УДК 514.75

Т.Ю. Максакова

(Балтийский военно-морской институт)

ДВОЙСТВЕННЫЕ АФФИННЫЕ СВЯЗНОСТИ ГИПЕРПОЛОСЫ CH_m^r

Приведена структура построения двойственных аффинных связностей и их тензоров кривизны центрированной тангенциально вырожденной гиперполосы CH_m^r [1] проективного пространства P_n (1<r<m<n-1). Исследуются попарные совпадения этих связностей.

Во всей работе схема использования индексов такова:

$$\bar{J},\bar{K},\bar{L}=\overline{0,n};\quad p,q,r,s,t,h,f=\overline{1,r};\quad i,j,k,l=\overline{r+1,m};\quad \alpha,\beta,\gamma=\overline{m+1,n-1};$$
$$u,v,w=\overline{r+1,n-1};\quad \bar{p},\bar{q},\bar{r},\bar{s},\bar{t},\bar{h},\bar{f}=\overline{0,r};\quad \rho,\tau=\overline{r+1,n}.$$

1. Известно [1], что в репере 1-го порядка R^1 дифференциальные уравнения гиперполосы $CH_m^r\subset P_n$ имеют вид:

$$\omega_0^n=0,\ \omega_0^v=0,\ \omega_i^n=0,\ \omega_i^\alpha=0,\ \omega_\alpha^n=0,$$
$$\omega_p^n=a_{pq}^n\omega^q,\ \omega_p^i=b_{pq}^i\omega^q,\ \omega_p^\alpha=b_{pq}^\alpha\omega^q,\ \omega_i^p=b_{iq}^p\omega^q,\ \omega_\alpha^p=b_{\alpha q}^p\omega^q; \tag{1}$$

$$\nabla a_{pq}^n+a_{pq}^n\omega_0^0=a_{pqt}^n\omega^t,\quad \nabla b_{pq}^i+b_{pq}^i\omega_0^0+a_{pq}\omega_n^i+b_{pq}^\alpha\omega_\alpha^i=b_{pqt}^i\omega^t,$$
$$\nabla b_{pq}^\alpha+b_{pq}^\alpha\omega_0^0+a_{pq}\omega_n^\alpha\equiv 0,\quad \nabla b_{iq}^p+b_{iq}^p\omega_0^0-\delta_q^p\omega_i^0\equiv 0, \tag{2}$$
$$\nabla b_{\alpha q}^p+b_{\alpha q}^p\omega_0^0-\delta_q^p\omega_\alpha^0-b_{iq}^p\omega_\alpha^i\equiv 0,$$

где

$$a_{[pq]}^n=0,\ b_{[pq]}^i=0,\ b_{[pq]}^\alpha=0,\ b_{i[q}^pa_{t]p}^n=0,\ b_{\alpha[q}^pa_{t]p}^n=0,\ b_{i[q}^pb_{t]p}^\alpha=0;$$
$$\nabla a_{pqt}^n+2a_{pqt}^n\omega_0^0+a_{(pq}^n\omega_{t)}^0-a_{(pq}^na_{t)s}^n\omega_n^s=a_{pqts}^n\omega^s,$$
$$a_{pq[ts]}^n=a_{pf}^nb_{q[t}^vb_{|v|s]}^f+a_{fq}^nb_{p[t}^vb_{|v|s]}^f. \tag{3}$$

Тензор b_{pq}^n – невырожденный ($b\overset{def}{=}\left|b_{pq}^n\right|\neq 0$), поэтому можно ввести обратный ему тензор b_n^{pq}:

$$b_n^{pt}b_{tq}^n=\delta_q^p,\ \nabla b_n^{pq}-b_n^{pq}\omega_0^0=-b_n^{pt}b_n^{sq}b_{tsf}^n\omega^f,$$
$$d\ln b+r\left(\omega_0^0+\omega_n^n\right)-2\omega_p^p=b_p\omega_0^p,\ b_p=a_n^{qt}a_{tqp}^n. \tag{4}$$

