A. Egorov

Trends for the development of Egorov's method in the theory of movements

This work proves that if the space of affine connection with the torsion tensor $\Omega^i_{jk} \neq 0$ allows the group of moving G_r of order $r > n^2 - 3n + 20$ $(r > n^2 - 5n + 30)$, it is necessary that

$$\Omega^i_{jk} = \delta^i_j \Omega_k - \delta^i_k \Omega_j + A^i B_{jk}$$

$$(\Omega^i_{jk} = \delta^i_j \Omega_k - \delta^i_k \Omega_j + A^i B_{jk} + C^i D_{jk})$$

in any coordinate system.

УДК 514.75

Н. А. Елисеева
Калининградский государственный технический университет
ne2705@gmail.com

Поля фундаментальных и охваченных объектов гиперповерхности Ω_{n-1}, оснащенной распределениями

Продолжается исследование гиперповерхности $\Omega_{n-1} \subset P_n$, несущей тройку сильно взаимных подрасслоений [1]. Построены поля фундаментальных и охваченных геометрических объектов гиперповерхности Ω_{n-1}.

Ключевые слова: гиперповерхность, распределение, нормализация, соответствие Бомпьяни — Пантази.

В работе индексы принимают следующие значения:

$$\sigma,\tau,\rho,\xi,\varsigma,\varphi,\psi=\overline{1,n-1}\,;\;\; p,q,t=\overline{1,r}\,;$$

$$i,j,k=\overline{r+1,m}\,;\;\; \alpha,\beta,\gamma=\overline{m+1,n-1}\,.$$

1. Известно [2], что дифференциальные уравнения гиперповерхности $\Omega_{n-1}\subset P_n$ в репере 1-го порядка имеют вид

$$\omega_0^n=0\,. \tag{1}$$

Трехкратное продолжение уравнения (1) приводит к следующим соотношениям:

$$\begin{gathered}\omega_\sigma^n=\Lambda_{\sigma\tau}^n\omega_0^\tau\,,\;\nabla\Lambda_{\sigma\tau}^n+\Lambda_{\sigma\tau}^n\omega_0^0=\Lambda_{\sigma\tau\rho}^n\omega_0^\rho\,,\\ \nabla\Lambda_{\sigma\rho\xi}^n+2\Lambda_{\sigma\rho\xi}^n\omega_0^0+\Lambda_{\sigma\rho}^n\omega_\xi^0+\Lambda_{\sigma\xi}^n\omega_\rho^0+\Lambda_{\xi\rho}^n\omega_\sigma^0-\\ -(\Lambda_{\tau\xi}^n\Lambda_{\sigma\rho}^n+\Lambda_{\sigma\tau}^n\Lambda_{\rho\xi}^n+\Lambda_{\tau\rho}^n\Lambda_{\sigma\xi}^n)\omega_n^\tau=\Lambda_{\sigma\rho\xi\varsigma}^n\omega_0^\varsigma\,,\end{gathered} \tag{2}$$

где функции, стоящие в правой части уравнений (2), симметричны по всем нижним индексам.

Совокупность функций $\{\Lambda_{\sigma\tau}^n\}$ образует симметрический тензор 2-го порядка, являющийся основным фундаментальным тензором гиперповерхности $\Omega_{n-1}\subset P_n$. Полагая, что гиперповерхность $\Omega_{n-1}\subset P_n$ регулярна, т. е.

$$S\overset{def}{=}\det\left\|\Lambda_{\sigma\rho}^n\right\|=\det\begin{Vmatrix}\Lambda_{pq}^n & 0 & 0\\ 0 & \Lambda_{ij}^n & 0\\ 0 & 0 & \Lambda_{\alpha\beta}^n\end{Vmatrix}=\Lambda\cdot L\cdot E\neq 0, \tag{3}$$

введем в рассмотрение обратный симметрический тензор $\{\Lambda_n^{\sigma\tau}\}$, компоненты которого удовлетворяют условиям:

$$\Lambda_n^{\sigma\rho}\Lambda_{\rho\tau}^n=\delta_\tau^\sigma\,,\;\nabla\Lambda_n^{\sigma\rho}-\Lambda_n^{\sigma\rho}\omega_0^0=-\Lambda_n^{\sigma\varphi}\Lambda_n^{\psi\rho}\Lambda_{\varphi\psi\xi}^n\omega_0^\xi\,. \tag{4}$$

