2) асимптотические линии на поверхностях **(A_2)** и **(A_4)** соответствуют линиям координатной сети;

3) прямая, вдоль которой перемещается вершина **A_3**, вырождается в точку;

4) торсы прямолинейных конгруэнций **(A_1A_4)** и **(A_3A_4)** соответствуют линиям координатной сети.

Библиографический список

1. *Малаховский В.С.* О вырожденных конгруэнциях пар фигур в трехмерном проективном пространстве // Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Калининград, 1973. Вып. 3. С. 41 - 49.

E. P. N o v i k o v a

DEGENERATED THREE-DIMENSIONAL MANIFOLDS
OF THE SECOND GENUS OF A COUPLE OF POINTS

A degenerated three-dimensional manifold of the second genus is considered in the four-dimensional projective space P_4, generated by the points P_i (i=1,2) describing two-dimensional surfaces (P_i). Canonical frame of the manifold is constructed and some associated geometric images are found.

УДК 514.75

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПЕРЕНЕСЕНИЯ НА МНОГООБРАЗИИ СОПРИКАСАЮЩИХСЯ ПЛОСКОСТЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

К.В. П о л я к о в а

(Калининградский государственный университет)

Поверхность X_m проективного пространства P_n рассмотрена как многообразие троек (A, T_m, T_s), где A – точка поверхности, T_m –касательная плоскость, T_s ($s\equiv\frac{1}{2}m(m+3)<n$) – соприкасающаяся плоскость. Осуществлено оснащение поверхности X_m, позволяющее задать связности 2-х типов в главном расслоении $G(X_m)$, типовым слоем которого является подгруппа стационарности G тройки (A, T_m, T_s). Найдена геометрическая характеристика условий их совпадения. Описаны параллельные перенесения оснащающих плоскостей в связностях обоих типов.

1. Ассоциированное расслоение. Рассмотрим поверхность X_m проективного пространства P_n как m-мерное многообразие троек (A, T_m, T_s), где A – точка, T_m

и T_s – плоскости ($A \in T_m \subset T_s$), обладающее свойствами: а) первая дифференциальная окрестность точки A принадлежит плоскости T_m; б) вторая дифференциальная окрестность точки A принадлежит плоскости T_s; Плоскости T_m и T_s называют касательной и соприкасающейся плоскостями поверхности, обычно представляемой как многообразие точек A.

Произведем специализацию подвижного репера $R=(A_0, A_i, A_a, A_u)$, помещая вершину A_0 в точку A, вершины A_i – на плоскость T_m, вершины A_a – на плоскость T_s. Здесь и в дальнейшем индексы принимают значения:

$$i,j,k,=1,..,m;\ a,b,c=m+1,..,\ \tfrac{1}{2}m(m+3);\ u,v,w=\tfrac{1}{2}m(m+3)+1,..,n.$$

Система дифференциальных уравнений поверхности X_m в репере R имеет вид:

$$\omega^a = 0,\ \omega^u = 0,\ \omega^u_i = 0, \tag{1}$$

$$\omega^a_i = \Lambda^a_{ij}\omega^j,\ \omega^u_a = \Lambda^u_{ai}\omega^i. \tag{2}$$

Замыкая систему уравнений (1), получим $\Lambda^a_{ij} = \Lambda^a_{ji},\ \Lambda^a_{ij}\Lambda^u_{ak} = \Lambda^a_{ik}\Lambda^u_{aj}$. Продолжая систему (2), найдем $\nabla\Lambda^a_{ij} = \Lambda^a_{ijk}\omega^k,\ \nabla\Lambda^u_{ai} = \Lambda^u_{aij}\omega^j$, причем дифференциальный оператор ∇ действует обычным образом:

$$\nabla\Lambda^u_{ai} = d\Lambda^u_{ai} + \Lambda^v_{ai}\omega^u_v - \Lambda^u_{bi}\omega^b_a - \Lambda^u_{aj}\omega^j_i.$$