2. Обобщенная нормализация гиперполосы $CH_m^r\subset P_n$ [1; 3] равносильна заданию двух полей квазитензоров ν_n^p,ν_p^0:

$$\nabla\nu_n^p+\omega_n^p=\nu_{nq}^p\omega^q,\quad \nabla\nu_p^0+\omega_p^0=\nu_{pt}^0\omega^t. \tag{5}$$

Согласно [2; 3] обращение в нуль тензора T_p^0:

$$T_p^0 = d_p - \nu_p^0 + a_{ps}^n \nu_n^s, \quad \nabla T_p^0(\nu) = T_{ps}^0 \omega^s, \tag{6}$$

где

$$\begin{aligned} &T_{[pq]}^0 = d_{[pq]} - \nu_{[pq]}^0 - \nu_{n[p}^s a_{q]s}^n, \quad d_p = \frac{1}{r+2} a_n^{qs} a_{sqp}, \\ &\nabla d_p + d_p \omega_0^0 + \omega_p^0 - a_{qp}^n \omega_n^q = d_{pq} \omega_0^q, \; d_{[pq]} = b_{s[p}^\nu b_{|\nu|q]}^s \end{aligned} \tag{7}$$

есть условие взаимности [4] обобщенной нормализации гиперполосы $CH_m^r \subset P_n$ относительно поля соприкасающихся гиперквадрик:

$$a_{pq}^n x^p x^q + 2d_p x^p x^n + L_{uv}^n x^u x^v + 2l_v x^v x^n + T_n \left(x^n\right)^2 = 2x^0 x^n. \tag{8}$$

Обращение в нуль тензора T_n^p:

$$T_n^p \overset{def}{=} W_n^p + F_n^p, \quad dT_n^p - T_n^p \omega_n^n + T_n^q \omega_q^p = T_{nq}^p \omega^q \tag{9}$$

есть условие *коинцидентности* гиперполосы CH_m^r [5; 2], а обращение в нуль симметрического тензора Дарбу

$$\begin{aligned} &D_{pqt}^n = a_{pqt}^n - a_{(pq}^n d_{t)}, \quad \nabla D_{pqt}^n + 2D_{pqt}^n \omega_0^0 = D_{pqts}^n \omega^s, \\ &D_{pqts}^n = a_{pqts}^n - a_{s(pq}^n d_{t)} - a_{(pq}^n d_{t)s} \end{aligned} \tag{10}$$

есть условие касания 3-го порядка поля соприкасающихся гиперквадрик (8) с гиперполосой $CH_m^r \subset P_n$.

3. В работе А.В. Столярова [6] введены для регулярных гиперполос $H_m \subset P_n$ две двойственные аффинные связности $\overset{1}{\nabla}$ и $\overset{1}{\overline{\nabla}}$ без кручения, которые в случае обобщенной нормализации тангенциально вырожденной гиперполосы $CH_m^r \subset P_n$ определены соответственно системами форм Пфаффа:

$$\theta_0^p = \omega_0^p, \quad \theta_p^q = \omega_p^q - \delta_p^q \omega_0^0 - \delta_p^q \nu_s^0 \omega_0^s - \nu_n^q \omega_p^n + \nu_p^0 \omega_0^q; \tag{11}$$

$$\overline{\theta}_0^p = \theta_0^p = \omega_0^p, \; \overline{\theta}_p^q = \theta_p^q + \left[a_n^{qs} a_{spf}^n - a_n^{qt} a_{pf}^n \left(\nu_t^0 - a_{ts}^n \nu^s\right) - \delta_p^q \left(\nu_f^0 - a_{fs}^n \nu_n^s\right) - \delta_f^q \left(\nu_p^0 - a_{ps}^n \nu_n^s\right)\right] \omega_0^f. \tag{12}$$

Формы (11), (12) удовлетворяют структурным уравнениям Картана-Лаптева [7; 8]:

$$D\theta_0^p = \theta_0^f \wedge \theta_f^p, \quad D\theta_p^q = \theta_p^f \wedge \theta_f^q + R_{pst}^q \omega_0^s \wedge \omega_0^t, \tag{13}$$

$$D\overline{\theta}_0^p = \overline{\theta}_0^f \wedge \overline{\theta}_f^p, \quad D\overline{\theta}_p^q = \overline{\theta}_p^f \wedge \overline{\theta}_f^q + \overline{R}_{pst}^q \omega_0^s \wedge \omega_0^t. \tag{14}$$