Дифференциальное уравнение относительного инварианта S (3) 2-го порядка имеет вид

$$d\ln S+(n+1)(\omega_0^0+\omega_n^n)=S_\sigma\omega_0^\sigma\,,$$

а компоненты $\widetilde{S}_\sigma^0 = \dfrac{1}{n+1} S_\sigma$ квазинормали $\{\widetilde{S}_\sigma^0\}$ 3-го порядка подчиняются дифференциальным уравнениям

$$\widetilde{S}_\sigma^0 + \omega_\sigma^0 = \Lambda_{\tau\sigma}^n \omega_n^\tau + \widetilde{S}_{\sigma\tau}^0 \omega_0^\tau ,$$

где

$$\widetilde{S}_{\sigma\rho}^0 = \frac{1}{n+1} S_{\sigma\rho} , \ S_\sigma = \Lambda_n^{\tau\rho} \Lambda_{\rho\tau\sigma}^n ,$$

$$\nabla S_\sigma + S_\sigma \omega_0^0 + (n+1)(\omega_\sigma^0 - \Lambda_{\tau\sigma}^n \omega_n^\tau) = S_{\sigma\rho} \omega_0^\rho .$$

2. Нормализация в смысле А. П. Нордена [3] регулярной гиперповерхности $\Omega_{n-1} \subset P_n$ равносильна заданию на ней двух полей тензоров $\{\nu_n^\sigma\}$, $\{\nu_\sigma^0\}$: $\nabla \nu_n^\sigma + \omega_n^\sigma = \nu_{n\tau}^\sigma \omega_0^\tau$, $\nabla \nu_\sigma^0 + \omega_\sigma^0 = \nu_{\sigma\tau}^0 \omega_0^\tau$, определяющих, соответственно, поля нормалей 1-го рода N_1 и 2-го рода N_{n-2}.

Следуя работе [4], введем соответствия Бомпьяни — Пантази между нормалями 1-го и 2-го рода гиперповерхности $\Omega_{n-1} \subset P_n$:

$$\nu_n^\sigma = \Lambda_n^{\sigma\rho} (\nu_\rho^0 - \widetilde{S}_\rho^0) . \tag{5}$$

Разрешая уравнения (5) относительно $\{\nu_\rho^0\}$ с учетом соотношений (4), получим

$$\nu_\sigma^0 = \Lambda_{\sigma\rho}^n \nu_n^\rho + \widetilde{S}_\sigma^0 . \tag{6}$$

Итак, при помощи формул (5), (6) устанавливается биективное соответствие между нормалями 1-го и 2-го рода гиперповерхности Ω_{n-1}. Полагая последовательно $\sigma = p, i, \alpha$ из (5), (6), получим

$$\nu_n^p = \Lambda_n^{pq} (\nu_q^0 - \widetilde{S}_q^0) , \ \nu_p^0 = \Lambda_{pq}^n \nu_n^q + \widetilde{S}_p^0 , \tag{7}$$

$$\nu_n^i = \Lambda_n^{ij} (\nu_j^0 - \widetilde{S}_j^0) , \ \nu_i^0 = \Lambda_{ik}^n \nu_n^k + \widetilde{S}_i^0 , \tag{8}$$

$$\nu_n^\alpha = \Lambda_n^{\alpha\beta} (\nu_\beta^0 - \widetilde{S}_\beta^0) , \ \nu_\alpha^0 = \Lambda_{\alpha\beta}^n \nu_n^\beta + \widetilde{S}_\alpha^0 . \tag{9}$$

