



8. Наумов В. А. Математическое моделирование распространения взвешенных примесей от точечного источника и их осаждения в водотоке // Известия КГТУ. 2017. № 44. С. 46–58.

9. Шрайбер А. А., Милотин В. Н., Яценко В. П. Гидромеханика двухкомпонентных потоков с твердым полидисперсным материалом. Киев, 1980.

10. Шрайбер А. А., Гавин Л. Б., Наумов В. А., Яценко В. П. Турбулентные течения газозвеси. Киев, 1987.

Об авторах

Николай Леонидович Великанов – д-р техн. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: monolit8@yandex.ru

Владимир Аркадьевич Наумов – д-р техн. наук, проф., Калининградский государственный технический университет, Калининград.

E-mail: van-old@rambler.ru

Сергей Иванович Корягин – д-р техн. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: SKoryagin@kantiana.ru

About the authors

Prof. Nikolay Velikanov – I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: monolit8@yandex.ru

Prof. Vladimir Naumov – Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad.

E-mail: van-old@rambler.ru

Prof. Sergey Koryagin – I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: SKoryagin@kantiana.ru

УДК 621.837.2: 539.3

И. А. Золотов, О. В. Шарков

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ВНЕШНЕЙ ОБОЙМЫ РОЛИКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ СВОБОДНОГО ХОДА

Внешняя обойма является важным конструктивным элементом, влияющим на работоспособность роликовых механизмов свободного хода. Проведен анализ и даны рекомендации по использованию математических моделей для расчета деформаций внешней обоймы. Установлено, что при изменении числа заклинивающихся роликов в диапазоне от 3 до 7 происходит нелинейное уменьшение величины радиальной деформации, а в диапазоне от 7 до 30 – ее увеличение.

The outer shell is an important component influencing on the working capacity of roller one-way clutches. The analysis is carried out and recom-

mendations about use of mathematical models for calculation of deformation of outer shell are made. It is established that at change of number of wedged rollers in a range from 3 to 7 there is a nonlinear decrease of value of a radial deformation, and in a range from 7 to 30 its increase.

Ключевые слова: роликовый механизм свободного хода, внешняя обойма, деформированное состояние, деформация, математическая модель.

Key words: roller one-way clutch, outer shell, strain state, deformation, mathematical model.

Создание современных машин тесно связано с проблемами исследования их напряженно-деформационного состояния в целях повышения нагрузочно-скоростных и уменьшения масса-габаритных характеристик их узлов и деталей.

Практика эксплуатации роликовых механизмов свободного хода (МСХ) показывает, что одними из наиболее нагруженных элементов, влияющих на работоспособность машин в целом, является внешняя обойма.

Однако при проектировании роликовых МСХ геометрические параметры внешней обоймы чаще всего не рассчитывают, а задают по конструктивным рекомендациям в зависимости от ее внутреннего диаметра D : в случае небольших габаритов – $1/5D$, для больших габаритов – $1/8D$ [1; 2].

В некоторых источниках [1–4] приведены рекомендации по упрощенному расчету деформированного состояния внешней обоймы, когда ее расчетную схему рассматривают в виде кольца, нагруженного сосредоточенными силами, действующими в его плоскости (рис. 1). При этом используют математические модели, предназначенные для расчета колец, находящихся в плоском напряженном состоянии.

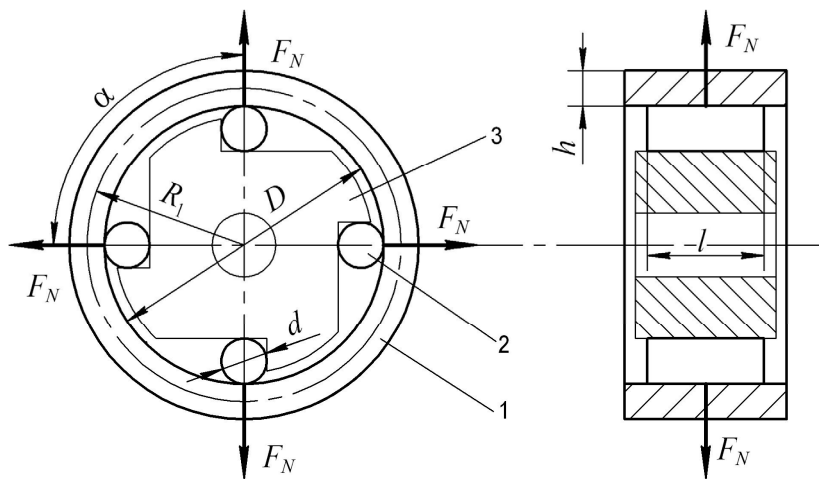


Рис. 1. Расчетная схема внешней обоймы:

1 – внешняя обойма (кольцо); 2 – заклинивающие ролики; 3 – внутренняя звездочка



Для расчета радиальных деформаций внешней обоймы роликовых МСХ в настоящее время используют несколько моделей [2–4] (табл. 1). Необходимо уточнить, что деформация обоймы в радиальном направлении определяется в месте приложения нормальных сил. Все обозначения в моделях (1-I)–(1-III) соответствуют принятым в расчетной схеме на рисунке 1.

Таблица 1

**Математические модели
для определения деформации внешней обоймы**

Тип	Формула
Модель 1-I [2]	$\delta = \frac{F_N}{Ehl} \left(0,366zR \log \operatorname{tg} \frac{180}{z} + \frac{1,93(D+h)^2}{z^3 h^2} \right),$ <p>где F_N – нормальная сила, действующая на внешнюю обойму со стороны ролика; E – модуль упругости материала обоймы; h – толщина обоймы; l – длина ролика; R – внутренний радиус обоймы, $R = 0,5D$; z – число роликов</p>
Модель 1-II [3]	$\delta = \frac{0,5F_N D}{2EJ} \left(\frac{1}{\sin^2(180/z)} \left[\frac{\pi}{2z} + \frac{1}{4} \sin \frac{360}{z} \right] - \frac{z}{\pi} \right),$ <p>где J – момент инерции сечения внешней обоймы</p>
Модель 1-III [4]	$h_{\min} = \sqrt{\frac{30T(D+D_1)k_1 k_2}{Df[\sigma_{\text{и}}]}},$ <p>где D – внутренний диаметр внешней обоймы D_1 – внешний диаметр обоймы; T – вращающий момент, передаваемый механизмов; k_1 – коэффициент, учитывающий влияние числа роликов на деформацию внешней обоймы; k_2 – коэффициент, учитывающий влияние радиуса кривизны на деформацию обоймы, $k_2 \approx 1,07$; f – коэффициент трения скольжения, $f = 0,06$; $[\sigma_{\text{и}}]$ – допускаемое напряжение изгиба, $[\sigma_{\text{и}}] = 200$ МПа. Здесь</p> $T = 0,5DfF_N, \quad k_1 = \frac{1}{2z} \left(\frac{z}{\pi} - \operatorname{ctg} \frac{180}{z} \right)$

Следует отметить, что модель (1-III) может только косвенно оценить деформацию внешней обоймы, так как позволяет рассчитывать минимальную толщину внешней обоймы из условия ее наименьшей радиальной деформации. Для этого она включает коэффициенты, учитывающие влияние числа роликов и радиуса кривизны на деформацию внешней обоймы. Одновременно эта модель учитывает и прочность внешней обоймы.

Выполним анализ предлагаемых моделей, поскольку они приведены в источниках без численных примеров расчета реальных конструкций внешней обоймы МСХ.

Как было показано в работе [5], практический диапазон изменения числа роликов обычно составляет 3–8, иногда до 20, а теоретический диапазон можно увеличить до 25–30.

Исходные данные для расчета приняты как для реальной конструкции внешней обоймы: $D = 140$ мм; $h = 14$ мм; $F_N = 22700$ Н; $l = 48$ мм. Модуль упругости материала обоймы $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа.

На рисунке 2 приведены кривые, характеризующие влияние числа роликов на величину радиальной деформации внешней обоймы.