Тензоры кривизны $R_{pst}^q, \overline{R}_{pst}^q$ связностей $\overset{1}{\nabla}$ и $\overset{1}{\overline{\nabla}}$ имеют строение:

$$R_{pst}^q = b_{p[s}^\nu b_{|\nu|t]}^q + \nu_n^f \nu_f^0 a_{p[s}^n \delta_{t]}^q + \nu_{p[s}^0 \delta_{t]}^q - \nu_n^f \nu_n^q a_{p[s}^n a_{t]f}^n - \nu_p^0 \nu_{[s}^0 \delta_{t]}^q - \nu_{n[s}^q a_{t]p}^n - \delta_p^q \nu_{[st]}^0, \tag{15}$$

$$\begin{aligned} \overline{R}_{pst}^q = {} & a_{fp}^n \nu_{n[s}^f \delta_{t]}^q + \nu_f^0 \nu_n^f a_{p[s}^n \delta_{t]}^q - a_{pf}^n a_n^{qr} b_{r[s}^\nu b_{|\nu|t]}^f - a_n^{qf} \nu_{f[s}^0 a_{t]p}^n - \\ & - \delta_p^q a_{f[s}^n \nu_{|n|t]}^f - a_n^{qf} \nu_f^0 a_{p[s}^n \nu_{t]}^0 - a_{pf}^n \nu_n^f \nu_n^r a_{r[s}^n \delta_{t]}^q. \end{aligned} \tag{16}$$

Путем преобразования слоевых форм аффинной связности [6]

$$\overset{\varepsilon}{\tau}{}^{q}_{\bar{p}} = \theta^{q}_{\bar{p}} + \overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{q}_{\bar{p}s}\,\omega^{s}_{0} \qquad (17)$$

можно получить другие аффинные связности $\overset{\varepsilon}{\nabla}\left(\varepsilon=\overline{1,5}\right)$. Требование того, чтобы система слоевых форм (17) удовлетворяла структурным уравнениям Картана-Лаптева [7; 8], приводит к уравнениям [10]:

$$d\overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{q}_{0s} - \overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{q}_{0f}\,\omega^{f}_{s} + \overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{f}_{0s}\,\omega^{q}_{f} = \overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{q}_{0st}\,\omega^{t},\ \ d\overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{q}_{ps} + \overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{q}_{ps}\,\omega^{0}_{0} - \overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{q}_{pf}\,\omega^{f}_{s} - \overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{q}_{fs}\,\omega^{f}_{p} + \overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{f}_{ps}\,\omega^{q}_{f} = \overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{q}_{pst}\,\omega^{t}, \qquad (18)$$

т.е. каждая из систем функций $\{\overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{q}_{0s}\}$, $\{\overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{q}_{ps}\}$ должна быть тензором. В структурных уравнениях (13), (14) компоненты тензоров кручения $\overset{\varepsilon}{R}{}^{q}_{0st}$ и тензоров кривизны $\overset{\varepsilon}{R}{}^{q}_{pst}$ связностей $\overset{\varepsilon}{\nabla}$ имеют следующие строения:

$$\overset{\varepsilon}{R}{}^{q}_{0st} = \nu^{q}_{n}\,\overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{h}_{0[s}\,a^{n}_{t]h} - \nu^{0}_{h}\,\overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{h}_{0[s}\,\delta^{q}_{t]} - \overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{h}_{0[s}\,\overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{q}_{|h|t]} - \overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{q}_{[st]} - \overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{q}_{0[s}\,\nu^{0}_{t]} - \overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{q}_{0[st]}, \quad (19)$$

$$\overset{\varepsilon}{R}{}^{q}_{pst} = R^{q}_{pst} + a^{n}_{p[s}\,\overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{q}_{|f|t]}\,\nu^{f}_{n} + \nu^{q}_{n}\,\overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{f}_{p[s}\,a^{n}_{t]f} - \nu^{0}_{f}\,\overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{f}_{p[s}\,\delta^{q}_{t]} - \overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{f}_{p[s}\,\overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{q}_{|f|t]} - \overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{q}_{[st]}\,\nu^{0}_{p} - \overset{\varepsilon}{\Gamma}{}^{q}_{p[st]}. \quad (20)$$