Квазинормали $\{\widetilde{S}_q^0\}$, $\{\widetilde{S}_j^0\}$, $\{\widetilde{S}_\beta^0\}$, удовлетворяющие, соответственно, уравнениям

$$\nabla\widetilde{S}_q^0+\omega_q^0=\Lambda_{qp}^n\omega_n^p+\widetilde{S}_{q\sigma}^0\omega_0^\sigma\,,\ \nabla\widetilde{S}_j^0+\omega_j^0=\Lambda_{ji}^n\omega_n^i+\widetilde{S}_{j\sigma}^0\omega_0^\sigma\,,$$

$$\nabla\widetilde{S}_\beta^0+\omega_\beta^0=\Lambda_{\beta\alpha}^n\omega_n^\alpha+\widetilde{S}_{\beta\sigma}^0\omega_0^\sigma\,,$$

задают взаимно-однозначные соответствия Бомпьяни — Пантази между нормалями 1-го и 2-го рода соответственно Λ-, L-, E-подрасслоений, заданных на гиперповерхности Ω_{n-1}.

3. Построим ряд основных геометрических объектов в окрестностях 2-го и 3-го порядка образующего элемента гиперповерхности Ω_{n-1}. Совокупности функций $\{\Lambda_{pq}^n\}$, $\{\Lambda_{ij}^n\}$, $\{\Lambda_{\alpha\beta}^n\}$ образуют симметрические тензоры 2-го порядка [1]. Полагая, что эти тензоры невырожденные:

$$\Lambda\overset{def}{=}\det\left\|\Lambda_{pq}^n\right\|\neq 0\,,\ L\overset{def}{=}\det\left\|\Lambda_{ij}^n\right\|\neq 0\,,\ E\overset{def}{=}\det\left\|\Lambda_{\alpha\beta}^n\right\|\neq 0\,,$$

введем для них обратные симметрические тензоры 2-го порядка $\{\Lambda_n^{pq}\}$, $\{\Lambda_n^{ij}\}$, $\{\Lambda_n^{\alpha\beta}\}$, компоненты которых определяются из соотношений

$$\Lambda_n^{pq}\Lambda_{qt}^n=\delta_t^p\,,\ \Lambda_n^{ik}\Lambda_{kj}^n=\delta_j^i\,,\ \Lambda_n^{\alpha\beta}\Lambda_{\beta\gamma}^n=\delta_\gamma^\alpha \qquad (10)$$

и удовлетворяют соответственно уравнениям

$$\nabla\Lambda_n^{pq}-\Lambda_n^{pq}\omega_0^0=\Lambda_{n\sigma}^{pq}\omega_0^\sigma\,,\ \nabla\Lambda_n^{ij}-\Lambda_n^{ij}\omega_0^0=\Lambda_{n\sigma}^{ij}\omega_0^\sigma\,,$$
$$\nabla\Lambda_n^{\alpha\beta}-\Lambda_n^{\alpha\beta}\omega_0^0=\Lambda_{n\sigma}^{\alpha\beta}\omega_0^\sigma\,. \qquad (11)$$

Заметим, что величины Λ, L и E являются относительными инвариантами

$$d\ln\Lambda=2\omega_p^p-r(\omega_0^0+\omega_n^n)+\Lambda_\sigma\omega_0^\sigma\,,$$

$$d\ln L=2\omega_i^i-s(\omega_0^0+\omega_n^n)+L_\sigma\omega_0^\sigma\,,$$

$$d\ln E=2\omega_\alpha^\alpha-(n-m-1)(\omega_0^0+\omega_n^n)+E_\sigma\omega_0^\sigma\,,$$

где

$$\Lambda_\sigma = \Lambda_n^{pq}\Lambda_{pq\sigma}^n,\ L_\sigma = \Lambda_n^{ij}\Lambda_{ij\sigma}^n,\ E_\sigma = \Lambda_n^{\alpha\beta}\Lambda_{\alpha\beta\sigma}^n. \qquad (12)$$