С поверхностью X_m в репере R ассоциируется главное расслоение $G(X_m)$ со структурными уравнениями:

$$\begin{cases} d\omega^i = \omega^j \wedge \omega^i_j,\ d\omega^i_j = \omega^k_j \wedge \omega^i_k + \omega^k \wedge \omega^i_{jk}, \\ d\omega_i = \omega^j_i \wedge \omega_j + \omega^j \wedge \omega_{ij},\ d\omega^a_b = \omega^c_b \wedge \omega^a_c + \omega^i \wedge \omega^a_{bi}, \\ d\omega^i_a = \omega^j_a \wedge \omega^i_j + \omega^b_a \wedge \omega^i_b + \omega^j \wedge \omega^i_{aj},\ d\omega_a = \omega^i_a \wedge \omega_i + \omega^b_a \wedge \omega_b + \omega^i \wedge \omega_{ai}. \end{cases} \tag{3}$$

$$d\omega^u_v = \omega^w_v \wedge \omega^u_w + \omega^i \wedge \omega^u_{vi},\ d\omega^a_u = \omega^b_u \wedge \omega^a_b + \omega^v_u \wedge \omega^a_v + \omega^i \wedge \omega^a_{ui},$$

$$d\omega^i_u = \omega^j_u \wedge \omega^i_j + \omega^a_u \wedge \omega^i_a + \omega^v_u \wedge \omega^i_v + \omega^j \wedge \omega^i_{uj},$$

$$d\omega_u = \omega^i_u \wedge \omega_i + \omega^a_u \wedge \omega_a + \omega^v_u \wedge \omega_v,$$

ãäå $\omega^i_{jk} = \Lambda^a_{jk}\omega^i_a - \delta^i_j\omega_k - \delta^i_k\omega_j,\ \omega_{ij} = \Lambda^a_{ij}\omega_a,$

$$\omega^a_{bi} = \Lambda^u_{bi}\omega^a_u - \Lambda^a_{ij}\omega^j_b - \delta^a_b\omega_i,\ \omega^i_{aj} = \Lambda^u_{aj}\omega^i_u - \delta^i_j\omega_a,\ \omega_{ai} = \Lambda^u_{ai}\omega_u,$$

$$\omega^u_{vi} = -\delta^u_v\omega_i - \Lambda^u_{ai}\omega^a_v,\ \omega^a_{ui} = -\Lambda^a_{ij}\omega^j_u,\ \omega^i_{uj} = -\delta^i_j\omega_u.$$

Базой главного расслоения $G(X_m)$ является поверхность X_m, типовым слоем – подгруппа G стационарности тройки (A, T_m, T_s), размерность которой $\dim G=n^2+m^2+s^2+n-s(n+m)$ – число компонент слоевой формы $\omega = \{\omega^i_j, \omega_i, \omega^a_b, \omega^i_a, \omega_a, \omega^u_v, \omega^a_u, \omega^i_u, \omega_u\}$. Расслоение $G(X_m)$ содержит подрасслоение $H(X_m)$ со структурными уравнениями (3), которое рассмотрено в работе [1].

2. Индуцированные связности. Фундаментально-групповую связность в расслоении $G(X_m)$ зададим по Лаптеву [2], [3] с помощью формы связности вида

$\tilde{\omega} = \omega - \Gamma_i \omega^i$, причем компоненты объекта связности $\Gamma = \{\Gamma^i_{jk}, \Gamma_{ij}, \Gamma^a_{bi}, \Gamma^i_{aj}, \Gamma_{ai}, \Gamma^u_{vi}, \Gamma^a_{ui}, \Gamma^i_{uj}, \Gamma_{ui}\}$ удовлетворяют сравнениям по модулю базисных форм ω^i:

$$\nabla\Gamma^i_{jk} + \omega^i_{jk} \equiv 0,\ \nabla\Gamma_{ij} + \Gamma^k_{ij}\omega_k + \omega_{ij} \equiv 0,$$
$$\nabla\Gamma^a_{bi} + \omega^a_{bi} \equiv 0,\ \nabla\Gamma^i_{aj} - \Gamma^i_{kj}\omega^k_a + \Gamma^b_{aj}\omega^i_b + \omega^i_{aj} \equiv 0,$$
$$\nabla\Gamma_{ai} - \Gamma_{ij}\omega^j_a + \Gamma^j_{ai}\omega_j + \Gamma^b_{ai}\omega_b + \omega_{ai} \equiv 0,$$
$$\nabla\Gamma^u_{vi} + \omega^u_{vi} \equiv 0,\ \nabla\Gamma^a_{ui} - \Gamma^a_{bi}\omega^b_u + \Gamma^v_{ui}\omega^a_v + \omega^a_{ui} \equiv 0,$$
$$\nabla\Gamma^i_{uj} - \Gamma^i_{kj}\omega^k_u + \Gamma^a_{uj}\omega^i_a - \Gamma^i_{aj}\omega^a_u + \Gamma^v_{uj}\omega^i_v + \omega^i_{uj} \equiv 0,$$
$$\nabla\Gamma_{ui} + \Gamma^j_{ui}\omega_j - \Gamma_{ji}\omega^j_u + \Gamma^a_{ui}\omega_a - \Gamma_{ai}\omega^a_u + \Gamma^v_{ui}\omega_v \equiv 0.$$

Объект связности Г содержит восемь существенных подобъектов: $\Gamma_1=\{\Gamma^i_{jk}\}$, $\Gamma_2=\{\Gamma^i_{jk},\Gamma_{ij}\}$, $\Gamma_3=\{\Gamma^a_{bi}\}$, $\Gamma_4=\{\Gamma^i_{jk},\Gamma^a_{bi},\Gamma^i_{aj}\}$, $\Gamma_5=\{\Gamma^i_{jk},\Gamma_{ij},\Gamma^a_{bi}\,\Gamma^i_{aj},\Gamma_{ai}\}$, $\Gamma_6=\{\Gamma^u_{vi}\}$, $\Gamma_7=\{\Gamma^a_{bi},\Gamma^u_{vi},\Gamma^a_{ui}\}$, $\Gamma_8=\{\Gamma^i_{jk},\Gamma^a_{bi},\Gamma^i_{aj},\Gamma^u_{vi},\Gamma^a_{ui},\Gamma^i_{uj}\}$, где Γ_1, Γ_3, Γ_6 являются объектами линейных связностей.

Определение1. Композиционным оснащением поверхности X_m, представленной как многообразие троек (A, T_m, T_s), называется [4] присоединение к каждой точке A: 1) нормали 2-го рода Нордена [5,с.197] – плоскости N_{m-1}: $A \notin N_{m-1} \subset T_m$; 2) плоскости P_{s-m-1}: $T_m \oplus P_{s-m-1}=T_s$; 3) плоскости P_{n-m-1}: $T_s \oplus P_{n-m-1}=P_n$.

Зададим указанные плоскости соответственно совокупностями точек:

$B_i=A_i+\lambda_i A$, $B_a=A_a+\lambda^i_a A_i+\lambda_a A$, $B_u=A_u+\lambda^a_u A_a+\lambda^i_u A_i+\lambda_u A$. (4)

Дифференцируя эти равенства, запишем систему уравнений, обеспечивающих инвариантность оснащающих плоскостей

$$\begin{gathered}\nabla\lambda_i + \omega_i = \lambda_{ij}\omega^j,\ \nabla\lambda^i_a + \omega^i_a = \lambda^i_{aj}\omega^j,\ \nabla\lambda_a + \lambda^i_a\omega_i + \omega_a = \lambda_{ai}\omega^i;\\ \nabla\lambda^a_u + \omega^a_u = \lambda^a_{ui}\omega^i,\ \nabla\lambda^i_u + \lambda^a_u\omega^i_a + \omega^i_u = \lambda^i_{uj}\omega^j,\ \nabla\lambda_u + \lambda^a_u\omega_a + \lambda^i_u\omega_i + \omega_u = \lambda_{ui}\omega^i.\end{gathered} \tag{5}$$