Рассмотрим аффинные связности, формы кручения $\overset{\varepsilon}{\theta}{}^{q}_{0}$ которых совпадают с базовыми формами ω^{p}_{0}. В силу соотношений (1) – (7), (9), (10) убеждаемся, что уравнениям (18) удовлетворяют следующие системы охватов:

$$\overset{1}{\Gamma}{}^{q}_{0s} = 0, \quad \overset{1}{\Gamma}{}^{q}_{ps} = 0; \qquad (21)$$

$$\overset{2}{\Gamma}{}^{q}_{0s} = 0, \quad \overset{2}{\Gamma}{}^{q}_{ps} = a^{qt}_{n}D^{n}_{tps} + \delta^{q}_{p}T^{0}_{s}(\nu) + \delta^{q}_{s}T^{0}_{p}(\nu) + a^{qf}_{n}a^{n}_{ps}T^{0}_{f}(\nu); \qquad (22)$$

$$\overset{3}{\Gamma}{}^{q}_{0s} = 0, \quad \overset{3}{\Gamma}{}^{q}_{ps} = a^{qt}_{n}D^{n}_{tps}; \qquad (23)$$

$$\overset{4}{\Gamma}{}^{q}_{0s} = 0, \quad \overset{4}{\Gamma}{}^{q}_{ps} = -\delta^{q}_{p}a^{n}_{sf}T^{f}_{n}; \qquad (24)$$

$$\overset{5}{\Gamma}{}^{q}_{0s} = 0, \quad \overset{5}{\Gamma}{}^{q}_{ps} = a^{qf}_{n}D^{n}_{fps} - \delta^{q}_{p}a^{n}_{sf}T^{f}_{n}. \qquad (25)$$

Охваты (21) определяют исходную аффинную связность $\overset{1}{\nabla}$, а охваты (22) в силу соотношений (10), (12), (17) – двойственную аффинную связность $\overset{\overline{1}}{\nabla}$ без кручения (6). Из (17) с учетом формул (23) – (25) определяются аффинные связности $\overset{3}{\nabla}, \overset{4}{\nabla}, \overset{5}{\nabla}$ соответственно слоевыми формами:

$$\overset{3}{\theta}{}^{q}_{0} = \omega^{q}_{0}, \quad \overset{3}{\theta}{}^{q}_{p} = \overset{1}{\theta}{}^{q}_{p} + a^{qf}_{n}D^{n}_{fps}\omega^{s}_{0}; \qquad (26)$$

$$\overset{4}{\theta}{}^{q}_{0} = \omega^{q}_{0}, \quad \overset{4}{\theta}{}^{q}_{p} = \overset{1}{\theta}{}^{q}_{p} - \delta^{q}_{p}a^{n}_{sf}T^{f}_{n}\,\omega^{s}_{0}; \qquad (27)$$

$$\overset{5}{\theta}{}_0^q = \omega_0^q, \quad \overset{5}{\theta}{}_p^q = \overset{1}{\theta}{}_p^q + (a_n^{qf} D_{fps}^n - \delta_p^q a_{sf}^n T_n^f)\omega_0^s. \tag{28}$$

Компоненты тензоров кручения и кривизны связностей $\overset{\varepsilon}{\nabla}\left(\varepsilon = \overline{1,5}\right)$ находим из соотношений (19), (20), (21) – (25):

$$\overset{1}{R}{}_{0st}^q = 0, \quad \overset{1}{R}{}_{pst}^q = R_{pst}^q, \quad \overset{2}{R}{}_{0st}^q = 0, \quad \overset{2}{R}{}_{pst}^q = \overline{R}_{pst}^q, \tag{29}$$