Продолжение соотношений (12) приводит к уравнениям

$$\nabla\Lambda_p + \Lambda_p\omega_0^0 - (r+2)\Lambda_{pq}^n\omega_n^q + (r+2)\omega_p^0 = \Lambda_{p\sigma}\omega_0^\sigma,$$

$$\nabla\Lambda_i + \Lambda_i\omega_0^0 - r\Lambda_{ij}^n\omega_n^j + r\omega_i^0 = \Lambda_{i\sigma}\omega_0^\sigma,$$

$$\nabla\Lambda_\alpha + \Lambda_\alpha\omega_0^0 - r\Lambda_{\alpha\beta}^n\omega_n^\beta + r\omega_\alpha^0 = \Lambda_{\alpha\sigma}\omega_0^\sigma,$$

$$\nabla L_p + L_p\omega_0^0 - s\Lambda_{pq}^n\omega_n^q + s\omega_p^0 = L_{p\sigma}\omega_0^\sigma,$$

$$\nabla L_i + L_i\omega_0^0 - (s+2)\Lambda_{ij}^n\omega_n^j + (s+2)\omega_i^0 = L_{i\sigma}\omega_0^\sigma,$$

$$\nabla L_\alpha + L_\alpha\omega_0^0 - s\Lambda_{\alpha\beta}^n\omega_n^\beta + s\omega_\alpha^0 = L_{\alpha\sigma}\omega_0^\sigma, \qquad (13)$$

$$\nabla E_p + E_p\omega_0^0 - (n-m-1)\Lambda_{pq}^n\omega_n^q + (n-m-1)\omega_p^0 = E_{p\sigma}\omega_0^\sigma,$$

$$\nabla E_i + E_i\omega_0^0 - (n-m-1)\Lambda_{ij}^n\omega_n^j + (n-m-1)\omega_i^0 = E_{i\sigma}\omega_0^\sigma,$$

$$\nabla E_\alpha + E_\alpha\omega_0^0 - (n-m+1)\Lambda_{\alpha\beta}^n\omega_n^\beta + (n-m+1)\omega_\alpha^0 = E_{\alpha\sigma}\omega_0^\sigma.$$

Исследуя функции (12) и их соответствующие дифференциальные уравнения (13), построим в дифференциальной окрестности 3-го порядка ряд квазинормалей [4; 5], ассоциированных соответственно:

а) с Λ-подрасслоением:

$$\tilde\Lambda_p^0 = \frac{1}{r+2}\Lambda_p^0,\ \nabla\tilde\Lambda_p^0 + \omega_p^0 = \Lambda_{pq}^n\omega_n^q + \tilde\Lambda_{p\sigma}\omega_0^\sigma,$$

$$\tilde L_p^0 = \frac{1}{s}L_p^0,\ \nabla\tilde L_p^0 + \omega_p^0 = \Lambda_{pq}^n\omega_n^q + \tilde L_{p\sigma}\omega_0^\sigma, \qquad (14)$$

$$\tilde E_p^0 = \frac{1}{n-m-1}E_p^0,\ \nabla\tilde E_p^0 + \omega_p^0 = \Lambda_{pq}^n\omega_n^q + \tilde E_{p\sigma}\omega_0^\sigma;$$

б) с L-подрасслоением:

$$\widetilde{\Lambda}_i^0=\frac{1}{r}\Lambda_i^0,\ \nabla\widetilde{\Lambda}_i^0+\omega_i^0=\Lambda_{ij}^n\omega_n^j+\widetilde{\Lambda}_{i\sigma}\omega_0^\sigma,$$

$$\widetilde{L}_i^0=\frac{1}{s+2}L_i^0,\ \nabla\widetilde{L}_i^0+\omega_i^0=\Lambda_{ij}^n\omega_n^j+\widetilde{L}_{i\sigma}\omega_0^\sigma, \tag{15}$$

$$\widetilde{E}_i^0=\frac{1}{n-m-1}E_i^0,\ \nabla\widetilde{E}_i^0+\omega_i^0=\Lambda_{ij}^n\omega_n^j+\widetilde{E}_{i\sigma}\omega_0^\sigma;$$