Следовательно, композиционное оснащение задается полем квазитензора $\lambda=\{\lambda_i,\lambda^i_a,\lambda_a,\lambda^a_u,\lambda^i_u,\lambda_u\}$ на базе X_m. Продолжая уравнения (5), получим:

$$\nabla\lambda_{ij} - \lambda_k\omega^k_{ij} + \omega_{ij} \equiv 0,\ \nabla\lambda^i_{aj} + \lambda^k_a\omega^i_{kj} - \lambda^i_b\omega^b_{aj} + \omega^i_{aj} \equiv 0,$$
$$\nabla\lambda_{ai} - \lambda_b\omega^b_{ai} + \lambda^j_a\omega_{ji} + \lambda^j_{ai}\omega_j + \omega_{ai} \equiv 0,\ \nabla\lambda^a_{ui} + \lambda^b_u\omega^a_{bi} - \lambda^a_v\omega^v_{ui} + \omega^a_{ui} \equiv 0,$$
$$\nabla\lambda^i_{uj} + \lambda^k_u\omega^i_{kj} - \lambda^i_v\omega^v_{uj} + \lambda^a_{uj}\omega^i_a + \lambda^a_u\omega^i_{aj} + \omega^i_{uj} \equiv 0,$$
$$\nabla\lambda_{ui} - \lambda_v\omega^v_{ui} + \lambda^j_{ui}\omega_j + \lambda^j_u\omega_{ji} + \lambda^a_u\omega_{ai} + \lambda^a_{ui}\omega_a \equiv 0.$$

Пфаффовы производные компонент оснащающего объекта допускают охваты

$$\lambda_{ij} = \Lambda^a_{ij}\lambda_a - \Lambda^a_{ij}\lambda^k_a\lambda_k + \lambda_i\lambda_j; \tag{6}$$

$$\lambda^i_{aj} = \lambda^k_a \Lambda^b_{kj} \lambda^i_b - \Lambda^u_{aj} \lambda^i_b \lambda^b_u + \Lambda^u_{aj} \lambda^i_u - \delta^i_j \lambda_a, \ \lambda_{ai} = \lambda_b \Lambda^b_{ij} \lambda^j_a - \lambda_b \Lambda^u_{ai} \lambda^b_u + \Lambda^u_{ai} \lambda_u; \quad (7)$$

$$\lambda^a_{ui} = \lambda^b_u \Lambda^v_{bi} \lambda^a_v - \Lambda^a_{ij} \lambda^j_u, \ \lambda^i_{uj} = \lambda^i_v \Lambda^v_{aj} \lambda^a_u - \delta^i_j \lambda_u, \ \lambda_{ui} = \Lambda^v_{ai} \lambda^a_u \lambda_v. \quad (8)$$

Теорема 1. Композиционное оснащение поверхности X_m индуцирует связности двух типов в ассоциированном расслоении $G(X_m)$.

Доказательство. Фундаментальный тензор поверхности X_m и оснащающий квазитензор λ охватывают объект связности Γ по формулам:

$$\Gamma^i_{jk} = \Lambda^a_{jk} \lambda^i_a - \delta^i_j \lambda_k - \delta^i_k \lambda_j, \ \Gamma^a_{bi} = \Lambda^u_{bi} \lambda^a_u - \Lambda^a_{ij} \lambda^j_b - \delta^a_b \lambda_i, \ \Gamma^u_{vi} = -\Lambda^u_{ai} \lambda^a_v - \delta^u_v \lambda_i, \quad (9)$$

$$\begin{cases} \overset{1}{\Gamma}_{ij} = \Lambda^a_{ij} \lambda_a - \lambda_i \lambda_j, \ \ \overset{1}{\Gamma}{}^i_{aj} = \Lambda^u_{aj} \lambda^i_u - \delta^i_j \mu_a - \lambda^i_b \Lambda^b_{jk} \lambda^k_a, \\ \overset{1}{\Gamma}_{ai} = \Lambda^u_{ai} \lambda_u - \lambda_b \Lambda^b_{ij} \lambda^j_a - \lambda_i \mu_a, \ \ \overset{1}{\Gamma}{}^a_{ui} = -\lambda^a_v \Lambda^v_{bi} \lambda^b_u + \Lambda^a_{ij} \mu^j_u, \\ \overset{1}{\Gamma}{}^i_{uj} = -\lambda^i_v \Lambda^v_{aj} \lambda^u_a + \lambda^i_a \Lambda^a_{kj} \mu^k_u + \delta^i_j \mu_u, \ \ \overset{1}{\Gamma}_{ui} = \lambda_a \Lambda^a_{ij} \mu^j_u + \lambda_i \mu_u - \Lambda^v_{ai} \lambda_v \lambda^a_u, \end{cases} \quad (10)$$