$$\overset{3}{R}{}_{0st}^q = 0, \quad \overset{3}{R}{}_{pst}^q = \overset{1}{R}{}_{pst}^q - a_n^{qf} \nu_n^r D_{fr[s}^n a_{t]p}^n - a_n^{fr} \nu_f^0 D_{rp[s}^n \delta_{t]}^q - b_{p[s}^\nu b_{|\nu|t]}^q - a_n^{qr} a_{fp}^n b_{r[s}^\nu b_{|\nu|t]}^f + \\ + a_n^{fr} d_f D_{rp[s}^n \delta_{t]}^q + d_p d_{[s}\delta_{t]}^q + a_n^{qf} d_f d_{[s} a_{t]p}^n - a_n^{qf} d_{f[s} d_{t]p}^n - d_{p[s}\delta_{t]}^q + \delta_p^q d_{[st]}; \tag{30}$$

$$\overset{4}{R}{}_{0st}^q = -T_n^f a_{f[s}^n \delta_{t]}^q, \quad \overset{4}{R}{}_{pst}^q = -\delta_p^q T_{n[s}^f a_{t]f}^n; \tag{31}$$

$$\overset{5}{R}{}_{0st}^q = \overset{4}{R}{}_{0st}, \quad \overset{5}{R}{}_{pst}^q = \overset{2}{R}{}_{pst}^q - \delta_p^q T_{n[s}^f a_{t]f}^n. \tag{32}$$

Теорема 1. *На обобщенно нормализованной в смысле Нордена-Чакмазяна тангенциально вырожденной гиперполосе CH_m^r в касательном расслоении направляющей поверхности $V_r \subset V_m^r$ индуцируется пять аффинных связностей $\overset{1}{\nabla} - \overset{5}{\nabla}$, определяемых соответственно системами слоевых форм (11), (12), (26) – (28), при этом первые три связности $\overset{1}{\nabla}, \overset{2}{\nabla}, \overset{3}{\nabla}$ без кручения, а $\overset{4}{\nabla}, \overset{5}{\nabla}$ имеют равные ненулевые кручения.*

4. Рассматривая двойственный образ гиперполосы $CH_m^r \subset P_n$ [3] и проводя двойственные построения на базе связности $\overset{1}{\overline{\Delta}}$ по законам (17) – (28), получим еще пять аффинных связностей $\overset{1}{\overline{\nabla}} - \overset{5}{\overline{\nabla}}$, индуцируемых на обобщенно нормализованной гиперполосе $\overline{CH}{}_m^r \subset P_n$ и попарно двойственных с $\overset{1}{\nabla} - \overset{5}{\nabla}$. Аффинные связности $\overset{1}{\overline{\nabla}} - \overset{5}{\overline{\nabla}}$ определяются соответственно слоевыми формами:

$$\begin{gathered}
\overset{1}{\overline{\theta}}{}_0^q = \omega_0^q, \quad \overset{1}{\overline{\theta}}{}_p^q = \overline{\theta}_p^q; \\
\overset{2}{\overline{\theta}}{}_0^q = \omega_0^q, \quad \overset{2}{\overline{\theta}}{}_p^q = \overset{1}{\overline{\theta}}{}_p^q + \overset{2}{\overline{\Gamma}}{}_{ps}^q \omega_0^s = \overset{1}{\overline{\theta}}{}_p^q - \overset{2}{\Gamma}{}_{ps}^q \omega_0^s = \overset{1}{\theta}{}_p^q; \\
\overset{3}{\overline{\theta}}{}_0^q = \omega_0^q, \quad \overset{3}{\overline{\theta}}{}_p^q = \overset{1}{\overline{\theta}}{}_p^q - a_n^{qf} D_{fps}^n \omega_0^s = \overset{1}{\overline{\theta}}{}_p^q - \overset{3}{\Gamma}{}_{ps}^q \omega_0^s; \\
\overset{4}{\overline{\theta}}{}_0^q = \omega_0^q, \quad \overset{4}{\overline{\theta}}{}_p^q = \overset{1}{\overline{\theta}}{}_p^q - \delta_p^q a_{sf}^n T_n^f \omega_0^s = \overset{1}{\overline{\theta}}{}_p^q + \overset{4}{\Gamma}{}_{ps}^q \omega_0^s; \\
\overset{5}{\overline{\theta}}{}_0^q = \omega_0^q, \quad \overset{5}{\overline{\theta}}{}_p^q = \overset{1}{\overline{\theta}}{}_p^q - (a_n^{qf} D_{fps}^n + \delta_p^q a_{sf}^n T_n^f)\omega_0^s = \overset{1}{\overline{\theta}}{}_p^q + (\overset{4}{\Gamma}{}_{ps}^q - \overset{3}{\Gamma}{}_{ps}^q)\omega_0^s,
\end{gathered} \tag{33}$$

