где $b_{ab}=b_{ba}$ – асимптотический тензор эквиконформной гиперповерхности. Также имеем $d\alpha = \alpha_n\omega^n$. Так как в этом случае $\alpha_a = 0$ и $\beta = 1/2(\alpha_n)^2$, то из соотношений (25) следует, что

$$\omega^n{}_a = -T/\alpha_n\ \omega_a,\ d\alpha_n = T\omega_n\ . \qquad (30)$$

На эквиконформной гиперповерхности $d\alpha=0$, $\omega^n = 0$.Тогда в силу первого из соотношений (30) и (29) получаем : $b_{ab} = -T/\alpha_n\ g_{ab}$. Отсюда следует, что эквиконформные гиперповерхности являются гиперсферами S^{n-1}. При этом геодезические круги сферы S^{n-1} будут переходить также в геодезические круги. Это было несколько иначе обнаружено К. Яно [5].

Библиографический список

1. *Акивис М.А.* Многомерная дифференциальная геометрия. Калинин, 1977. 83 с.
2. *Норден А.П.* Пространства аффинной связности. М., 1976.
3. *Кузнецов Г.В.* О конформном соответствии между областями евклидова пространства // Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Калининград, 1996. Вып. 27. С.48-53.
4. *Каган В.Ф.* Субпроективные пространства. М., 1961.
5. *Yano K.* Concircular geometry 1-4 // Proc. Imp. Acad. Tokyo, 1940. №16. P.195-200, 354-360, 442-448, 505-511.

G.V. K u z n e t s o v

ABOUT THE CONFORMAL CORRESPONDENCE BETWEEN THE DOMAINS OF THE EUCLIDEAN AND RIEMANN SPACES

In the given work is considered conformal correspondence between areas euclidean and riemann of spaces. The vector conformal of transformation is entered and is shown, that the given vector is concircular a vector field. It is considered equiconformal hypersurfaces, which in this case is hyperspheres.

УДК 514.75

К АФФИННОЙ ТЕОРИИ ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ

И.А.К у з я к и н а

(*Калининградский государственный университет*)

Теория точечных отображений применена к аффинной теории векторных полей. Введены понятия связности, обобщающей связность Врэнчану, коллинеации и гиперплоскости Чеха, индикатрисы и множества характеристических

прямых рассматриваемых отображений. Выясняются связи между этими геометрическими образами в общем и специальном случаях.

Рассмотрим n-мерное аффинное пространство A_n, отнесенное к подвижному реперу $\{A, \bar{e}_\alpha\}, \alpha, \ldots = \overline{1, n}$. Деривационные формулы репера имеют вид

$$d\bar{A} = \omega^\alpha \bar{e}_\alpha, \ d\bar{e}_\alpha = \omega_\alpha^\beta \bar{e}_\beta.$$

Формы Пфаффа $\omega^\alpha, \omega_\alpha^\beta$ подчиняются уравнениям структуры аффинного пространства

$$d\omega^\alpha = \omega^\beta \wedge \omega_\beta^\alpha, \ d\omega_\alpha^\beta = \omega_\alpha^\gamma \wedge \omega_\gamma^\beta.$$

Рассмотрим множество V свободных векторов пространства A_n. Векторным полем в A_n будем называть отображение $\varphi: A \in A_n \mapsto \bar{v} \in V$, причем вектор $\bar{v}$ отложен от точки A.

Пусть Π - несобственная гиперплоскость проективно-аффинного пространства $\hat{A}_n$, соответствующего аффинному пространству A_n. Введем в рассмотрение гиперплоскость Γ, параллельную гиперплоскости Чеха, т.е. гиперплоскости, являющейся прообразом гиперплоскости Π при коллинеации Чеха [2].

Отображение φ порождает отображение $\psi: A \in \Gamma \mapsto P \in \Pi$. Прямая, на которой лежит вектор $\bar{e}_n$ пересечется с гиперплоскостью Π в точке, являющейся прообразом точки A при отображении ψ. Векторы $\bar{e}_i$, i,...= $\overline{1, n-1}$ поместим на Γ. Тогда уравнение гиперплоскости Γ запишется в виде : $X^n = 0$.