где $\mu_a = \lambda_a - \lambda^i_a \lambda_i, \ \mu^i_u = \lambda^a_u \lambda^i_a - \lambda^i_u, \ \mu_u = -\lambda_u + \lambda^k_u \lambda_k + \lambda^a_u \lambda_a - \lambda^a_u \lambda^k_a \lambda_k.$

Компоненты объекта связности Γ, не являющиеся объектами линейных связностей, можно охватить вторым способом:

$$\begin{cases} \overset{2}{\Gamma}_{ij} = \lambda_{ij} + \Lambda^a_{ij} \lambda^k_a \lambda_k - 2\lambda_i \lambda_j, \ \ \overset{2}{\Gamma}{}^i_{aj} = \lambda^i_{aj} + \lambda^i_b \Lambda^u_{aj} \lambda^b_u - 2\lambda^i_b \Lambda^b_{jk} \lambda^k_a + \delta^i_j \lambda^k_a \lambda_k, \\ \overset{2}{\Gamma}_{ai} = \lambda_{ai} - \lambda^j_a \lambda_{ji} + \lambda_b \Lambda^u_{ai} \lambda^b_u - \lambda_b \Lambda^b_{ij} \lambda^j_a - \lambda_a \lambda_i - \lambda^j_a \Lambda^b_{ij} \lambda^k_b \lambda_k + 2\lambda^j_a \lambda_j \lambda_i, \\ \overset{2}{\Gamma}{}^i_{uj} = \lambda^i_{uj} - \lambda^a_u \lambda^i_{aj} - \lambda^k_u \Lambda^a_{kj} \lambda^i_a - \delta^i_j \lambda_k \mu^k_u - \Lambda^v_{aj} \lambda^a_u (\lambda^i_v + \lambda^i_b \lambda^b_v) + 2\lambda^a_u \lambda^i_b \Lambda^b_{jk} \lambda^k_a, \\ \overset{2}{\Gamma}_{ui} = \lambda_{ui} - \lambda^a_u \lambda_{ai} + \lambda_i \mu_u + \mu^j_u (\lambda_{ji} - \lambda_i \lambda_j + \Lambda^a_{ij} \lambda^k_a \lambda_k) - \lambda_v \Lambda^v_{ai} \lambda^a_u - \\ \quad - \lambda^a_u \lambda_b (\Lambda^u_{ai} \lambda^b_v - \Lambda^b_{ij} \lambda^j_a), \ \ \overset{2}{\Gamma}{}^a_{ui} = \lambda^a_{ui} - 2\lambda^a_v \Lambda^v_{bi} \lambda^b_u + \lambda^b_u \Lambda^a_{ij} \lambda^j_b, \end{cases} \quad (11)$$

Определение 2. Будем говорить, что связность в ассоциированном расслоении $G(X_m)$ 1-го типа $\overset{1}{\Gamma}$ (соотв. 2-го типа $\overset{2}{\Gamma}$), если компоненты объекта связности Γ охвачены по формулам (9,10) (соотв. (9,11)).

Теорема 2. Связности 1-го и 2-го типов совпадают тогда и только тогда, когда выполняются равенства (6-8), каждое из которых соответственно есть необходимое и достаточное условие, ограничивающее возможные смещения оснащающих плоскостей до следующих: нормали N_{m-1} – в плоскости $L_{s-1}=[B_i, B_a]$, плоскости P_{s-m-1} – в плоскости $L_{n-m-1}=[B_a, B_u]$, плоскость P_{n-m-1} остается неподвижной. В совокупности эти условия фиксируют гиперплоскость $L_{n-1}=[B_i, B_a, B_u]$.

Доказательство получаем с учетом соотношений (6-8) в дифференциалах точек (4), что дает геометрическую характеристику условий совпадения двух типов охватов.

