Список литературы

1. *Егоров И.П.* Движения в пространствах аффинной связности. Казань, 1965.

A. Egorov

About properties of maximum mobility of Riemannian space V_4

This article describes the Riemannian space with a group of motions G_8. Covariantly constant tensor fields are found in this maximally mobile space.

УДК 513.7

Б.В. Заятуев
Бурятский государственный университет, г. Улан-Удэ

О келеровой структуре на четырехмерном касательном расслоении

Показан способ построения одной келеровой структуры на касательном расслоении над двумерным ориентируемым римановым многообразием, имеющим знакоопределенную гауссову кривизну. Используется инвариантное исчисление Кошуля и понятия вертикального и горизонтального лифтов [1].

Ключевые слова: гауссова кривизна, касательное расслоение, келерова структура, горизонтальный и вертикальный лифты.

Пусть (M^2, g) — двумерное ориентированное риманово многообразие со знакоопределенной гауссовой кривизной κ. Конкретными примерами такого многообразия являются, например, эллипсоид и гиперболический параболоид в трехмерном евклидовом пространстве. Рассмотрим касательное расслоение $T(M^2)$ над этим многообразием и снабдим ее эрмитовой структурой $\{\bar{J}, \bar{g}\}$ [1], где $\bar{J}(X^H) = (JX)^H$, $\bar{J}(X^V) = (JX)^V$, J — каноническая комплексная структура на M^2, $X \in \chi(M)$; $(...)^H, (...)^V$ — горизонтальный и вертикальный лифты. Имеем

$\bar{g}(X^H, Y^H) = A\kappa g(X,Y)$, $\bar{g}(X^H, Y^V) = 0$; $\bar{g}(X^V, Y^V) = g(X,Y)$; где $A = const$ и $sign(A) = sign(\kappa)$.

Тогда можно показать, что относительно римановой связности $\bar{\nabla}$ метрики $\bar{g}$ имеют место следующие формулы ([2]):

$$\begin{aligned}
&(\bar{\nabla}_{X^H} Y^H)_Z = (\nabla'_X Y)^H - \tfrac{1}{2}(R(X,Y)Z)^V, \\
&(\bar{\nabla}_{X^H} Y^V)_Z = \tfrac{1}{2A\kappa}(R(Z,Y)X)^H + (\nabla_X Y)^V, \\
&(\bar{\nabla}_{X^V} Y^H)_Z = \tfrac{1}{2A\kappa}(R(Z,X)Y)^H, \ \bar{\nabla}_{X^V} Y^V = 0;
\end{aligned} \tag{1}$$

где $X, Y \in \chi(M)$; $Z \in T(M^n)$; ∇, ∇' — соответственно, римановы связности метрик g и $A\kappa g$; R — тензор кривизны связности ∇.

Введем теперь в рассмотрение другую риманову метрику $\bar{\bar{g}} = e^{\varphi}\bar{g}$ на $T(M^2)$, где $\varphi = \dfrac{1}{2A} g_{ij} y^i y^j$ — очевидно, глобально определенная на касательном расслоении функция. Пусть $\bar{\bar{\nabla}}$ — риманова связность метрики $\bar{\bar{g}}$. Легко проверить, что

$$grad(\varphi)_Z = \frac{1}{A} Z^V, \ X^H(\varphi) = 0, \ X^V(\varphi)_Z = \frac{1}{A} g(X,Z).$$

Следовательно,

$$
\begin{aligned}
&T(X^H, Y^H)_Z = -\frac{\kappa}{2} g(X,Y) Z^V, \\
&T(X^H, Y^V)_Z = \frac{1}{2A} g(Y,Z) X^H, \\
&T(X^V, Y^V)_Z = \frac{1}{2A}\left(g(X,Z)Y^V + g(Y,Z)X^V - g(X,Y)Z^V\right),
\end{aligned}
\tag{2}
$$

где T — тензор аффинной деформации от связности $\overline{\nabla}$ к связности $\overline{\overline{\nabla}}$. Таким образом, в силу (1) и (2) получаем

$$
\begin{aligned}
&(\overline{\overline{\nabla}}_{X^H} Y^H)_Z = -\frac{\kappa}{2}\left(g(X,Z)Y^V - g(Y,Z)X^V + g(X,Y)Y^V\right) + (\nabla'_X Y)^H, \\
&(\overline{\overline{\nabla}}_{X^H} Y^V)_Z = \frac{1}{2A}\left(g(Z,X)Y^H - g(Y,X)^H + g(Y,Z)X^H\right) + (\nabla_X Y)^V, \\
&(\overline{\overline{\nabla}}_{X^V} Y^H)_Z = \frac{1}{2A}\left(g(Z,Y)X^H - g(X,Y)Z^H + g(X,Z)Y^H\right), \\
&(\overline{\overline{\nabla}}_{X^V} Y^V)_Z = \frac{1}{2A}\left(g(X,Z)Y^V + g(Y,Z)X^V - g(X,Y)Z^V\right).
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Непосредственной проверкой с учетом формул (3) можно убедится, что

$$
\overline{\overline{\nabla}}_{X^H}(\bar{J})Y^H = \overline{\overline{\nabla}}_{X^H}(\bar{J})Y^V = \overline{\overline{\nabla}}_{X^V}(\bar{J})Y^H = \overline{\overline{\nabla}}_{X^V}(\bar{J})Y^V = 0,
$$

то есть $\overline{\overline{\nabla}}\bar{J} = 0$. Тем самым справедлива

Теорема. Пусть (M^2, g) — двумерное риманово многообразие со знакоопределенной гауссовой кривизной κ. Тогда пара $\{\bar{J}, e^{\varphi}\bar{g}\}$, где $\varphi = \frac{1}{2A} g_{ij} y^i y^j$, $A = const$ и $sign(A) = sign(\kappa)$, является келеровой структурой на касательном расслоении $T(M^2)$.

Список литературы

1. *Yano K., Ishihara S.* Tangent and Cotangent Bundles. N. Y., 1973.
2. *Заятуев Б. В.* Об одном примере почти эрмитовой структуры на касательном расслоении // Матем. заметки. 2004.

B. Zayatuyev

On the Kahler structure on a four dimensional tangent bundle

Article is devoted to construction of Kahlerian structure on the four dimensional tangent bundle.

УДК 514.75

В. П. Козяйкин
Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград

Особенности двух аналитических аппаратов в проективном пространстве на примере многообразия плоскостей

В проективном пространстве P_n рассмотрено r-мерное многообразие B_r m-мерных плоскостей L_m в двух аналитических аппаратах. В обоих случаях построено ассоциированное расслоение — главное расслоение, базой которого является само многообразие, а типовым слоем — подгруппа стационарности плоскости. В однородном аппарате это расслоение имеет два фактор-расслоения: фактор-расслоение плоскостных линейных реперов и фактор-расслоение нормальных линейных реперов, а в неоднородном аппарате ассоциированное расслоение содержит единственное главное фактор-расслоение проективных реперов. Это вызвало особенности полученных результатов в разных аналитических аппаратах.

Ключевые слова: проективное пространство, фактор-расслоение, ассоциированное расслоение, многообразие плоскостей.