в) с E-подрасслоением:

$$\widetilde{\Lambda}_\alpha^0=\frac{1}{r}\Lambda_\alpha^0,\ \nabla\widetilde{\Lambda}_\alpha^0+\omega_\alpha^0=\Lambda_{\alpha\beta}^n\omega_n^\beta+\widetilde{\Lambda}_{\alpha\sigma}\omega_0^\sigma,$$

$$\widetilde{L}_\alpha^0=\frac{1}{s}L_\alpha^0,\ \nabla\widetilde{L}_\alpha^0+\omega_\alpha^0=\Lambda_{\alpha\beta}^n\omega_n^\beta+\widetilde{L}_{\alpha\sigma}\omega_0^\sigma, \tag{16}$$

$$\widetilde{E}_\alpha^0=\frac{1}{n-m+1}E_\alpha^0,\ \nabla\widetilde{E}_\alpha^0+\omega_\alpha^0=\Lambda_{\alpha\beta}^n\omega_n^\beta+\widetilde{E}_{\alpha\sigma}\omega_0^\sigma.$$

С помощью фундаментальных симметрических тензоров 2-го порядка $\{\Lambda_n^{pq}\}$, $\{\Lambda_n^{ij}\}$, $\{\Lambda_n^{\alpha\beta}\}$ (10), (11) введем в рассмотрение группу основных квазитензоров 2-го порядка гиперповерхности Ω_{n-1}:

$$\begin{gathered}\Lambda_n^i=\frac{1}{r}\Lambda_{pq}^i\Lambda_n^{qp},\ \Lambda_n^\alpha=\frac{1}{r}\Lambda_{pq}^\alpha\Lambda_n^{qp},\ L_n^p=\frac{1}{s}\Lambda_{ij}^p\Lambda_n^{ji},\ L_n^\alpha=\frac{1}{s}\Lambda_{ij}^\alpha\Lambda_n^{ji},\\ E_n^i=\frac{1}{n-m-1}\Lambda_{\alpha\beta}^i\Lambda_n^{\beta\alpha},\ E_n^p=\frac{1}{n-m-1}\Lambda_{\alpha\beta}^p\Lambda_n^{\beta\alpha}.\end{gathered} \tag{17}$$

Рассматривая свертки по верхнему и соответствующему ему нижнему индексу соответственно функций Λ_{iq}^p, $\Lambda_{\alpha q}^p$, Λ_{pj}^i, $\Lambda_{\alpha j}^i$, $\Lambda_{p\beta}^\alpha$, $\Lambda_{i\beta}^\alpha$, получим еще одну группу основных квазитензоров 2-го порядка гиперповерхности Ω_{n-1}:

$$\begin{gathered}\lambda_i^0=-\frac{1}{r}\Lambda_{ip}^p,\ \lambda_\alpha^0=-\frac{1}{r}\Lambda_{\alpha p}^p,\ l_p^0=-\frac{1}{s}\Lambda_{pi}^i,\ l_\alpha^0=-\frac{1}{s}\Lambda_{\alpha i}^i,\\ \varepsilon_p^0=-\frac{1}{n-m-1}\Lambda_{p\alpha}^\alpha,\ \varepsilon_i^0=-\frac{1}{n-m-1}\Lambda_{i\alpha}^\alpha.\end{gathered} \tag{18}$$

Легко убедиться, что каждый из квазитензоров (17), (18) удовлетворяет соответственно одному из следующих дифференциальных уравнений:

$$\nabla\nu_n^p+\omega_n^p=\nu_{n\sigma}^p\omega_0^\sigma,\ \nabla\nu_n^i+\omega_n^i=\nu_{n\sigma}^i\omega_0^\sigma,\ \nabla\nu_n^\alpha+\omega_n^\alpha=\nu_{n\sigma}^\alpha\omega_0^\sigma,$$

$$\nabla\nu_p^0+\omega_p^0=\nu_{p\sigma}^0\omega_0^\sigma,\ \nabla\nu_i^0+\omega_i^0=\nu_{i\sigma}^0\omega_0^\sigma,\ \nabla\nu_\alpha^0+\omega_\alpha^0=\nu_{\alpha\sigma}^0\omega_0^\sigma.$$

4. Нормализация в смысле А. П. Нордена [3] Λ-подрасслоения, ассоциированного с гиперповерхностью Ω_{n-1}, равносильна заданию на ней двух полей квазитензоров $\{\nu_n^p\}$, $\{\nu_p^0\}$: $\nabla\nu_n^p+\omega_n^p=\nu_{n\sigma}^p\omega_0^\sigma$, $\nabla\nu_p^0+\omega_p^0=\nu_{p\sigma}^0\omega_0^\sigma$, определяющих, соответственно, поля нормалей 1-го рода N_{n-r} и 2-го рода N_{r-1} Λ-подрасслоения.

