

С. П. Кшевецкий, К. Тиранвенкатасами

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПРОКИДЫВАНИЯ ВОЛНЫ ЦУНАМИ НА БЕРЕГ С БОЛЬШИМ НАКЛОНОМ ДНА

Разработана численная модель, основывающаяся на уравнениях Эйлера для несжимаемой стратифицированной жидкости. Океан и атмосфера над океаном рассматриваются как единая сплошная среда. На поверхности между водой и воздухом плотность изменяется скачком со значения $\rho = \rho_{\text{water}} = 1000 \text{ кг/м}^3$ для воды до значения $\rho = \rho_{\text{air}} = 1,2 \text{ кг/м}^3$ для воздуха. Решение уравнений модели ищется как обобщенное. Математическим аппаратом решения уравнений предусматривается автоматическое сглаживание плотности среды в области опрокидывания волны и формирования тонкого слоя жидкости с промежуточной плотностью.

This article offers a computer simulation for incompressible stratified fluid based on Euler's equations. The ocean and the atmosphere above it are considered as an integral continuous environment. At the water-air surface, the density changes abruptly from $\rho = \rho_{\text{water}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ for water to $\rho = \rho_{\text{air}} = 1.2 \text{ kg/m}^3$ for air. The solution to model equations is generalised. The mathematical mechanism of equation solving suggests automatic smoothing of density in the area of wave breaking and formation of a thin fluid layer with an intermediate density.

Ключевые слова: цунами, численная модель, уравнение Эйлера.

Key words: tsunami, computer simulation, Euler's equation.

Введение и постановка задачи

Существует ряд монографий и статей, посвященных генерации и распространению волн цунами в океане [1–7]. Процесс распространения волны в цунами неплохо рассчитывается. Это во многом объясняется тем, что амплитуда волны в океане мала: возвышение воды, произ-

водимое волной, часто не превышает 1 м, а значит, нелинейные эффекты несущественны. Однако процесс наката волны на берег, ее разрушения и движения по суше труден для расчетов. Это объясняется большой амплитудой волны, ее турбулизацией, перемешиванием воды и воздуха при опрокидывании волны. В подобных ситуациях описание волны дифференциальными уравнениями в принципе сомнительно.

Данная работа посвящена экспериментальному численному моделированию процесса выхода волны на берег. Поскольку дифференцируемость функций, описывающих выбегание волны на берег, сомнительна, решение гидродинамических уравнений мы будем понимать в обобщенном смысле.

Теория обобщенных решений основывается на двух требованиях. Первое – это выполнение фундаментальных законов сохранения массы, импульса и энергии. Второе – устойчивость решений. Разумеется, обобщенные решения дают упрощенное описание волны в области опрокидывания, но это упрощение касается только решения в этой области и слабо влияет на поведение волны в целом. Процессы опрокидывания реализуются за счет небольшой части энергии основной волны. Поэтому поведение опрокидывающейся волны воспроизводится схематично.

В качестве начального условия задана уединенная волна, бегущая к берегу над неровным дном. Используется точное решение для функции тока для уединенной поверхностной волны, бегущей к берегу, из теории поверхностных волн. Эта функция определена только для воды. Поэтому доращиваем данную функцию линейной функцией для атмосферы таким образом, чтобы функция тока была непрерывна на границе раздела вода-воздух, и чтобы функция тока была равна нулю на границе расчетной области. Поскольку плотность среды в атмосферной части модели очень мала, то не принципиально, как именно мы доращиваем функцию тока для атмосферной части модели; важно только, чтобы граничные условия и условия сшивания были выполнены. Центр начальной волны находится приблизительно в 14 км от берега, и горизонтальный масштаб набегающей волны примерно равен 10 км (рис. 1, 2).

