

жения в тех же разделах математики и теоретической физики, в которых естественным образом возникают структуры евклидовых и псевдоевклидовых геометрий.

Список литературы

1. *Риман Б.* О гипотезах, лежащих в основании геометрии // Альберт Эйнштейн и теория гравитации. М., 1979.
2. *Яглом И. М.* Принцип относительности Галилея и неевклидова геометрия. М., 1969.
3. *Вишневский В. В., Широков А. П., Шурыгин В. В.* Пространства над алгебрами. Калининград, 1985.
4. *Проскуряков И. В.* Сборник задач по линейной алгебре. М., 1967.
5. *Бурлаков М. П.* Гамильтоновы алгебры. М., 2006.
6. *Розенфельд Б. А.* Неевклидовы геометрии. М., 1955.

I. Burlakov

Geometric structures on the linear algebras

We consider spaces with fundamental form of arbitrary degree. Such space can be implemented on linear algebras. As the fundamental form is taken determinants of common element of algebras or the product of several elements if it is a form with the values in the main field.

УДК 514.76

Н. Н. Дондукова

Бурятский государственный университет, г. Улан-Удэ

Специальные контактно 2-геодезические преобразования почти контактных метрических структур

Вводится специальный вид контактно-геодезических преобразований почти контактных метрических многообразий. Исследуются структурные тензоры почти контактных метрических многообразий, находится инвариант специального контактно 2-геодезических преобразования.

Ключевые слова: почти контактные метрические многообразия, геодезические преобразования.

Пусть $(M, g = \langle \cdot, \cdot \rangle)$ — псевдориманово многообразие.

Определение 1 [1]. Кривая $\gamma(t)$ в M называется 2-геодезической (или почти геодезической), если вдоль нее существует параллельное 2-мерное поле плоскостей $G_2(t) \subset T_{\gamma(t)}(M)$, содержащее касательное векторное поле этой кривой, то есть $\dot{\gamma}(t) \in G_2(t)$.

Определение 2 [1]. Преобразование $\pi(2) : M \rightarrow M$ называется 2-геодезическим, если оно каждую геодезическую кривую γ отображает в 2-геодезическую кривую $\bar{\gamma}(t) = \pi(2) \circ \gamma(t)$. В частности, если $G_2(\bar{\gamma}) = L(\dot{\bar{\gamma}}, F(\dot{\bar{\gamma}}))$, где F — аффинор на M , L — линейная оболочка векторов $\dot{\bar{\gamma}}$ и $F(\dot{\bar{\gamma}})$, то $\pi(2)$ называется 2-геодезическим преобразованием первого линейного типа.

Пусть ∇ — риманова связность метрики g , $\tilde{\nabla}$ — риманова связность метрики $\tilde{g} = (\pi(2))^* g$, $T = \tilde{\nabla} - \nabla$ — тензор аффинной деформации. Тогда, как известно [1], основные уравнения 2-геодезических преобразований первого линейного типа имеют следующий вид:

$$\begin{cases} T(X, Y) = \frac{1}{2}[\omega_0(X)Y + \omega_0(Y)X + \omega_1(X)F(Y) + \omega_1(Y)F(X)]; \\ \tilde{\nabla}_X(F)Y + \tilde{\nabla}_Y(F)X + 2F \circ T(X, Y) = \omega_0^1(X)Y + \omega_0^1(Y)X + \\ + \omega_1^1(X)F(Y) + \omega_1^1(Y)F(X); \end{cases} \quad (1)$$

где $\omega_0^1, \omega_1^1, \omega_0^0, \omega_1^0$ — некоторые ковекторы на M .

Пусть M^{2n+1} — гладкое многообразие с почти контактной метрической (короче АС-) структурой $\{\eta, \xi, \Phi, g\}$, $X(M)$ — модуль гладких векторных полей на многообразии M .

Определение 3. 2-геодезическое преобразование $\pi(2) : M^{2n+1} \rightarrow M^{2n+1}$ назовем контактно 2-геодезическим, если четверка $\{\eta, \xi, \Phi, \tilde{g} = (\pi(2))^* g\}$ также АС-структура.

В работе [2] были введены в рассмотрение структурные тензоры AC -структуры, играющие ключевую роль в контактной геометрии. В инвариантном виде они имеют следующий вид [3]:

$$\begin{aligned}
 B(X, Y) &= -\frac{1}{8} \{ \Phi \circ \nabla_{\Phi^2 Y}(\Phi)(\Phi^2 X) + \Phi \circ \nabla_{\Phi Y}(\Phi)(\Phi X) + \\
 &\quad + \Phi^2 \circ \nabla_{\Phi Y}(\Phi)(\Phi^2 X) - \Phi^2 \circ \nabla_{\Phi^2 Y}(\Phi)(\Phi X) \}, \\
 C(X, Y) &= -\frac{1}{8} \{ -\Phi \circ \nabla_{\Phi^2 Y}(\Phi)(\Phi^2 X) + \Phi \circ \nabla_{\Phi Y}(\Phi)(\Phi X) + \\
 &\quad + \Phi^2 \circ \nabla_{\Phi Y}(\Phi)(\Phi^2 X) + \Phi^2 \circ \nabla_{\Phi^2 Y}(\Phi)(\Phi X) \}, \\
 D(X) &= -\frac{1}{2} \{ \Phi \circ \nabla_{\Phi^2 X}(\Phi)\xi - \Phi^2 \circ \nabla_{\Phi X}(\Phi)\xi - \\
 &\quad - \frac{1}{2} \Phi \circ \nabla_{\xi}(\Phi)(\Phi^2 X) + \frac{1}{2} \Phi^2 \circ \nabla_{\xi}(\Phi)(\Phi X) \}, \\
 E(X) &= -\frac{1}{2} \{ \Phi \circ \nabla_{\Phi^2 X}(\Phi)\xi + \Phi^2 \circ \nabla_{\Phi X}(\Phi)\xi \}, \\
 F(X) &= \frac{1}{2} \{ \Phi \circ \nabla_{\Phi^2 X}(\Phi)\xi - \Phi^2 \circ \nabla_{\Phi X}(\Phi)\xi \}, \\
 G &= \Phi \circ \nabla_{\xi}(\Phi)\xi; \text{ где } X, Y \in X(M^{2n+1}).
 \end{aligned} \tag{2}$$