Квазинормали $\widetilde{\Lambda}_p^0$ (14), $\widetilde{L}_p^0$ (15), $\widetilde{E}_p^0$ (16) позволяют установить биекции между нормалями 1-го рода N_{n-r} и 2-го рода N_{r-1} Λ-подрасслоения:

$$\begin{gathered}\nu_n^p=\Lambda_n^{pq}(\nu_q^0-\widetilde{\Lambda}_q^0),\ \nu_p^0=\Lambda_{pq}^n\nu_n^q+\widetilde{\Lambda}_p^0,\\ \nu_n^p=\Lambda_n^{pq}(\nu_q^0-\widetilde{L}_q^0),\ \nu_p^0=\Lambda_{pq}^n\nu_n^q+\widetilde{L}_p^0,\\ \nu_n^p=\Lambda_n^{pq}(\nu_q^0-\widetilde{E}_q^0),\ \nu_p^0=\Lambda_{pq}^n\nu_n^q+\widetilde{E}_p^0.\end{gathered}\tag{19}$$

С помощью (19), (7) построим:

$$\begin{gathered}l_n^p=\Lambda_n^{pq}(l_q^0-\widetilde{\Lambda}_q^0),\ \mu_n^p=\Lambda_n^{pq}(l_q^0-\widetilde{L}_q^0),\ \tilde{l}_n^p=\Lambda_n^{pq}(l_q^0-\widetilde{E}_q^0),\\ s_n^p=\Lambda_n^{pq}(l_q^0-\widetilde{S}_q^0),\ \varepsilon_n^p=\Lambda_n^{pq}(\varepsilon_q^0-\widetilde{\Lambda}_q^0),\\ k_n^p=\Lambda_n^{pq}(\varepsilon_q^0-\widetilde{L}_q^0),\ \tilde{\varepsilon}_n^p=\Lambda_n^{pq}(\varepsilon_q^0-\widetilde{E}_q^0),\ \tilde{s}_n^p=\Lambda_n^{pq}(\varepsilon_q^0-\widetilde{S}_q^0);\end{gathered}\tag{20}$$

$$\begin{gathered}L_p^0=\Lambda_{pq}^nL_n^q+\widetilde{\Lambda}_p^0,\ \mu_p^0=\Lambda_{pq}^nL_n^q+\widetilde{L}_p^0,\ \widetilde{L}_p^0=\Lambda_{pq}^nL_n^q+\widetilde{E}_p^0,\\ H_p^0=\Lambda_{pq}^nL_n^q+\widetilde{S}_p^0,\ E_p^0=\Lambda_{pq}^nE_n^q+\widetilde{\Lambda}_p^0,\\ k_p^0=\Lambda_{pq}^nE_n^q+\widetilde{L}_p^0,\ \tilde{\varepsilon}_p^0=\Lambda_{pq}^nE_n^q+\widetilde{E}_p^0,\ h_p^0=\Lambda_{pq}^nE_n^q+\widetilde{S}_p^0.\end{gathered}\tag{21}$$

Таким образом, имеет место

Теорема 1. *В дифференциальной окрестности 3-го порядка гиперповерхность* Ω_{n-1} *порождает 16 полей внутренних нормализаций в смысле Нордена — Чакмазяна Λ-подрасслоения следующего вида:* $(l_n^p;l_q^0)$, $(\mu_n^p;l_q^0)$, $(\tilde{l}_n^{\,p};l_q^0)$, $(s_n^p;l_q^0)$, $(\varepsilon_n^p;\varepsilon_q^0)$, $(k_n^p;\varepsilon_q^0)$, $(\tilde{\varepsilon}_n^{\,p};\varepsilon_q^0)$, $(\tilde{s}_n^{\,p};\varepsilon_q^0)$, $(L_p^0;L_n^q)$, $(\mu_p^0;L_n^q)$, $(\tilde{L}_p^0;L_n^q)$, $(H_p^0;L_n^q)$, $(E_p^0;E_n^q)$, $(k_p^0;E_n^q)$, $(\tilde{\varepsilon}_p^0;E_n^q)$, $(h_p^0;E_n^q)$.