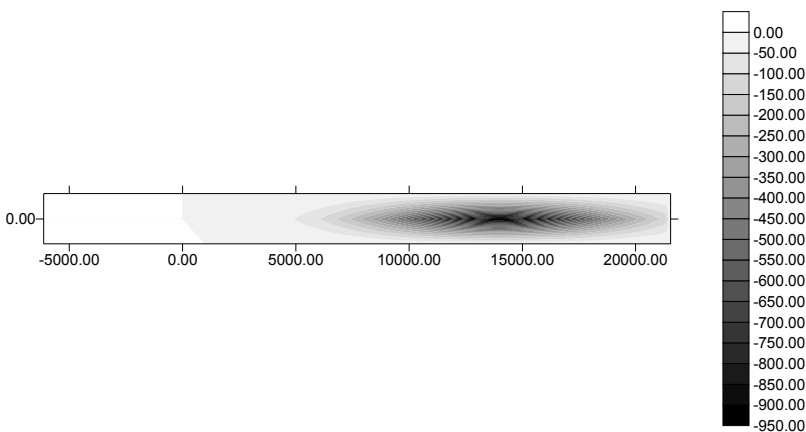


Рис. 1. Функция тока для начальной накатывающей волны

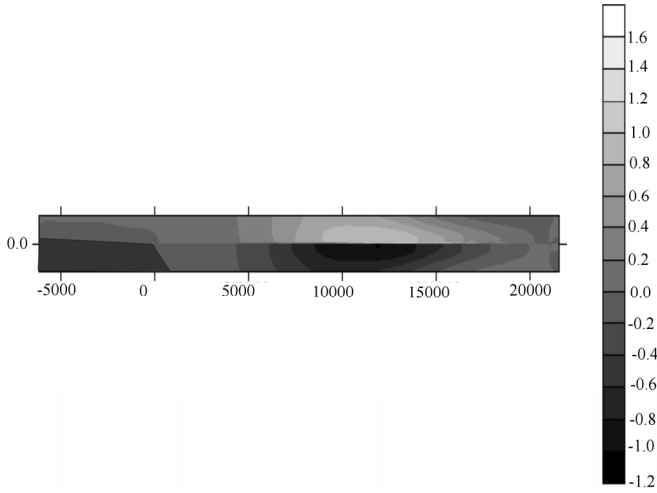


Рис. 2. Горизонтальная скорость для начальной накатывающей волны

Математическая задача ставится следующим образом. Рассматривается движение несжимаемой жидкости переменной глубины, находящейся в гравитационном поле. Задача двумерная. Движение жидкости описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u w) &= -\frac{\partial P}{\partial x}, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho w) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u w) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w^2) &= -\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g, \end{aligned}$$

Жидкость движется над неровным дном. При этом в океане, далеко от берега, глубина постоянна и равна 1 км, но глубина уменьшается до нуля при приближении к берегу. Численный метод решения уравнений (приведенная выше система уравнений) описан одним из авторов ранее [8].

Результаты численного моделирования

Все вычисления выполнены на персональном компьютере без распараллеливания и оптимизации, разностная сетка взята грубой. Поэтому опрокидывание волны воспроизводится грубо, тонкие детали отсутствуют. Предполагается, что с помощью быстрой суперкомпьютерной программы на следующей стадии моделирования появится возможность вычислять распространение и разрушение волны с более тонкими подробностями.



Результаты численного моделирования опрокидывания волны, накатывающей на берег, показаны ниже. Волна цунами — это вихрь, сильно вытянутый вдоль горизонтали. Половина его находится в океане, а вторая половина — в атмосфере. Этот вихрь, соответствующий волне цунами, бежит к берегу, не разрушаясь. На рисунках 3, 4 показана распространяющаяся волна цунами, время $t = 60$ с.