Векторное поле φ порождает инвариантный образ ✋$_\varphi$:

$$\Lambda_{\beta\gamma}^\alpha X^\beta X^\gamma - 2\Lambda_\beta^\alpha X^\beta = 0.$$

Будем называть его индикатрисой векторного поля φ.

Введем величины $M_{\beta\gamma}^i = \Lambda_{\beta\gamma}^i - \Lambda_{(\beta}^n \Lambda_{\gamma)}^i$. Показано, что уравнение индикатрисы ✋$_\psi$ отображения ψ имеет вид :

$$M_{\beta\gamma}^i X^\beta X^\gamma - 2\Lambda_\beta^i X^\beta = 0.$$

Обозначим ✠$_\varphi$ и ✠$_\psi$ множества характеристических прямых отображений φ и ψ соответственно. Доказана

Теорема 1. Для множеств ✠$_\varphi$ и ✠$_\psi$ выполняется условие ✠$_\varphi \subset$ ✠$_\psi$.

Известно понятие связности Врэнчану точечного соответствия [3]. Ее обобщением для аффинной геометрии является связность, объект которой определяется следующим образом : $\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha = V_\tau^\alpha \Lambda_{\beta\gamma}^\tau$, где $\{V_\tau^\alpha\}$ - тензор, взаимный к $\{\Lambda_\beta^\gamma\}$, т.е. $V_\tau^\alpha \Lambda_\beta^\tau = \delta_\beta^\alpha$.

Рассмотрим специальный случай характеристической конфигурации, когда $\Lambda^{\alpha}_{\beta\gamma} = \Lambda^{\alpha}_{(\beta}\, q_{\gamma)}$. Тогда $\Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma} = \delta^{\alpha}_{(\gamma}\, q_{\beta)}$.

Положив $\alpha = \beta$, получим $q_{\gamma} = \frac{1}{n+1}\Gamma_{\gamma}$, где $\Gamma_{\gamma} = \Gamma^{\alpha}_{\gamma\alpha}$. Уравнение индикатрисы ✋$_{\varphi}$ запишется следующим образом

$$\Lambda^{\alpha}_{\beta} X^{\beta}(q_{\gamma} X^{\gamma} - 1) = 0. \qquad (1)$$

Уравнение индикатрисы ✋$_{\psi}$ примет вид

$$\Lambda^{i}_{\beta} X^{\beta}[(q_{\gamma} - \Lambda^{n}_{\gamma}) X^{\gamma} - 1] = 0. \qquad (2)$$

Выясняя геометрический смысл (1) и (2), приходим к следующим результатам.

Теорема 2. Индикатриса ✋$_{\varphi}$ отображения φ является объединением двух множеств, одно из которых - точка A, другое - плоскость Чеха .

Теорема 3. Индикатриса ✋$_{\psi}$ отображения ψ является объединением двух множеств, одно из которых состоит из прямой, касательной к полному прообразу элемента $\psi(A)$ при отображении ψ, а другое определяется локальной коллинеацией Чеха и гиперплоскостью W_{n-1}, которая является поверхностью уровня функции

$$f = 1 + \Lambda^{n}_{\alpha} X^{\alpha} + \tfrac{1}{2}\Lambda^{n}_{\alpha\beta} X^{\alpha} X^{\beta} + < 3 >$$

на пространстве A_n.

Библиографический список

Андреев Б.А. К геометрии дифференцируемого отображения $f: P_m \to \hat{P}_n$ (m > n) // Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Калининград, 1987 . Вып. 18. С. 5.

Рыжков В.В. Дифференциальная геометрия точечных соответствий между пространствами // Геометрия, 1963. Итоги науки / ВИНИТИ. М., 1965. С. 65-107.

Vranceanu G. Sul. tensore associato ad una corrispondenza fra spazi proettivi // Boll. unione mat. Ital. 1957. V. 12. N 4. P. 489-506.

I.A. K u z y a k i n a

TO AFFINE THEORY OF VECTOR FIELDS

Theory of point-mappings is applied to affine theory of vector fields. Notions of connection, generalized connection Vrănceanu, collineation and hyperplane of Čech, indicatrix and a set of characteristic lines of considered mappings are introduced. Relations between these geometric images are cleared up in the general and special cases.