Используя (8), (9), построим квазитензоры:

$$\lambda_n^i=\Lambda_n^{ij}(\lambda_j^0-\tilde{\Lambda}_j^0),\ \mu_n^i=\Lambda_n^{ij}(\lambda_j^0-\tilde{L}_j^0),\ \tilde{\mu}_n^i=\Lambda_n^{ij}(\lambda_j^0-\tilde{E}_j^0),$$
$$\varepsilon_n^i=\Lambda_n^{ij}(\varepsilon_j^0-\tilde{\Lambda}_j^0),\ k_n^i=\Lambda_n^{ij}(\varepsilon_j^0-\tilde{L}_j^0),\ \tilde{\varepsilon}_n^i=\Lambda_n^{ij}(\varepsilon_j^0-\tilde{E}_j^0), \tag{22}$$
$$s_n^i=\Lambda_n^{ij}(\lambda_j^0-\tilde{S}_j^0),\ \tilde{s}_n^i=\Lambda_n^{ij}(\varepsilon_j^0-\tilde{S}_j^0);$$

$$L_i^0=\Lambda_{ij}^n\Lambda_n^j+\tilde{\Lambda}_i^0,\ \mu_i^0=\Lambda_{ij}^n\Lambda_n^j+\tilde{L}_i^0,\ \tilde{\mu}_i^0=\Lambda_{ij}^n\Lambda_n^j+\tilde{E}_i^0,$$
$$H_i^0=\Lambda_{ij}^n\Lambda_n^j+\tilde{S}_i^0,\ E_i^0=\Lambda_{ij}^nE_n^j+\tilde{\Lambda}_i^0,\ k_i^0=\Lambda_{ij}^nE_n^j+\tilde{L}_i^0, \tag{23}$$
$$\tilde{\varepsilon}_i^0=\Lambda_{ij}^nE_n^j+\tilde{E}_i^0,\ h_i^0=\Lambda_{ij}^nE_n^j+\tilde{S}_i^0;$$

$$\lambda_n^\alpha=\Lambda_n^{\alpha\beta}(\lambda_\beta^0-\tilde{\Lambda}_\beta^0),\ \varepsilon_n^\alpha=\Lambda_n^{\alpha\beta}(\lambda_\beta^0-\tilde{L}_\beta^0),\ \tilde{\varepsilon}_n^\alpha=\Lambda_n^{\alpha\beta}(\lambda_\beta^0-\tilde{E}_\beta^0),$$
$$s_n^\alpha=\Lambda_n^{\alpha\beta}(\lambda_\beta^0-\tilde{S}_\beta^0),\ l_n^\alpha=\Lambda_n^{\alpha\beta}(l_\beta^0-\tilde{\Lambda}_\beta^0), \tag{24}$$
$$\mu_n^\alpha=\Lambda_n^{\alpha\beta}(l_\beta^0-\tilde{L}_\beta^0),\ \tilde{\mu}_n^\alpha=\Lambda_n^{\alpha\beta}(l_\beta^0-\tilde{E}_\beta^0),\ \tilde{s}_n^\alpha=\Lambda_n^{\alpha\beta}(l_\beta^0-\tilde{S}_\beta^0);$$

$$\Lambda_\alpha^0=\Lambda_{\alpha\beta}^n\Lambda_n^\beta+\tilde{\Lambda}_\alpha^0,\ \mu_\alpha^0=\Lambda_{\alpha\beta}^n\Lambda_n^\beta+\tilde{L}_\alpha^0,\ \varepsilon_\alpha^0=\Lambda_{\alpha\beta}^n\Lambda_n^\beta+\tilde{E}_\alpha^0,$$
$$H_\alpha^0=\Lambda_{\alpha\beta}^n\Lambda_n^\beta+\tilde{S}_\alpha^0,\ L_\alpha^0=\Lambda_{\alpha\beta}^nL_n^\beta+\tilde{\Lambda}_\alpha^0, \tag{25}$$
$$\tilde{\mu}_\alpha^0=\Lambda_{\alpha\beta}^nL_n^\beta+\tilde{L}_\alpha^0,\ \tilde{l}_\alpha^0=\Lambda_{\alpha\beta}^nL_n^\beta+\tilde{E}_\alpha^0,\ h_\alpha^0=\Lambda_{\alpha\beta}^nL_n^\beta+\tilde{S}_\alpha^0.$$

В силу функциональной независимости квазитензоров (17), (18), (20—25) справедливы следующие предложения.