а тензоры кривизны и кручения имеют соответственно следующие строения:

$$\overset{1}{\overline{R}}{}^q_{0st}=0,\quad \overset{1}{\overline{R}}{}^q_{pst}=\overline{R}^q_{pst},\quad \overset{2}{\overline{R}}{}^q_{0st}=0,\quad \overset{2}{\overline{R}}{}^q_{pst}=R^q_{pst};$$

$$\begin{gathered}\overset{3}{\overline{R}}{}^q_{0st}=0,\quad \overset{3}{\overline{R}}{}^q_{pst}=\overset{1}{\overline{R}}{}^q_{pst}+a^{qf}_n a^{rh}_n \nu^0_r D^n_{fh[s}a^n_{t]p}+\nu^h_n D^n_{hp[s}\delta^q_{t]}+a^{qr}_n a^n_{fp}b^\nu_{r[s}b^f_{|\nu|t]}+b^\nu_{p[s}b^q_{|\nu|t]}-\\ -a^{qf}_n a^{rh}_n d_r D^n_{hf[s}a^n_{t]p}-d_{[s}a^n_{t]p}a^{qf}_n d_f-d_p d_{[s}\delta^q_{t]}+a^{qf}_n d_{f[s}a^n_{t]p}+d_{p[s}\delta^q_{t]}-\delta^q_p d_{[st]};\end{gathered}\tag{34}$$

$$\overset{4}{\overline{R}}{}^q_{0st}=-T^f_n a^n_{f[s}\delta^q_{t]}=\overset{4}{R}{}^q_{0st},\quad \overset{4}{\overline{R}}{}^q_{pst}=\overset{1}{\overline{R}}{}^q_{pst}-\delta^q_p T^f_{n[s}a^n_{t]f};\tag{35}$$

$$\overset{5}{\overline{R}}{}^q_{0st}=\overset{4}{\overline{R}}{}^q_{0st},\quad \overset{5}{\overline{R}}{}^q_{pst}=\overset{2}{\overline{R}}{}^q_{pst}-\delta^q_p T^f_{n[s}a^n_{t]f}.\tag{36}$$

Теорема 2. *На обобщенно нормализованной в смысле Нордена-Чакмазяна тангенциально вырожденной гиперполосе* $\overline{CH}{}^r_m$ *индуцируется пять аффинных связностей* $\overset{\varepsilon}{\overline{\nabla}}$ *(двойственных соответственно связностям* $\overset{\varepsilon}{\nabla}$ *), определяемых системами слоевых форм (33), причем первые три связности* $\overset{1}{\overline{\nabla}},\overset{2}{\overline{\nabla}},\overset{3}{\overline{\nabla}}$ *без кручения, а связности* $\overset{4}{\overline{\nabla}},\overset{5}{\overline{\nabla}}$ *имеют равные, вообще говоря, ненулевые кручения (35), (36).*

В силу соотношений (31), (32), (35), (36) справедливы:

Теорема 3. *Пространство аффинной связности* $\overset{4}{A}_{p,p}$ *(соответственно* $\overset{5}{A}_{p,p}$*), индуцируемое при обобщенной нормализации гиперполосы* $CH^r_m\subset P_n$*, имеет нулевое кручение тогда и только тогда, когда гиперполоса* CH^r_m *коинцидентна или когда* $\overset{4}{\nabla}\equiv\overset{1}{\nabla}$ *(соответственно* $\overset{5}{\nabla}\equiv\overset{3}{\nabla}$*).*

