

изотропных конгруэнций не существует. Гиперболические конгруэнции мы рассмотрели. Из условия (6) следует, что конгруэнция (3) является параболической тогда и только тогда, когда $a=0$. Применяя алгоритм Картана к уравнению $\omega_1^2 = b\omega_4^3$, определяющему изотропную параболическую конгруэнцию, находим, что она существует с произволом в одну функцию одного аргумента.

Библиографический список

1. Киотина Г.В., Чахтаури И.А. Биаксиально-флаговое пространство гиперболического типа // Сообщения АН Груз. ССР. 1976. Т.83, № 2. С.305-308.
2. Фиников С.П. Метод внешних форм Картана. М.; Л.: Гостехиздат, 1948. 432 с.
3. Фиников С.П. Теория конгруэнций. М.; Л.: Гостехиздат, 1950. 450 с.

L.N. R o m a k i n a

ISOTROPIC CONGRUENCES IN THE BIAxIAL-FLAG SPACE OF THE HIPERBOLIC TYPE

Isotropic straight lines in the biaxial-flag space of the hyperbolic type intersect special straight line of absolut, i.e. they form linear special complex. Its two-parameter submanifold - congruence of isotropic ruling is studied.

УДК 514.75

О.С. Р у м я н ц е в а

(Калининградский государственный университет)

ОСНАЩЕНИЕ ПОЛОСНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В ПРОЕКТИВНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

В проективном пространстве P_n рассмотрено полосное распределение S , т.е. n -мерное многообразие троек (X, L_r, L_m) , где X - точка, L_r, L_m - плоскости, причем $X \in L_r \subset L_m$. Над распределением S возникает главное расслоение, типовым слоем которого является подгруппа стационарности тройки (X, L_r, L_m) . Композиционное оснащение распределения S состоит из полей трех плоскостей: $P_{r-1}(X \notin P_{r-1} \subset L_r)$, $P_{m-r-1} \subset L_m$, $P_{m-r-1} \cap L_r = \emptyset$, $P_{n-m-1}(P_{n-m-1} \cap L_m = \emptyset)$.

Доказано, что композиционное оснащение полосного распределения S индуцирует групповую связность в ассоциированном расслоении. Аффинная версия работы доложена на конференции [1].

Применим следующую систему индексов :

$$I, J, K, L = \overline{1, n}; \quad p, q, r, s = \overline{1, r}; \quad i, j, k, l = \overline{r+1, m}; \quad \alpha, \beta, \gamma = \overline{m+1, n}.$$

Отнесем проективное пространство P_n к подвижному реперу $R = \{A, A_I\}$, инфинитезимальные перемещения которого :

$$dA = \theta A + \omega^I A_I, \quad dA_I = \theta A_I + \omega_I^K A_K + \omega_I A,$$

причем инвариантные формы $\omega^I, \omega_I^K, \omega_I$ проективной группы $GP(n)$ удовлетворяют структурным уравнениям :

$$d\omega^I = \omega^L \wedge \omega_L^I, \quad (1)$$

$$d\omega_I = \omega_I^L \wedge \omega_L, \quad d\omega_I^K = \omega_I^L \wedge \omega_L^K + \omega_I \wedge \omega^K + \delta_I^K \omega_L \wedge \omega^L. \quad (2)$$

Совместим вершину A репера R с точкой X пространства P_n , а плоскости L_r и L_m натянем на точку X и соответственно совокупности точек A_p и A_p, A_i . Тогда получим репер нулевого порядка R^0 .

Определение 1. Семейство размерности n , описанное тройкой (A, L_r, L_m) с соотношением инцидентности : $A \in L_r \subset L_m$, называется (ср.[2]) полосным распределением S , в котором плоскость L_r назовем внутренней, а плоскость L_m - внешней.

Полосное распределение в репере R^0 задается следующей системой уравнений:

$$\omega_p^i = \Lambda_{pK}^i \omega^K, \quad \omega_p^\alpha = \Lambda_{pK}^\alpha \omega^K, \quad \omega_i^\alpha = \Lambda_{iK}^\alpha \omega^K. \quad (3)$$