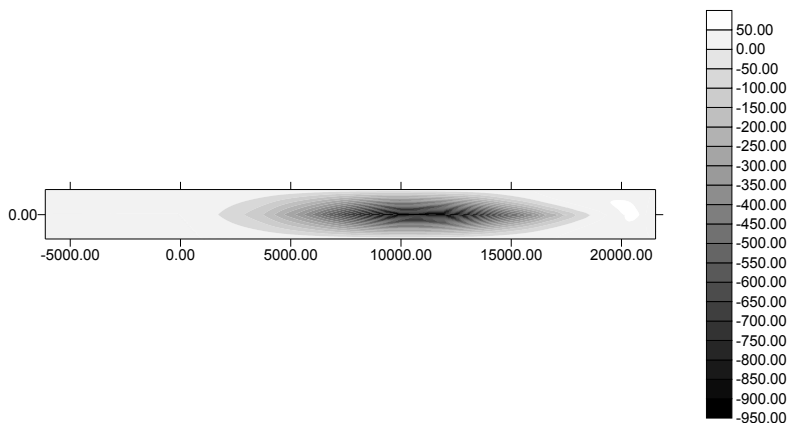


Рис. 3. Функция тока для волны цунами в момент времени $t=60$ с

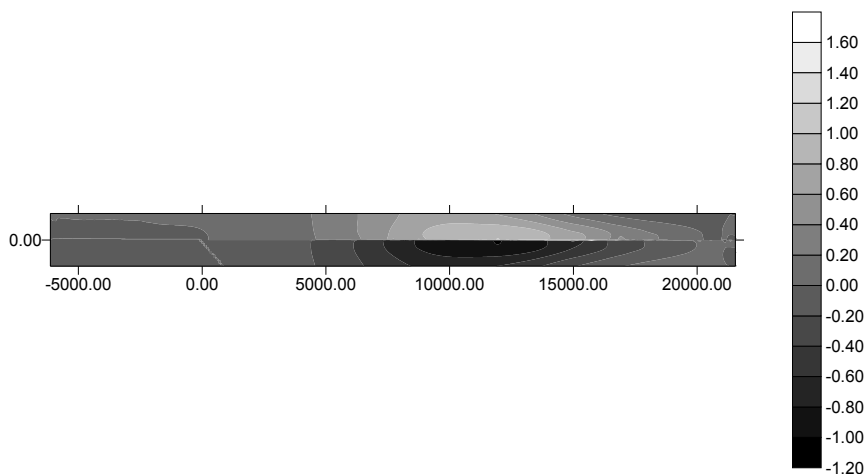


Рис. 4. Горизонтальная скорость при $t = 60$ с

В момент времени $t = 120$ с скорость распространения волны в модели примерно равна 100 м/с, что соответствует теории гравитационных поверхностных волн. Волновой фронт достигает берега, и волна начинает испытывать влияние мелководья. На переднем фронте волны начинается формирование скачка уровня воды.

При $t = 180$ с взаимодействие с мелководьем уже становится существенным и волна останавливается (рис. 5, 6). На фронте волны скачок уровня воды увеличивается до 7 м.