3. Параллельные перенесения. Рассмотрим параллельные перенесения оснащающих плоскостей N_{m-1}, P_{s-m-1}, P_{n-s-1}. Введем в уравнения (5) компоненты формы связности $\tilde{\omega}$. При этом получим $\Delta\lambda_i = \tilde{\lambda}_{ij}\omega^j$,

$$\Delta\lambda^i_a = \tilde{\lambda}^i_{aj}\omega^j,\ \Delta\lambda_a = \tilde{\lambda}_{ai}\omega^i,\ \Delta\lambda^a_u = \tilde{\lambda}^a_{ui}\omega^i,\ \Delta\lambda^i_u = \tilde{\lambda}^i_{uj}\omega^j,\ \Delta\lambda_u = \tilde{\lambda}_{ui}\omega^i,$$

где ковариантные дифференциалы и ковариантные производные компонент оснащающего квазитензора выражаются по формулам:

$$\begin{cases} \Delta\lambda_i = d\lambda_i - \lambda_j\tilde{\omega}^j_i + \tilde{\omega}_i,\ \Delta\lambda^i_a = d\lambda^i_a + \lambda^j_a\tilde{\omega}^i_j - \lambda^i_b\tilde{\omega}^b_a + \tilde{\omega}^i_a, \\ \Delta\lambda_a = d\lambda_a - \lambda_b\tilde{\omega}^b_a + \lambda^i_a\tilde{\omega}_i + \tilde{\omega}_a,\ \Delta\lambda^a_u = d\lambda^a_u + \lambda^b_u\tilde{\omega}^a_b - \lambda^a_v\tilde{\omega}^v_u + \tilde{\omega}^a_u, \\ \Delta\lambda^i_u = d\lambda^i_u + \lambda^j_u\tilde{\omega}^i_j - \lambda^i_v\tilde{\omega}^v_u + \lambda^a_u\tilde{\omega}^i_a + \tilde{\omega}^i_u,\ \Delta\lambda_u = d\lambda_u - \lambda_v\tilde{\omega}^v_u + \lambda^i_u\tilde{\omega}_i + \lambda^a_u\tilde{\omega}_a + \tilde{\omega}_u, \end{cases} \tag{12}$$

$$\begin{cases} \tilde{\lambda}_{ij} = \lambda_{ij} + \lambda_k\Gamma^k_{ij} - \Gamma_{ij},\ \tilde{\lambda}^i_{aj} = \lambda^i_{aj} - \lambda^k_a\Gamma^i_{kj} + \lambda^i_b\Gamma^b_{aj} - \Gamma^i_{aj}, \\ \tilde{\lambda}_{ai} = \lambda_{ai} + \lambda_b\Gamma^b_{ai} - \lambda^j_a\Gamma_{ji} - \Gamma_{ai},\ \tilde{\lambda}^a_{ui} = \lambda^a_{ui} - \lambda^b_u\Gamma^a_{bi} + \lambda^a_v\Gamma^v_{ui} - \Gamma^a_{ui}, \\ \tilde{\lambda}^i_{uj} = \lambda^i_{uj} - \lambda^k_u\Gamma^i_{kj} + \lambda^i_v\Gamma^v_{uj} - \lambda^a_u\Gamma^i_{aj} - \Gamma^i_{uj},\ \tilde{\lambda}_{ui} = \lambda_{ui} + \lambda_v\Gamma^v_{ui} - \lambda^j_u\Gamma_{ji} - \lambda^a_u\Gamma_{ai} - \Gamma_{ui}. \end{cases} \tag{13}$$

Дифференциалы точек (4) с помощью обозначений (12) запишем в виде:

$$dB_i=\theta B_i+(\omega^j_i + \lambda_i\omega^j - \omega^a_i\lambda^j_b)B_j+\omega^a_i B_a+\Delta\lambda_i A, \tag{14}$$

$$dB_a=\theta B_a+(\omega^b_a + \lambda^i_a\omega^b_i - \omega^u_a\lambda^b_u)B_b+\omega^u_a B_u+\Delta\lambda^i_a A_i+\Delta\lambda_a A, \tag{15}$$

$$dB_u=\theta B_u+(\omega^v_u + \lambda^a_u\omega^v_a)B_v+\Delta\lambda^a_u A_a+\Delta\lambda^i_u A_i+\Delta\lambda_u A. \tag{16}$$