Продолжая эти уравнения, получим

$$\begin{aligned} \Delta \Lambda_{pK}^i + \Lambda_{pK}^\alpha \omega_\alpha^i - \delta_K^i \omega_p \equiv 0, \quad \Delta \Lambda_{pK}^\alpha - \delta_K^\alpha \omega_p \equiv 0, \\ \Delta \Lambda_{iK}^\alpha - \Lambda_{pK}^\alpha \omega_i^p - \delta_K^\alpha \omega_i \equiv 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где символ \equiv означает сравнение по модулю базисных форм ω^K , а дифференциальный оператор Δ действует следующим образом :

$$\Delta \Lambda_{pK}^i = d\Lambda_{pK}^i - \Lambda_{pL}^i \omega_K^L - \Lambda_{qK}^i \omega_p^q + \Lambda_{pK}^j \omega_j^i.$$

Объект $\Lambda = \{\Lambda_{pK}^i, \Lambda_{pK}^\alpha, \Lambda_{iK}^\alpha\}$ называется фундаментальным объектом 1-го порядка распределения S .

С полосным распределением S ассоциируется главное расслоение $G(S)$, базой которого является распределение S , а типовым слоем - подгруппа стационарности $G \subset GP(n)$ тройки (X, L_r, L_m) . Главное расслоение определяется уравнениями (1) и (2) с учетом (3) :

$$\begin{aligned}
d\omega_p^q &= \omega_p^r \wedge \omega_r^q + \omega^K \wedge \omega_{pK}^q, \\
d\omega_p &= \omega_p^q \wedge \omega_q + \omega^K \wedge \omega_{pK}, \\
d\omega_i^j &= \omega_i^k \wedge \omega_k^j + \omega^K \wedge \omega_{iK}^j, \\
d\omega_i^p &= \omega_i^q \wedge \omega_q^p + \omega_i^j \wedge \omega_j^p + \omega^K \wedge \omega_{iK}^p, \\
d\omega_i &= \omega_i^p \wedge \omega_p + \omega_i^j \wedge \omega_j + \omega^K \wedge \omega_{iK}, \\
d\omega_\alpha^\beta &= \omega_\alpha^\gamma \wedge \omega_\gamma^\beta + \omega^K \wedge \omega_{\alpha K}^\beta, \\
d\omega_\alpha^i &= \omega_\alpha^j \wedge \omega_j^i + \omega_\alpha^\beta \wedge \omega_\beta^i + \omega^K \wedge \omega_{\alpha K}^i, \\
d\omega_\alpha^p &= \omega_\alpha^q \wedge \omega_q^p + \omega_\alpha^i \wedge \omega_i^p + \omega_\alpha^\beta \wedge \omega_\beta^p + \omega^K \wedge \omega_{\alpha K}^p, \\
d\omega_\alpha &= \omega_\alpha^p \wedge \omega_p + \omega_\alpha^i \wedge \omega_i + \omega_\alpha^\beta \wedge \omega_\beta,
\end{aligned} \tag{5}$$

где

$$\begin{aligned}
\omega_{pK}^q &= \Lambda_{pK}^i \omega_i^q + \Lambda_{pK}^\alpha \omega_\alpha^q - \delta_p^q \omega_K - \delta_K^q \omega_p, \\
\omega_{iK}^j &= \Lambda_{iK}^\alpha \omega_\alpha^j - \Lambda_{pK}^j \omega_i^p - \delta_i^j \omega_K - \delta_K^j \omega_i, \\
\omega_{iK}^p &= \Lambda_{iK}^\alpha \omega_\alpha^p - \delta_K^p \omega_i, \quad \omega_{\alpha K}^p = -\delta_K^p \omega_\alpha, \\
\omega_{\alpha K}^i &= -\Lambda_{pK}^i \omega_\alpha^p - \delta_K^i \omega_\alpha, \\
\omega_{\alpha K}^\beta &= -\Lambda_{pK}^\beta \omega_\alpha^p - \Lambda_{iK}^\beta \omega_\alpha^i - \delta_\alpha^\beta \omega_K - \delta_K^\beta \omega_\alpha, \\
\omega_{pK} &= \Lambda_{pK}^i \omega_i + \Lambda_{pK}^\alpha \omega_\alpha, \quad \omega_{iK} = \Lambda_{iK}^\alpha \omega_\alpha.
\end{aligned}$$