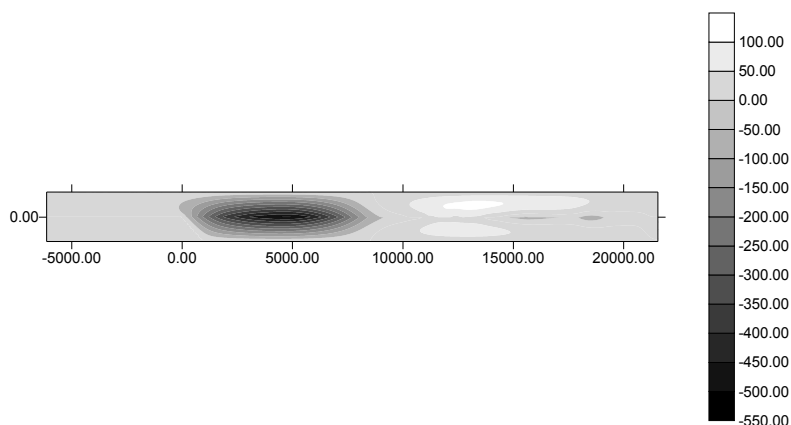


Рис. 5. Функция тока для волны цунами в момент времени $t = 180$ с

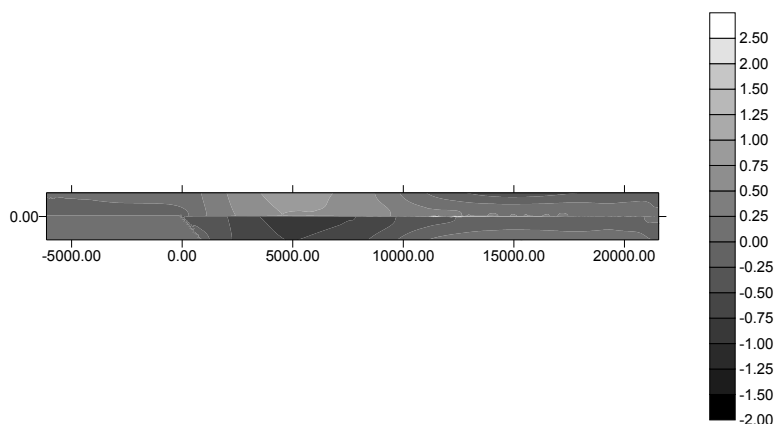


Рис. 6. Горизонтальная скорость для $t = 180$ с

При $t = 240$ с волна проникает на сушу, граница океана и суши соответствует координате $0, 0$ (рис. 7–10). На некотором расстоянии от берега появился вихрь с вращением противоположным вращению набежавшего вихря. Вероятно, это возникла волна, отраженная от берега. Скачок уровня воды на переднем фронте волны достиг 16 м, и произошло характерное опрокидывание волны. В расчетах это опрокидывание воспроизведено очень схематично вследствие грубой расчетной сетки, но тем не менее структура волны похожа на реальную.

На фронте волны в его верхней части наблюдается характерный выступ водной массы. Подобный выступ всегда отмечается в натуральных наблюдениях опрокидывающейся волны. Однако передний фронт волны не очень точно моделируется. Это объясняется большими шагами разностной сетки, разрешающей способности которой не хватает для воспроизведения деталей процесса опрокидывания волны. Если шаги сетки уменьшить, то можно вычислить картину опрокидывания более реалистично. Потенциально математическая модель позволяет детально рассчитывать процесс выбегания волны на берег и ее опрокидывания.

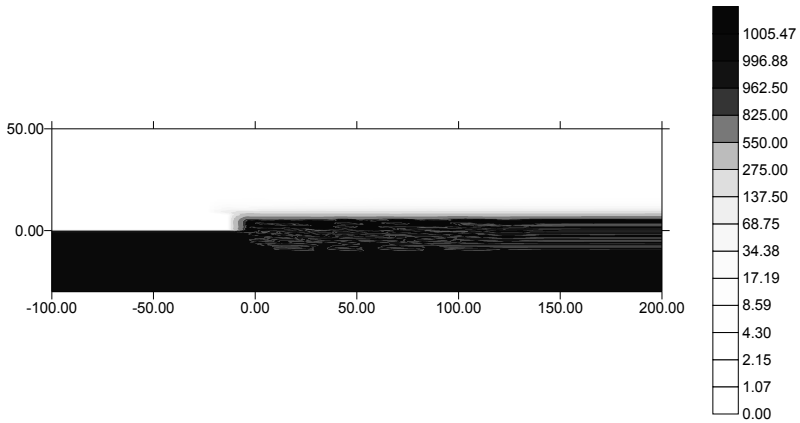


Рис. 7. Плотность для $t = 180$ с (появился скачок уровня воды, вода немного заплеснула на берег)