Теорема 4. *Пространство аффинной связности* $\overset{4}{\overline{A}}_{p,p}$ *(соответственно* $\overset{5}{\overline{A}}_{p,p}$*), индуцируемое при обобщенной нормализации гиперполосы* $\overline{CH}{}^r_m\subset P_n$*, имеет нулевое кручение тогда и только тогда, когда гиперполоса* $\overline{CH}{}^r_m$ *коинцидентна или когда* $\overset{4}{\overline{\nabla}}\equiv\overset{1}{\overline{\nabla}}$ *(соответственно* $\overset{5}{\overline{\nabla}}\equiv\overset{3}{\overline{\nabla}}$*).*

Согласно (6), (9), (10), (17), (21) – (25),(33) имеет место

Теорема 5. *На обобщенно нормализованной в смысле Нордена-Чакмазяна гиперполосе* CH^r_m *признаки условий попарного совпадения аффинных связностей* $\overset{\varepsilon}{\nabla}$ *имеют вид*:

$$\overset{1}{\nabla} \equiv \overset{3}{\nabla} \Leftrightarrow \overset{4}{\nabla} \equiv \overset{5}{\nabla} \Leftrightarrow D^n_{pqt} \equiv 0;\ \overset{1}{\nabla} \equiv \overset{4}{\nabla} \Leftrightarrow \overset{3}{\nabla} \equiv \overset{5}{\nabla} \Leftrightarrow T^p_n \equiv 0;\ \overset{3}{\nabla} \equiv \overset{2}{\nabla} \Leftrightarrow T^0_p(\nu) = 0;$$

$$\overset{1}{\nabla} \equiv \overset{5}{\nabla} \Leftrightarrow \overset{3}{\nabla} \equiv \overset{4}{\nabla} \Leftrightarrow (D^n_{pqt} \equiv 0, T^p_n \equiv 0);\ \overset{1}{\nabla} \equiv \overset{2}{\nabla} \Leftrightarrow (D^n_{pqt} \equiv 0, T^0_p(\nu) = 0).$$

Признаки условий попарного совпадения аффинных связностей $\overset{\varepsilon}{\overline{\nabla}}$, индуцируемых на обобщенно нормализованной в смысле Нордена-Чакмазяна гиперполосе $\overline{CH}^r_m$, имеют аналогичное строение. Геометрические характеристики аналитических признаков попарного совпадения связностей $\overset{\varepsilon}{\nabla}$ (или $\overset{\varepsilon}{\overline{\nabla}}$) приведены в пункте 2.

Список литературы

1. *Попова Т.Ю.* Центрированные тангенциально вырожденные гиперполосы CH^r_m ранга r в проективном пространстве P_n / Калинингр. высш. воен.-мор. училище. Калининград, 1997. Деп. в ВИНИТИ 24.01.97, №197-В97.
2. *Столяров А.В.* Сужения пространств проективной связности, индуцируемых на оснащенной гиперполосе // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 1999. №30. С.73 – 84.
3. *Максакова Т.Ю.* Двойственные нормальные связности на вырожденной гиперполосе CH^r_m // Там же, 2001. №32. С. 65 – 69.
4. *Норден А.П.* Пространства аффинной связности. М., 1976.
5. *Mihailescu T.* Geometrie differentiala projective // Bucuresti. Acad. RPR, 1958.
6. *Столяров А.В.* Дифференциальная геометрия полос // Проблемы геометрии / ВИНИТИ. М., 1978. Т. 10. С. 25 – 54.
7. *Лаптев Г.Ф.* Дифференциальная геометрия погруженных многообразий // Тр. Моск. мат. о-ва. 1953. Т. 2. С. 275 – 382.
8. *Евтушик Л.Е., Лумисте Ю.Г., Остиану Н.М., Широков А.П.* Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях // Проблемы геометрии / ВИНИТИ. М., 1979. Т. 9.
9. *Лаптев Г.Ф.* Многообразия, погруженные в обобщенные пространства // Тр. 4-го Всесоюзн. мат. съезда. 1964. Т. 2. С. 226 – 233.
10. *Столяров А.В.* Двойственные аффинные связности на регулярной гиперполосе // Изв. вузов. Мат. 1999. №9. С. 55 – 63.

T. Maksakova

DUAL AFFINE CONNECTIONS FOR THE HYPERSTRIP CH^r_m

Dual affine connections and their curvature tensors are constructed for the centred tangential degenerate hyperstrip in the projective space. In pairs coinsidences these connections are investigated.