Для задания групповой связности [3] в главном расслоении $G(S)$ рассмотрим вспомогательные формы

$$\begin{aligned}
\tilde{\omega}_p^q &= \omega_p^q - \Gamma_{pK}^q \omega^K, \quad \tilde{\omega}_i^j = \omega_i^j - \Gamma_{iK}^j \omega^K, \quad \tilde{\omega}_i^p = \omega_i^p - \Gamma_{iK}^p \omega^K, \\
\tilde{\omega}_\alpha^p &= \omega_\alpha^p - \Gamma_{\alpha K}^p \omega^K, \quad \tilde{\omega}_\alpha^i = \omega_\alpha^i - \Gamma_{\alpha K}^i \omega^K, \quad \tilde{\omega}_\alpha^\beta = \omega_\alpha^\beta - \Gamma_{\alpha K}^\beta \omega^K, \\
\tilde{\omega}_p &= \omega_p - \Gamma_{pK} \omega^K, \quad \tilde{\omega}_i = \omega_i - \Gamma_{iK} \omega^K, \quad \tilde{\omega}_\alpha = \omega_\alpha - \Gamma_{\alpha K} \omega^K.
\end{aligned}$$

Дифференцируя их внешним образом и используя (5), по теореме Картана-Лаптева [4] получаем следующую систему дифференциальных сравнений:

$$\begin{aligned}
\Delta \Gamma_{pK}^q + \omega_{pK}^q &\equiv 0, \quad \Delta \Gamma_{iK}^p - \Gamma_{qK}^p \omega_i^q + \Gamma_{iK}^j \omega_j^p + \omega_{iK}^p \equiv 0, \quad \Delta \Gamma_{iK}^j + \omega_{iK}^j \equiv 0, \\
\Delta \Gamma_{\alpha K}^p - \Gamma_{qK}^p \omega_\alpha^q - \Gamma_{iK}^p \omega_\alpha^i + \Gamma_{\alpha K}^i \omega_i^p + \Gamma_{\alpha K}^\beta \omega_\beta^p + \omega_{\alpha K}^p &\equiv 0, \\
\Delta \Gamma_{\alpha K}^i - \Gamma_{jK}^i \omega_\alpha^j + \Gamma_{\alpha K}^\beta \omega_\beta^i + \omega_{\alpha K}^i &\equiv 0, \quad \Delta \Gamma_{\alpha K}^\beta + \omega_{\alpha K}^\beta \equiv 0, \\
\Delta \Gamma_{pK} + \Gamma_{pK}^q \omega_q + \omega_{pK} &\equiv 0, \quad \Delta \Gamma_{iK} + \Gamma_{iK}^p \omega_p + \Gamma_{iK}^j \omega_j - \Gamma_{pK} \omega_i^p + \omega_{iK} \equiv 0, \\
\Delta \Gamma_{\alpha K} - \Gamma_{pK} \omega_\alpha^p - \Gamma_{iK} \omega_\alpha^i + \Gamma_{\alpha K}^p \omega_p + \Gamma_{\alpha K}^i \omega_i + \Gamma_{\alpha K}^\beta \omega_\beta &\equiv 0.
\end{aligned} \tag{6}$$

Множество функций $\Gamma = \{\Gamma_{pK}^q, \Gamma_{iK}^j, \Gamma_{iK}^p, \Gamma_{\alpha K}^p, \Gamma_{\alpha K}^i, \Gamma_{\alpha K}^\beta, \Gamma_{pK}, \Gamma_{iK}, \Gamma_{\alpha K}\}$, удовлетворяющих этим сравнениям, является объектом, определяющим связность в главном расслоении $G(S)$.

Определение 2. Композиционным оснащением [5] распределения S назовем поля трех плоскостей: 1) плоскости P_{r-1} , принадлежащей внутренней плоскости L_r и не проходящей через точку X ; 2) плоскости P_{m-r-1} , дополняющей внутреннюю плоскость L_r до внешней плоскости L_m ; 3) плоскости P_{n-m-1} , дополняющей внешнюю плоскость L_m до всего пространства P_n .

Оснащающие плоскости P_{r-1}, P_{m-r-1} и P_{n-m-1} зададим соответственно совокупностями точек :

$$B_p = A_p + \lambda_p A, B_i = A_i + \lambda_i^p A_p + \lambda_i A,$$

$$B_\alpha = A_\alpha + \lambda_\alpha^p A_p + \lambda_\alpha^i A_i + \lambda_\alpha A.$$