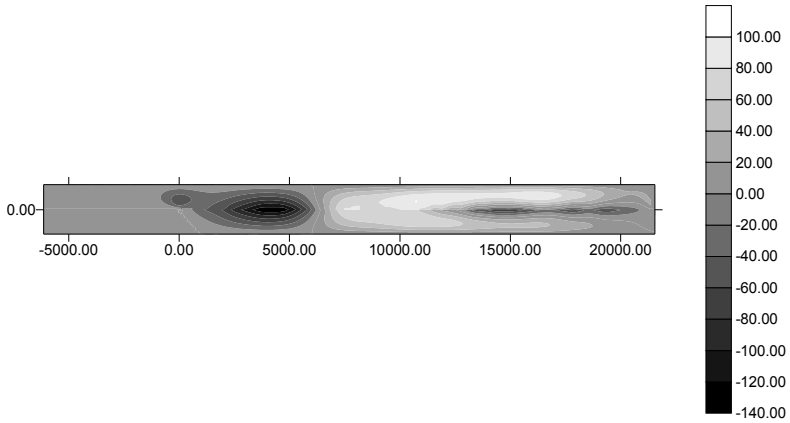


Рис. 8. Функция тока для волны цунами в момент времени $t = 240$ с

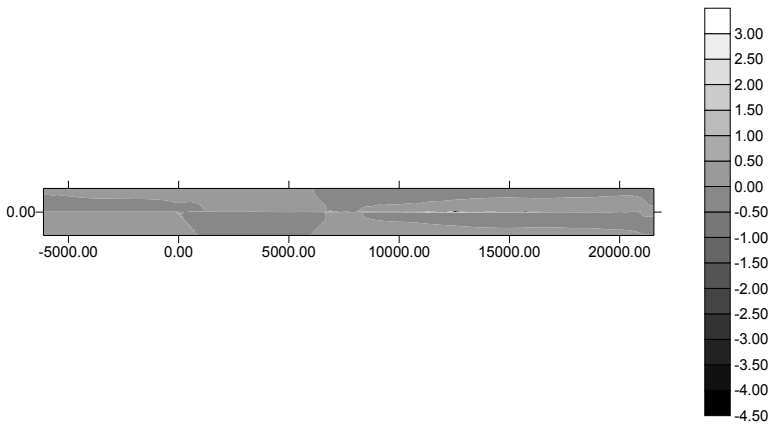


Рис. 9. Горизонтальная скорость для $t = 240$ с

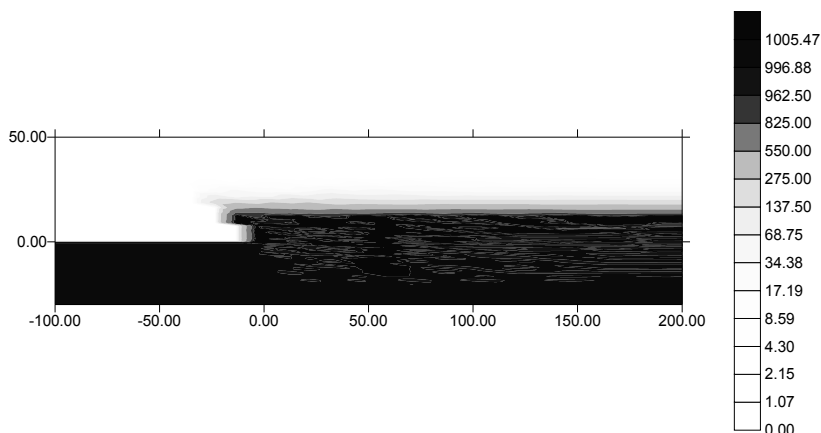


Рис. 10. Плотность для $t = 240$ с

Список литературы

1. Пелиновский Е. Н. Гидродинамика волн цунами. Н. Новгород, 1996.
2. Зайцев А. И., Костенко И. С., Чернов А. Г. Моделирование воздействия удаленного цунами на дальневосточном побережье России // Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р. Е. Алексеева. 2010. №3. С. 34–39.
3. Куркин А. А. Модифицированный вычислительный комплекс «Цунами» для оценки рисков, связанных с цунами // Известия АИН им. А. М. Прохорова. Прикладная математика и механика. 2004. Т. 9. С. 88–100.
4. Зайцев А. И. Моделирование распространения катастрофического цунами (26 декабря 2004 г.) в Индийском океане // Доклады РАН. 2005. Т. 402, № 3. С. 388–392.
5. *Historic Earthquakes*. URL: http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/world/events/1960_05_22.php
6. *Tsunami Predictions, Tsunami*. URL : <http://www.tsunamispecialenvoy.org/>
7. Сахалинская метеослужба. Центр цунами. URL: <http://sakhmeteo.ru/company/structure/tsunamicenter>
8. Kshevetskii S. P. Study of Vortex Breakdown in a stratified Fluid // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2006. Vol. 46, № 11. P. 1988–2005.

Об авторах

Сергей Петрович Кшевецкий – д-р физ.-мат. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: spkshev@gmail.com

Каннапиран Тирувенкатасами – проф., Университет Амет, Чиннай, Индия.

E-mail: swamy2667@yahoo.co.in

About authors

Prof. Sergey Kshevetsky, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: spkshev@gmail.com

Prof. Kannapiran Thiruvenkatasamy, AMET University, Chennai, India.

E-mail: swamy2667@yahoo.co.in