Путем несложных, но громоздких вычислений, с учетом формул (1) и (2) может быть доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть $\pi(2): M^{2n+1} \rightarrow M^{2n+1}$ контактно 2-геодезическое преобразование первого линейного типа AC -многообразия $(M^{2n+1}, \eta, \xi, \Phi, g)$. $\tilde{B}, \tilde{C}, \tilde{D}, \tilde{F}, \tilde{E}, \tilde{G}$ — структурные тензоры преобразованной AC -структуры $\{\eta, \xi, \Phi, \tilde{g} = (\pi(2))^* g\}$. Тогда

$$\begin{aligned} \tilde{B}(X, Y) = & B(X, Y) - \frac{1}{4} \omega(\Phi X) \Phi Y - \frac{1}{4} \omega(\Phi^2 X) \Phi^2 Y - \\ & - \frac{1}{8} \Phi \circ F \circ (\omega(\Phi Y) \Phi^2 X + \omega(\Phi^2 X) \Phi Y - \\ & - \omega(\Phi^2 Y) \Phi X - \omega(\Phi X) \Phi^2 Y) + \frac{1}{8} \Phi^2 \circ F \circ (\omega(\Phi^2 Y) \Phi^2 X + \\ & + \omega(\Phi^2 X) \Phi^2 Y + \omega(\Phi Y) \Phi X + \omega(\Phi X) \Phi Y), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{C}(X, Y) = & C(X, Y) - \frac{1}{8} \Phi \circ F \circ (\omega(\Phi Y) \Phi^2 X + \omega(\Phi^2 X) \Phi Y + \\ & + \omega(\Phi^2 Y) \Phi X + \omega(\Phi X) \Phi^2 Y) - \frac{1}{8} \Phi^2 \circ F \circ (\omega(\Phi^2 Y) \Phi^2 X + \\ & + \omega(\Phi^2 X) \Phi^2 Y - \omega(\Phi Y) \Phi X - \omega(\Phi X) \Phi Y), \quad \tilde{D}(X) = D(X); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}(X) = & E(X) - \frac{1}{2} \omega(\xi) \Phi^2 X - \frac{1}{4} \Phi \circ F \circ (\omega(\Phi X) \xi + \\ & + \omega(\xi) \Phi X) + \frac{1}{4} \Phi^2 \circ F \circ (\omega(\Phi^2 X) \xi + \omega(\xi) \Phi^2 X), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{F}(X) = & F(X) - \frac{1}{4} \Phi \circ F \circ (\omega(\Phi X) \xi + \omega(\xi) \Phi X) - \\ & - \frac{1}{4} \Phi^2 \circ F \circ (\omega(\Phi^2 X) \xi + \omega(\xi) \Phi^2 X), \quad \tilde{G} = G - \omega(\xi) \Phi^2 \circ F(\xi). \end{aligned}$$

Следствие. Третий структурный тензор

$$\begin{aligned} D(X) = & -\frac{1}{2} \{ \Phi \circ \nabla_{\Phi^2 X} (\Phi) \xi - \Phi^2 \circ \nabla_{\Phi X} (\Phi) \xi - \\ & - \frac{1}{2} \Phi \circ \nabla_{\xi} (\Phi) (\Phi^2 X) + \frac{1}{2} \Phi^2 \circ \nabla_{\xi} (\Phi) (\Phi X) \} \end{aligned}$$

является инвариантом контактно 2-геодезических преобразований первого линейного типа.

Список литературы

1. Лейко С. Г. Линейные р-геодезические диффеоморфизмы многообразий с аффинной связностью // Изв. высших уч. заведений. Мат. 1982. №5.

2. Кириченко В. Ф. Аксиома Ф-голоморфных плоскостей в контактной метрической геометрии // Изв. АН СССР. Сер. «Матем.» 1984. Т. 48, №4. С. 711—734.

3. Дондукова Н. Н. Контактно-геодезические преобразования структурных тензоров почти контактных многообразий // Деп. в ВИНТИ. М., 2005.

N. Dondukova

Special contact 2-geodesic transformations
of almost contact metric structures

A special form of contact 2-geodesic transformations of almost contact metric manifolds is introduced. The structural tensors of almost contact metric manifolds is investigated and the invariant of the special contact 2-geodesic transformation is found.

УДК 514.76

А. И. Егоров

*Пензенский государственный педагогический университет
им. В. Г. Белинского*

**О некоторых свойствах
максимально подвижного риманова пространства V_4**

Рассматривается риманово пространство V_4 с группой движений G_8 . В этом максимально подвижном пространстве находятся ковариантно постоянные тензорные поля.

Ключевые слова: группа движений, ковариантно постоянное векторное поле, риманово пространство.