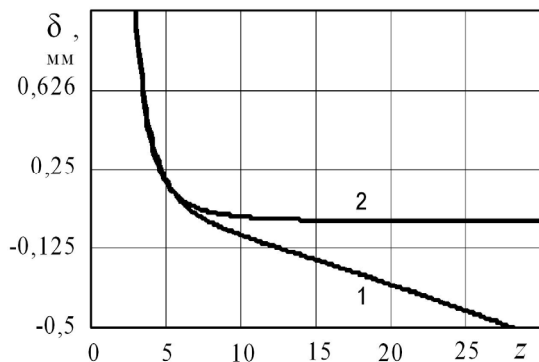


Рис. 2. Изменение радиальной деформации в зависимости от числа роликов:
1 – модель 1-I; 2 – модель 1-II

На рисунке 3 представлен график зависимости минимальной толщины внешней обоймы от числа роликов. Для наглядности величина толщины обоймы представлена в безразмерном виде, полученном в результате деления текущей толщины $h_{\min(i)}$ на величину толщины при $z = 3$.

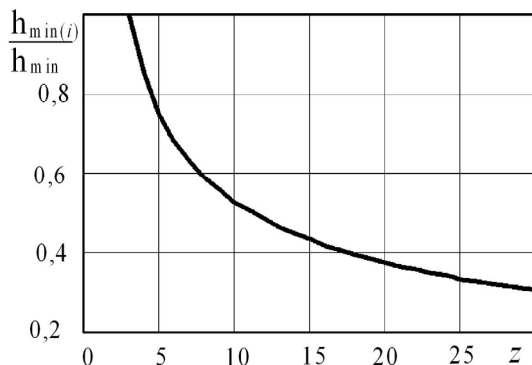


Рис. 3. Изменение толщины внешней обоймы в зависимости от числа роликов: модель 1-III

Как видно из полученных результатов, для всех моделей при увеличении числа роликов величина радиальной деформации уменьшается. Следовательно, наблюдается «парадоксальное» с физической точки



зрения явление, когда вследствие увеличения числа роликов (числа сил F_N , т. е. суммарной нагрузки действующей на внешнюю обойму) величина ее радиальная деформация уменьшается.

В некоторой степени это можно объяснить тем, что при увеличении числа сил происходит изменение расчетной схемы. Схема – «кольцо, нагруженное сосредоточенными силами», – приближается к схеме – «кольцо, нагруженное распределенной нагрузкой».

При использовании каждой модели наблюдаются свои особенности.

Использование модели 1-I показывает, что величина радиальной деформации меняет знак на «минус» при числе роликов, равном 8 (см. рис. 2). Следовательно, получается, что деформация обоймы происходит противоположно направлению действия нормальной силы, причем в точке ее приложения. Физически объяснить это явление весьма сложно. Скорее всего, это говорит о том, что использование модели 1-I при числе роликов $z \geq 8$ некорректно.

Использование модели 1-II показывает, что при числе роликов $z \geq 10$ величина радиальной деформации стабилизируется и практически не меняется.

При использовании модели 1-III наблюдается уменьшение минимальной толщины обоймы по степенной зависимости, а следовательно, и радиальной деформации во всем диапазоне увеличения роликов.

Такой «парадоксальный» характер изменения радиальной деформации требует дополнительного анализа достоверности предложенных моделей 1-I–1-III на основании широко используемых и хорошо проверенных моделей (табл. 2), применяемых для расчета деформированного состояния плоских колец методами сопротивления материалов [5–7].

Таблица 2

Математические модели для деформации плоских колец

Тип	Формула
Модель 2-I [6]	$\delta = \frac{F_N R_1^3}{2EJ} \left[\frac{1}{\sin^2(180/z)} \left(\frac{\pi}{2z} + \frac{\sin(360/z)}{4} \right) - \frac{z}{\pi} \right],$ <p>где R_1 – радиус кривизны нейтральной оси кольца, $R_1 = 0,5(D + h)$</p>
Модель 2-II [7]	$\delta = \frac{F_N R_1^3}{2EJ \sin^2(180/z)} \left[\frac{\pi}{2z} + \frac{\sin(360/z)}{4} - \frac{z \sin^2(180/z)}{\pi} \right]$
Модель 2-III [8]	$\delta = \frac{F_N R_1^3}{2EJ \sin^2(180/z)} \left[\frac{\pi}{2z} + \frac{1}{4} \sin\left(\frac{360}{z}\right) \frac{2 \sin^2(180/z)}{2\pi/z} \right] +$ $+ \frac{F_N R_1^3}{EF} \frac{1}{2 \sin^2(180/z)} \left[\frac{\pi}{2z} + \frac{\sin(360/z)}{4} \right]$

На рисунке 4 представлены результаты расчета величины радиальной деформации кольца с использованием моделей таблицы 2. Величины геометрических и силовых параметры кольца были приведены ранее. Для наглядности все радиальные деформации даны в безразмерном виде, полученном в результате деления текущей деформации δ_i на величину наибольшей деформации δ_{\max} , рассчитанной по каждой модели при $z = 3$.