Зададим линию $\gamma \subset X_m$ уравнениями $\omega^i = \rho^i\omega$. Находя внешние дифференциалы форм (12), отмечаем, что системы уравнений 1) $\Delta\lambda_i=0$; 2) $\Delta\lambda^i_a=0$; 3) $\Delta\lambda^i_a=0$, $\Delta\lambda_a=0$; 4) $\Delta\lambda^a_u=0$; 5) $\Delta\lambda^a_u=0$, $\Delta\lambda^i_a=0$; 6) $\Delta\lambda^a_u=0$, $\Delta\lambda^i_a=0$, $\Delta\lambda_u=0$. Тогда согласно формулам (14-16) системы уравнений 1) - 6) являются необходимыми и достаточными условиями, задающими следующие параллельные перенесения оснащающих плоскостей вдоль линии γ в подсвязностях 1-го типа: 1) нормаль 2-го рода N_{m-1} переносится параллельно в связности $\overset{1}{\Gamma}_2$, когда она смещается в плоскости $L_{s-1}=[B_i, B_a]$; 2) плоскость P_{s-m-1} переносится параллельно в связности $\overset{1}{\Gamma}_4$, когда она смещается в плоскости $L_{n-m}=[A, B_a, B_u]$; 3) плоскость P_{s-m-1} переносится параллельно в связности $\overset{1}{\Gamma}_5$, когда она смещается в плоскости $L_{n-m-1}=[B_a, B_u]$; 4) плоскость P_{n-s-1} переносится параллельно в связности $\overset{1}{\Gamma}_7$, когда смещается в плоскости $L_{n+m-s}=[A, B_i, B_u]$; 5) плоскость P_{n-s-1} переносится параллельно в связности $\overset{1}{\Gamma}_8$, когда она смещается в плоскости $L_{n-s}=[A, B_u]$; 6) плоскость P_{n-s-1} переносится параллельно в связности $\overset{1}{\Gamma}$, когда она неподвижна.

Параллельные перенесения оснащающих плоскостей в связности $\overset{2}{\Gamma}$ 2-го типа являются вырождеными в том смысле, что они имеют место, когда плоскости смещаютя произвольно. Для объекта связности 2-го типа ковариантные производные (13) равны нулю. Следовательно, оснащающие плоскости переносятся абсолютно параллельно в связности 2-го типа, т.е. параллельные перенесения можно производить вдоль любой линии на поверхности.

Замечание. Объекты линейных связностей, одинаковые для связностей двух типов, характеризуются параллельными перенесениями оснащающих плоскостей с помощью проективно-ковариантных дифференциалов [6].

Библиографический список

1. *Шевченко Ю.И.* Об оснащениях многомерной поверхности проективного пространства // Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Калининград, 1977. Вып. 8. С. 135-149.

2. *Лаптев Г.Ф.* Многообразия, погруженные в обобщенные пространста // Тр. Всесоюзн. матем. съезда. 1961. Т.2. Л.: Наука,1964. С. 226-233.

3. *Остиану Н.М., Рыжков В.В., Швейкин П.И.* Очерк научных исследований Г.Ф.Лаптева. // Тр. геом. семинара. Т.4. 1973. С. 7-68.

4. *Шевченко Ю.И.* Структура оснащения многообразия линейных фигур. // Тез. докл. VI Прибалт. геом. конф. Таллин, 1984. С. 137-138.

5. *Норден А.П.* Пространства аффинной связности. М. Наука. 1976. 432с.

6. *Полякова К.В.* Параллельные перенесения направлений вдоль поверхности поективного пространства. // Дифференциальная геометрия многообразий фигур. калининград. 1996. Вып.27. С. 63-70.

K. V. P o l y a k o v a

PARALLEL DISPLACEMENT ON A MANIFOLD OF OSCULATING PLANES OF A SURFACE

A surface X_m of a projective space P_n is considered as a manifold of triples (A, T_m, T_s), where A is a point of the surface, T_m is a tangent plane, T_s ($s=\frac{1}{2}m(m+3)< n$) is an osculating plane. An equipment of the surface X_m is realized, allowing to set connections of two types in the principal fibering $G(X_m)$, whose standart layer is an isotropy subgroup of the triple (A, T_m, T_s). A geometric characteristic of their coincidence is found. Parallel displacement of equipping planes are described in the connections of both types.