .Если при этом выполнено условие $C(N) \neq 0$, то группа $Aut(N)$ дискретна.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть $n = \dim_{\mathbb{C}} M > 0$ и χ - нетривиальное голоморфное векторное поле на многообразии N . Рассмотрим всюду линейно-независимые инфинитезимальные голоморфные деформации $\gamma_1, \ldots, \gamma_{n-1}$ подпространства $N \subset M$.Тогда $\eta = \gamma_1 \wedge \ldots \wedge \gamma_{n-1} \wedge \chi \in H^0(N; \mathcal{O}(-K_M|_N))$.

Если $\eta \equiv 0$,то $\chi = \sum a_i \gamma_i$,где $a_i \in \mathbb{C}, i = \overline{1,n-1}$. Значит, в силу соотношения $\chi \not\equiv 0$ векторное поле χ имеет пустое множество нулей.Поскольку компактное комплексное многообразие с голоморфным векторным полем без нулей обладает нулевым клас-