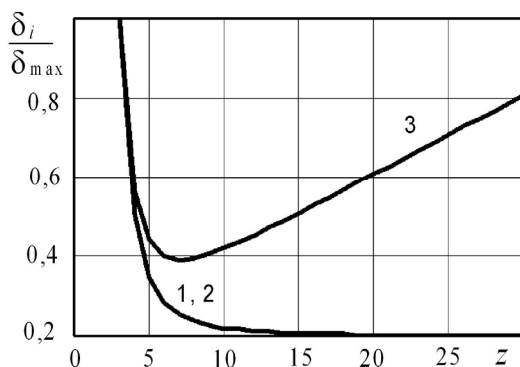


Рис. 4. Изменение радиальной деформации в зависимости от числа роликов:
1 – модель 2-I; 2 – модель 2-II; 3 – модель 2-III

Анализ приведенных кривых показывает следующее. При использовании моделей 2-I и 2-II получаются идентичные результаты. В этом случае для всего диапазона увеличения числа роликов z (числа сил F_N) происходит нелинейное уменьшение деформации, и при достижении 10 роликов она стабилизируется и практически не меняется. Характер изменения деформации аналогичен модели 1-II.

При использовании модели 2-III мы имеем два характерных диапазона изменения радиальной деформации. Первый диапазон от 3 до 7 роликов, в котором при увеличении их числа происходит уменьшение деформаций, и второй – от 7 до 30, в котором при увеличении их числа происходит нелинейный рост деформаций. В целом характер изменения радиальной деформации подобен изменению напряжений, возникающих в кольце [5], так как в общем случае напряжения и деформации связаны пропорциональной зависимостью.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

1. Использование модели 2-III, предложенной И.А. Биргером, позволяет оценить характер влияния различных конструктивных и силовых параметров внешней обоймы роликовых МСХ на возникающие в ней наибольшие радиальные деформации. Однако применение данных моделей для определения величины деформации δ может привести к грубым ошибкам, поскольку она предназначена для расчета плоских колец, нагруженных в своей плоскости.

2. Использование моделей 2-I–2-II не рекомендуется, так как полученные на ее основе результаты сложно объяснить с физической точки зрения.



3. Оценку деформированного состояния внешней обоймы роликовых МСХ необходимо выполнять на основе моделей, полученных с использованием методов позволяющих более полно учесть особенности ее напряженно-деформированного состояния, например за счет использования численных методов – метода конечных элементов.

Список литературы

1. *Архангельский Г. В., Архангельский А. Г.* Роликовые механизмы свободного хода. Одесса, 2009.
2. *Мальцев В. Ф.* Роликовые механизмы свободного хода. М., 1968.
3. *Пилипенко М. Н.* Механизмы свободного хода. Л., 1966.
4. *Ряховский О. А., Иванов С. С.* Справочник по муфтам. Л., 1991.
5. *Золотов И. А., Шарков О. В.* Анализ математических моделей напряженно-го состояния внешней обоймы роликовых механизмов свободного хода // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта: Сер.: Физико-математические и технические науки. 2017. № 1. С. 84–90.
6. *Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В.* Справочник по сопротивлению материалов. Киев, 1988.
7. *Прочность. Устойчивость. Колебания* : справочник : в 3 т. М., 1968. Т. 1.
8. *Биргер И. А., Шорр Б. Я., Иосилевич Г. Б.* Расчет на прочность деталей машин. М., 1993.

Об авторах

Иван Анатольевич Золотов – соиск., Калининградский государственный технический университет.

E-mail: zolivan@rambler.ru

Олег Васильевич Шарков – д-р техн. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: o_sharkov@mail.com

About the authors

Ivan Zolotov – applicant, Kaliningrad State Technical University.

E-mail: zolivan@rambler.ru

Prof. Oleg Sharkov – I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: o_sharkov@mail.com