где $\lambda_p, \lambda_i^p, \lambda_i, \lambda_\alpha^p, \lambda_\alpha^i, \lambda_\alpha$ - некоторые функции. Из условий инвариантности данных плоскостей получаем

$$\begin{aligned} \Delta \lambda_p + \omega_p &\equiv 0, \Delta \lambda_i^p + \omega_i^p \equiv 0, \Delta \lambda_i + \lambda_i^p \omega_p + \omega_i \equiv 0, \\ \Delta \lambda_\alpha^p + \lambda_\alpha^i \omega_i^p + \omega_\alpha^p &\equiv 0, \Delta \lambda_\alpha^i + \omega_\alpha^i \equiv 0, \\ \Delta \lambda_\alpha + \lambda_\alpha^p \omega_p + \lambda_\alpha^i \omega_i + \omega_\alpha &\equiv 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Охватим объект связности Γ фундаментальным объектом Λ и оснащающим квазитензором $\lambda = \{\lambda_p, \lambda_i^p, \lambda_i, \lambda_\alpha^p, \lambda_\alpha^i, \lambda_\alpha\}$:

$$\begin{aligned} \Gamma_{pK}^q &= \Lambda_{pK}^\alpha \lambda_\alpha^q - \Lambda_{pK}^\alpha \lambda_\alpha^i \lambda_i^q + \Lambda_{pK}^i \lambda_i^q - \delta_{pK}^q \lambda_K - \delta_K^q \lambda_p + \gamma_{pK}^q, \\ \Gamma_{iK}^p &= \Lambda_{iK}^\alpha \lambda_\alpha^p + \Lambda_{qK}^\alpha \lambda_\alpha^j \lambda_j^p \lambda_i^q - \Lambda_{qK}^j \lambda_j^p \lambda_i^q + \gamma_{iK}^p, \\ \Gamma_{iK}^j &= \Lambda_{iK}^\alpha \lambda_\alpha^j + \Lambda_{pK}^\alpha \lambda_\alpha^j \lambda_i^p - \Lambda_{pK}^j \lambda_i^p - \delta_{iK}^j \lambda_K - \delta_K^j \lambda_i + \gamma_{iK}^j, \\ \Gamma_{\alpha K}^p &= -\Lambda_{iK}^\beta \lambda_\alpha^i \lambda_\beta^p - \Lambda_{qK}^i \lambda_\alpha^q \lambda_i^p + \Lambda_{qK}^\beta \lambda_\beta^i \lambda_i^p (\lambda_\alpha^q - \lambda_j^q \lambda_\alpha^j) - \Lambda_{qK}^\beta \lambda_\alpha^q \lambda_\beta^p + \gamma_{\alpha K}^p, \\ \Gamma_{\alpha K}^i &= -\Lambda_{pK}^i \lambda_\alpha^p + \Lambda_{pK}^i \lambda_\alpha^j \lambda_j^p - \Lambda_{pK}^\beta \lambda_j^p \lambda_\alpha^j \lambda_\beta^i - \Lambda_{jK}^\beta \lambda_\alpha^j \lambda_\beta^i + \gamma_{\alpha K}^i, \\ \Gamma_{\alpha K}^\beta &= -\Lambda_{iK}^\beta \lambda_\alpha^i - \Lambda_{pK}^\beta \lambda_\alpha^p - \delta_\alpha^\beta \lambda_K - \delta_K^\beta \lambda_\alpha + \gamma_{\alpha K}^\beta, \\ \Gamma_{pK} &= \Lambda_{pK}^i \lambda_i + \Lambda_{pK}^\alpha \lambda_\alpha - \Lambda_{pK}^\alpha \lambda_\alpha^i \lambda_i + \gamma_{pK}, \\ \Gamma_{iK} &= \Lambda_{iK}^\alpha \lambda_\alpha - \Lambda_{pK}^j \lambda_i^p \lambda_j + \Lambda_{pK}^\alpha \lambda_\alpha^j \lambda_i^p \lambda_j - \lambda_i \lambda_K + \gamma_{iK}, \\ \Gamma_{\alpha K} &= -\Lambda_{pK}^\beta \lambda_\beta \lambda_\alpha^p + \Lambda_{pK}^\beta \lambda_\beta^i \lambda_i (\lambda_\alpha^p - \lambda_\alpha^j \lambda_j^p) - \Lambda_{pK}^i \lambda_i (\lambda_\alpha^p - \lambda_\alpha^j \lambda_j^p) - \\ &\quad - \Lambda_{iK}^\beta \lambda_\beta \lambda_\alpha^i - \lambda_\alpha \lambda_K + \gamma_{\alpha K}. \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned}
\gamma_{pr}^q &= 0, \gamma_{pi}^q = \lambda_p \lambda_i^q + \delta_p^q \lambda_r \lambda_i^r, \\