Теорема 2. *В дифференциальной окрестности 2-го порядка каждый элемент Λ-,L-,E-подрасслоений, заданных на гиперповерхности* $\Omega_{n-1} \subset P_n$, *оснащен соответственно:*

а) однопараметрическим пучком внутренних нормалей 1-го рода в смысле Нордена, определяемым соответственно квазитензорами:

$$(\Lambda): L_n^p(\eta) = L_n^p + \eta(E_n^p - L_n^p),$$

$$(L): \Lambda_n^i(\eta) = \Lambda_n^i + \eta(E_n^i - \Lambda_n^i), \ (E): L_n^\alpha(\eta) = L_n^\alpha + \eta(\Lambda_n^\alpha - L_n^\alpha);$$

б) однопараметрическим пучком внутренних нормалей 2-го рода в смысле Нордена, определяемым соответственно квазитензорами:

$$(\Lambda): l_p^0(\eta) = l_p^0 + \eta(\varepsilon_p^0 - l_p^0),$$

$$(L): \lambda_i^0(\eta) = \lambda_i^0 + \eta(\varepsilon_i^0 - \lambda_i^0), \ (E): \lambda_\alpha^0(\eta) = \lambda_\alpha^0 + \eta(l_\alpha^0 - \lambda_\alpha^0).$$

Теорема 3. *В дифференциальной окрестности 3-го порядка каждый элемент Λ-,L-,E-подрасслоений, заданных на гиперповерхности* $\Omega_{n-1} \subset P_n$, *несет:*

а) 28 однопараметрических пучков внутренних нормалей 1-го рода в смысле Нордена, определенных соответственно квазитензорами (20), (22), (24);

б) 28 однопараметрических пучков внутренних нормалей 2-го рода в смысле Нордена, определяемых соответственно квазитензорами (21), (23), (25).

Список литературы

1. *Елисеева Н.А.* Гиперповерхность проективного пространства, оснащенная распределениями // Диференциальная геометрия многообразий фигур. Калининград, 2013. Вып. 44. С. 52—63.

2. *Лаптев Г.Ф.* Дифференциальная геометрия погруженных многообразий. Теоретико-групповой метод дифференциально-геометрических исследований // Тр. Моск. мат. об-ва. 1953. Т. 2. С. 275—382.

3. *Норден А.П.* Пространства аффинной связности. М., 1976.

4. *Лаптев Г.Ф., Остиану Н.М.* Распределения m-мерных линейных элементов в пространстве проективной связности // Тр. геом. семинара. М., 1971. Т. 3. С 49—94.

5. *Столяров А.В.* Проективно-дифференциальная геометрия регулярного гиперполосного распределения m-мерных линейных элементов // Проблемы геометрии. Итоги науки и техн. / ВИНИТИ. М., 1975. Т. 7. С. 117—151.

N. Eliseeva

Fields of the fundamental and enveloped objects of hypersurface Ω_{n-1} equipped with distributions

The research of hypersurface $\Omega_{n-1} \subset P_n$ with three strongest mutual subbundles proceeds [1]. The fields of the fundamental and enveloped geometrical objects of hypersurface equipped with distributions are constructed.

УДК 514.75

М.В. Кретов

Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград

blta@mail.ru

Об одном комплексе однополостных гиперболоидов

Исследуются в трехмерном эквиаффинном пространстве комплексы (трехпараметрические семейства) однополостных гиперболоидов, у которых центр луча прямолинейной конгруэнции осей однополостного гиперболоида описывает линии с касательными, параллельными первому координатному вектору, а индикатрисы координатных векторов являются прямыми, параллельными этим векторам. Доказана теорема су-