УДК 514.75

М. В. Кретов

(Балтийский федеральный университет им. И. Канта, г. Калининград)

ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ, ПОРОЖДЕННОЕ КОМПЛЕКСАМИ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРОВ

В трехмерном аффинном пространстве рассматривается дифференцируемое отображение, порожденное комплексами эллиптических цилиндров со специальными свойствами ассоциированных образов. Геометрически охарактеризованы индикатриса и главное направление исследуемого отображения.

Ключевые слова: комплекс, отображение, аффинное пространство, индикатриса, главное направление.

В трехмерном аффинном пространстве A_3 рассмотрим дифференцируемое отображение

$$f : C \to q \in Z_3^{\varepsilon},$$

где C — центр луча прямолинейной конгруэнции Z_2 осей цилиндра, q — эллиптический цилиндр (образующий элемент комплекса Z_3^{ε}, рассмотренного в работе [1]).

Исследование отображения f будем проводить в репере $r = \{A, \bar{e}_i\}$, $i, j, k = \overline{1, 3}$, где A — центр луча прямолинейной конгруэнции Z_2 осей цилиндра; $\bar{e}_1, \bar{e}_2$ лежат в касательной плоскости S к поверхности центров и сопряжены между собой; концы A_{I} $(\mathrm{I}, Y, K = \overline{1,2})$ векторов $\bar{e}_I$ принадлежат эллипсу — сечению цилиндра касательной плоскостью S; вектор $\bar{e}_3$ направлен по оси цилиндра, конец A_3 которого совпадает с фокусом луча прямолинейной конгруэнции Z_2.

Уравнение цилиндра q запишется в виде

$$(x^1)^2 + (x^2)^2 - 1 = 0. \qquad (1)$$

В репере r система дифференциальных уравнений отображения f согласно работам [1—3] имеет вид:

$$\omega_1^1 = -\varepsilon\theta^1,\ \ \omega_1^3 = \varepsilon\lambda_{11}\theta^1,\ \ \omega^1 = \varepsilon\theta^1,\ \ \omega^2 = A_1^2\theta^1 - \varepsilon\theta^2,$$

$$\omega_2^3 = \omega_2^1 = \omega_3^3 = \omega_2^2 = \omega^3 = 0, \qquad (2)$$

где $\theta^1 = \omega_3^1,\ \theta^2 = \omega_3^2,\ \theta^3 = \omega_1^2.$

Согласно работе [4] отображение f существует и определяется с произволом двух функций одной переменной.

Пусть X^α — координаты точки C. Тогда согласно работе [5] уравнения отображения f имеют вид:

$$a_{11} = 1 + 2\varepsilon X^1 + 3\varepsilon^2(X^1)^2 - \varepsilon X^1X^3 + \langle 3\rangle,$$

$$a_{13} = a_{31} = -\varepsilon(X^1)^2 + \langle 3\rangle,$$

$$a_{ij} = 0, \text{ если } i \text{ и } j \text{ не равны 1 и 3.} \qquad (3)$$

$$a_1 = -X^1 - 2\varepsilon(X^1)^2 + \langle 3\rangle,$$

$$a_2 = -X^2 - 2\varepsilon(X^1)^2 + \langle 3\rangle,$$

$$a_3 = 0,$$

где символ $\langle 3\rangle$ означает совокупность членов порядка малости $p \geq 3$ относительно приращений координат точки области определения.

Обозначим через M точку с координатами $-\dfrac{1}{2\varepsilon}$, 0 и $\dfrac{3-7\varepsilon}{2\varepsilon}$.

Теорема 1. *Индикатриса I_f отображения f состоит из координатной плоскости $(A, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$ и прямой, проходящей через точку M, параллельно другой координатной плоскости $(A, \bar{e}_1, \bar{e}_2)$.*

Доказательство. Согласно работе [2] уравнения индикатрисы I_f отображения f имеют вид:

$$X^1(2\varepsilon X^1 + 1) = 0,$$

$$X^1(3\ \ (\varepsilon - 1)X^1 - X^3 - 2) = 0. \qquad (4)$$

Из системы (4) следуют два варианта отношений $X^1 = 0$ и $X^1 = -\dfrac{1}{2\varepsilon}, \quad X^3 = \dfrac{3-7\varepsilon}{2\varepsilon},$ откуда вытекает утверждение доказываемой теоремы.

Теорема 2. *Конус $K_f(0)$-главных направлений отображения f совпадает с координатной прямой $(A, \bar{e}_2)$.*

Доказательство. По методике, изложенной в работе [5], находим уравнения $K_f(0)$-главных направлений отображения f. Эти уравнения имеют вид:

$$\Lambda^1((3\varepsilon - 2)\Lambda^1 - \Lambda^3) = 0, \quad (\Lambda^1)^2 = 0, \tag{5}$$

откуда следует $\Lambda^1 = 0$ и $\Lambda^3 = 0,$ что и подтверждает наше предложение.

Список литературы

1. *Кретов М.В.* Комплексы эллиптических цилиндров // Диф. геом. многообр. фигур. Вып. 36. Калининград, 2005. С. 54—59.

2. *Кретов М.В.* Дифференцируемые отображения, ассоциированные с многообразиями гиперквадрик // Международная конференция по геометрии и приложениям. Смолян, 1986. С. 23.

3. *Кретов М.В.* О подклассах дифференцируемого отображения, порожденного комплексами гиперквадрик // Диф. геом. многообр. фигур. Вып. 41. Калининград, 2010. С. 70—74.

4. *Малаховский В.С.* Введение в теорию внешних форм. Калининград. 1978.

5. *Кретов М.В.* О главных точках дифференцируемых отображений, ассоциированных с комплексами гиперквадрик // Диф. геом. многообр. фигур. Вып. 37. Калининград, 2006. С. 51—58.

M. Kretov

THE DIFFERENTIABLE MAPPING GENERATED BY COMPLEXES OF ELLIPTICAL CYLINDERS

In three-dimensional affine space the differentiable mapping generated by complexes of elliptical cylinders with special properties of associated images is considered. The indicatrix and a principal direction of researched mapping are geometrically described.