\gamma_{pa}^q &= \lambda_\alpha^q \lambda_p - \lambda_\alpha^i \lambda_i^q \lambda_p + \delta_p^q (\lambda_\alpha^r \lambda_r + \lambda_\alpha^i \lambda_i - \lambda_r \lambda_i^r \lambda_\alpha^i), \\
\gamma_{iq}^j &= 0, \gamma_{ik}^j = \delta_i^j \lambda_p \lambda_k^p, \gamma_{ia}^j = \lambda_\alpha^j \lambda_i + \delta_i^j (\lambda_p \lambda_\alpha^p + \lambda_k \lambda_\alpha^k - \lambda_p \lambda_k^p \lambda_\alpha^k), \\
\gamma_{iq}^p &= \delta_q^p (\lambda_r \lambda_i^r - \lambda_i), \gamma_{ij}^p = -\lambda_j^p \lambda_i^q \lambda_q, \gamma_{ia}^p = \lambda_\alpha^p \lambda_i + \lambda_i^q \lambda_q (\lambda_\alpha^j \lambda_j^p - \lambda_\alpha^p), \\
\gamma_{\alpha q}^p &= \delta_q^p (\lambda_\alpha^r \lambda_r + \lambda_\alpha^i \lambda_i - \lambda_r \lambda_i^r \lambda_\alpha^i - \lambda_\alpha), \gamma_{\alpha j}^p = \lambda_q \lambda_j^p (\lambda_\alpha^i \lambda_i^q - \lambda_\alpha^q), \\
\gamma_{\alpha\beta}^p &= -\lambda_\alpha^i \lambda_i \lambda_\beta^p + \lambda_q \lambda_\alpha^q (\lambda_i^p \lambda_\beta^i - \lambda_\beta^p) + \lambda_q \lambda_i^q \lambda_\alpha^i (\lambda_\beta^p - \lambda_\beta^j \lambda_j^p), \\
\gamma_{\alpha p}^i &= 0, \gamma_{\alpha k}^i = \delta_k^i (\lambda_\alpha^j \lambda_j - \lambda_\alpha), \gamma_{\alpha\beta}^i = -\lambda_j \lambda_\alpha^j \lambda_\beta^i, \\
\gamma_{\alpha p}^\beta &= 0, \gamma_{\alpha i}^\beta = \delta_\alpha^\beta \lambda_p \lambda_i^p, \gamma_{\alpha\gamma}^\beta = \delta_\alpha^\beta (\lambda_\gamma^p \lambda_p + \lambda_\gamma^i \lambda_i - \lambda_p \lambda_\gamma^i \lambda_i^p), \\
\gamma_{pr} &= -\lambda_p \lambda_r, \gamma_{pi} = \lambda_p \lambda_i^q \lambda_q, \gamma_{pa} = \lambda_p \lambda_q (\lambda_\alpha^q - \lambda_\alpha^i \lambda_i^q), \\
\gamma_{ip} &= \lambda_p \lambda_q \lambda_i^q, \gamma_{ij} = \lambda_p \lambda_j^p (\lambda_i - \lambda_i^q \lambda_q), \\
\gamma_{ia} &= \lambda_i (\lambda_p \lambda_\alpha^p + \lambda_j \lambda_\alpha^j) - \lambda_p \lambda_q \lambda_i^p \lambda_\alpha^q + \lambda_p \lambda_j^p \lambda_\alpha^j (\lambda_q \lambda_i^q - \lambda_i), \\
\gamma_{\alpha p} &= \lambda_p \lambda_\alpha^q \lambda_q + \lambda_p \lambda_\alpha^i (\lambda_i - \lambda_i^q \lambda_q), \\
\gamma_{\alpha i} &= \lambda_i \lambda_\alpha^j \lambda_j + \lambda_p \lambda_i^p (\lambda_\alpha - \lambda_\alpha^q \lambda_q) + \lambda_p \lambda_i^p \lambda_\alpha^j (\lambda_q \lambda_j^q - \lambda_j), \\
\gamma_{\alpha\beta} &= \lambda_\alpha (\lambda_\beta^p \lambda_p + \lambda_\beta^i \lambda_i - \lambda_\beta^j \lambda_j^p \lambda_p) + \lambda_p \lambda_\beta^p (\lambda_q \lambda_\alpha^i \lambda_i^q - \lambda_q \lambda_\alpha^q - \\
&\quad - \lambda_i \lambda_\alpha^i) - \lambda_\beta^i \lambda_i^p \lambda_p (\lambda_\alpha^q \lambda_q \lambda_j^j + \lambda_\alpha^j \lambda_j) - \lambda_i \lambda_\beta^i \lambda_\alpha^j \lambda_j.
\end{aligned}$$

Формулы (8) проверяются с помощью сравнений (4),(6),(7).

