

Система (2), (10), (13) – в инволюции и определяет конгруэнции \mathcal{D}'_1 с произволом трех функций двух аргументов.

Если

$$\omega_1^2 = 0, \quad (14)$$

то уравнения (11) тождественно удовлетворяются. Замыкая (14), также получим тождество. Система (2), (10), (14) – в инволюции и определяет конгруэнцию \mathcal{D}''_1 с произволом пяти функций двух аргументов. Теорема доказана.

Теорема 5. Касательная плоскость к поверхности (A_i) конгруэнции \mathcal{D}_i содержит прямую $A_j A_3$; поверхность (A_i) конгруэнции \mathcal{D}_i'' вырождается в прямую линию.

Доказательство непосредственно вытекает из формулы

$$dA_i = \omega_i^1 A_1 + \omega_i^j A_j + \omega_i^3 A_3 \quad (15)$$

и уравнений, характеризующих конгруэнции \mathcal{D}'_i и \mathcal{D}''_i .

Теорема 6. Конгруэнции \mathcal{D}_3 существуют и определяются с произволом пяти функций двух аргументов.

Доказательство. Система уравнений Пфаффа конгруэнции \mathcal{D}_3 приводится к виду:

$$\begin{aligned} \omega_0^3 &= 0, \quad \omega_3^0 = 0, \quad \omega_3^2 - \omega_3^1 = 0, \quad \omega_1^0 + \omega_2^0 - 2\omega_3^1 = 0, \\ \omega_3^1 &= b_k \omega^k, \quad \Omega = h_k \omega^k, \quad \omega_i^3 - \omega^j = c_{ik} \omega^k, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\omega_1^0 - \omega_3^2 = \lambda_1 \omega^1 - \lambda_2 \omega^2, \quad \omega_i^j = a_{ik}^j \omega^k, \quad \omega_2^2 - \omega_1^1 + \omega_1^2 - \omega_2^1 = 2\omega_3^1$$

причем

$$b_2(2a_{11}^2 + 2a_{21}^4 + 2\lambda_1 - 2h_1) - b_1(2a_{12}^2 + 2a_{22}^4 + 2\lambda_2 - 2h_2) = 0. \quad (17)$$

Система (16), (17) – в инволюции и определяет конгруэнции \mathcal{D}_3 с произволом пяти функций двух аргументов.

Теорема 7. Точка A_3 является двукратной фокальной точкой квадрики

$$Q \in \mathcal{D}_1 \cup \mathcal{D}_2 \cup \mathcal{D}_3$$

и трехкратной фокальной точкой квадрики $Q \in \mathcal{D}_i''$.

Доказательство этой теоремы непосредственно вытекает из условий кратности фокальной точки A_3 .

Семинар
по дифференциальной геометрии многообразий
фигур при Калининградском госуниверситете

В предыдущих выпусках освещена работа семинара до 31 мая 1983 года.

Ниже приводится перечень докладов, обсужденных с 12 октября 1983 года по 30 мая 1984 года.

12.10.1983г. Ю.И.Попов. Дифференциально-геометрические структуры $H(M(\Lambda))$ -распределения.

19.10.1983г. В.С.Микуцкий. (г. Минск). Геометрический смысл Ψ –сопряженных связностей.

26.10.1983г. М.В.Кретов. О свойствах дифференцируемых отображений, ассоциированных с комплексами центральных невырожденных гиперквадрик в аффинном пространстве.

2.II.1983г. Е.В.Скрылов. Вырожденные конгруэнции, порожденные кривой и плоскостью.

9.II.1983г. Е.П.Сопина. Конгруэнции гиперквадрик в A_n с фокальной конгруэнцией m -мерных квадрик.

16.II.1983г. Л.А.Жарикова. Связности в расслоении, ассоциированном с конгруэнцией нецентральных квадратичных элементов в аффинном пространстве.

23.II.1983г. Т.П.Фунтикова. Об одном классе вырожденных конгруэнций, порожденных парой эллипсов.

30.II.1983г. В.П.Цапенко. Аффинные связности, инвариантно присоединенные к специальному гиперкомплексу.

7.12.1983г. Ю.И.Шевченко. Связности в расслоениях, ассоциированных с пространством квадратичных элементов.

14.12.1983г. Н.М.Шейдорова. О нормализации двухсоставных распределений проектного пространства.

21.12.1983г. М.Ф.Гребенюк. Проективные связности, ассоциированные со специальной гиперполосой.

28.12.1983г. В.С.Малаховский. О многообразии фигур в π -мерном однородном пространстве.

4.01.1984г. С.В.Шмелева (г.Москва). Об автоматизации поиска научной информации по геометрии.

11.01.1984г. В.В.Махоркин. Фокальные точки второго порядка как вторичные особенности.

18.01.1984г. М.О.Рахула (г.Одесса). Теория катастроф и дифференциальная геометрия.

25.01.1984г. Ю.И.Шевченко. О фундаментально-групповой связности.

1.02.1984г. Г.Л.Свешников. Невырожденные конгруэнции кривых второго порядка с трехкратными фокальными поверхностями.

8.02.1984г. В.В.Махоркин. Особые точки дифференцируемых отображений.

15.02.1984г. Л.Г.Корсакова. Об одном классе расслояемых пар многообразий.

22.02.1984г. Е.А.Щербак. Некоторые классы конгруэнций оснащенных коник в аффинном пространстве.

29.02.1984г. Б.А.Андреев. Об одном классе сечений главных расслоений.

7.03.1984г. М.В.Кретов. Комплексы эллипсоидов с вырождающимися в линию многообразиями центров.

14.03.1984г. Ю.И.Попов. Об одномерных нормальях первого рода $\mathcal{H}(M(\Lambda))$ -распределения.

21.03.1984г. Е.А.Митрофанова. Последовательность G -структур реперов высших порядков,

ассоциированных с главным расслоением группы $\mathcal{A}_m^P(n)$ над базой R^n .

28.03.1984г. Н.Коровина. Вырожденные конгруэнции, порожденные коникой и инцидентной ей точкой.

4.04.1984г. В.Н.Худенко. О связностях, ассоциированных с многообразиями многомерных квадрик.

11.04.1984г. В.Баранова. Конгруэнции квадрик с распадающимися на плоскости ассоциированными квадриками в проективном пространстве.

18.04.1984г. В.И.Ведеников (г.Минск). G -структуры в главных G -расслоениях.

25.04.1984г. В.И.Ведеников (г.Минск). Симметрические пространства и сопряженные связности.

16.05.1984г. Э.Анисенков. Конгруэнции орициклиев в пространстве Н.И.Лобачевского.

23.05.1984г. В.С.Малаховский. Конгруэнции квадрик со специальными свойствами фокальных поверхностей.

30.05.1984г. И.Компаниец. Конгруэнции пар фигур, образованных квадрикой и точкой в проективном пространстве.