Теорема. Композиционное оснащение полосного распределения S индуцирует групповую связность в ассоциированном расслоении $G(S)$.

Библиографический список

1. Румянцева О.С. Композиционное оснащение полосного распределения в аффинном пространстве // Инвар. методы исслед. на многообр. структур геом., анализа и мат. физики: Матер. междунар. конф., посвящ. 90-летию со дня рожд. Г.Ф.Лаптева. М., 1999. С.40.
2. Столяров А.В. Проективно-дифференциальная геометрия регулярного гиперполосного распределения m -мерных линейных элементов // Проблемы геометрии / ВИНТИ. М., 1975. Т. 7. С.117-151.
3. Лаптев Г.Ф. Многообразия, погруженные в обобщенные пространства // Тр. 4-го Всесоюз. мат. съезда. Ленинград, 1964. Т. 2. С.226-233.
4. Остиану Н.М., Рыжков В.В., Швейкин П.И. Очерк научных исследований Германа Федоровича Лаптева // Тр. геом. Семинара / ВИНТИ. М., 1973. Т. 4. С.7-70.
5. Шевченко Ю.И. Структура оснащения многообразия линейных фигур // Тез. докл. VI Прибалт. геом. конф. Таллин, 1984. С.137-138.

O.S. R u m y a n t s e v a

COMPOSITIONAL EQUIPMENT OF STRIP DISTRIBUTION
IN THE PROJECTIVE SPACE

In the projective space we consider strip distribution S , that is n -dimensional triples (X, L_r, L_m) manifold, where X - point, L_r, L_m - planes, $X \in L_r \subset L_m$. Principle bundle, typical fibre of which is stationarity of triple (X, L_r, L_m) subgroup, appears over the distribution S . Compositional equipment of the distribution S consists of three plane fields: $P_{r-1}(X \in P_{r-1} \subset L_r)$, $P_{m-r-1}(P_{m-r-1} \subset L_m, P_{m-r-1} \cap L_r = \emptyset)$, $P_{n-m-1}(P_{n-m-1} \cap L_m = \emptyset)$. It is proved, the compositional equipment of the strip distribution S induces group connection in the associated bundle.

УДК 514.76

М.В. С м о л ь н и к о в а

*(Владимирский государственный педагогический университет)*СОБСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО
ТЕНЗОРНОГО ПОЛЯ

§1. Введение и основные результаты

Пусть φ – симметрическое тензорное поле на римановом многообразии (M, g) . Для любой точки $x \in M$ обозначим через $V_{\lambda(x)}(x) \subset T_x M$ собственное подпространство соответствующего симметрического оператора Φ_x с собственным значением $\lambda(x)$.

Обозначим через M_φ открытое всюду плотное подмножество в M , состоящее из точек, в которых число различных собственных значений оператора Φ постоянно. Тогда на каждой связной компоненте множества M_φ собственные значения оператора Φ определяют попарно различные собственные функции и каждая такая функция $\lambda = \lambda(x)$ определяет гладкое распределение $V_\lambda: x \rightarrow V_{\lambda(x)}(x)$ собственных подпространств оператора Φ .

Если φ - тензор Кодацци, т.е. $(\nabla_X \varphi)(Y, Z) = (\nabla_Y \varphi)(X, Z)$ для всех $X, Y, Z \in C^\infty TM$, то хорошо известен результат [1], согласно которому собственное распределение V_λ интегрируемо с вполне омбилическими интегральными многообразиями, причем вдоль каждого функция $\lambda = \lambda(x)$ - постоянна.

В литературе [2], [3] изучается геодезическое тензорное поле φ , для которого $(\nabla_X \varphi)(Y, Z) + (\nabla_Y \varphi)(Z, X) + (\nabla_Z \varphi)(X, Y) = \theta(X) \varphi(Y, Z) + \theta(Y) \varphi(Z, X) + \theta(Z) \varphi(X, Y)$ (1) при всех $X, Y, Z \in C^\infty TM$ и некоторой $\theta \in C^\infty T^*M$. Для $\theta = 0$ поле φ называется киллинговым [4]. Доказаны две теоремы.