ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР
Вып.I9 1988

УДК 514.75

О ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ОБЪЕКТАХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НА ГИПЕРПОВЕРХНОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ ПРОЕКТИВНОЙ СВЯЗНОСТИ

П.А.Т а д е е в
(Ровенский пединститут)

В работе с помощью метода Г.Ф.Лаптева строится последовательность фундаментальных объектов распределения на гиперповерхности и ассоциированной с ним сопряженной системы первого рода в пространстве проективной связности. С помощью полученных фундаментальных объектов выделяется серия инвариантных прямых и два однопараметрических пучка соприкасающихся гиперквадрик гиперповерхности. При внешнем дифференцировании применяется оператор ∇ , введенный в [2]. Индексы в работе пробегают следующие значения:

$$\bar{I},\bar{J}=\overline{0,n};\ i,j=\overline{1,n};\ \hat{i}\hat{j}=\overline{1,m};\ a,b=\overline{m+1,n-m-1};\ s=1,2;\ v=\overline{1,3};\ t=\overline{1,4}.$$

I. Пусть σ -гиперповерхность в пространстве проективной связности $P_{n,n}$. Рассмотрим на σ m-мерное распределение Δ_m, т.е. закон, который каждой точке A гиперповерхности ставит в соответствие проходящую через эту точку m-мерную плоскость $\pi_m(A)$, лежащую в касательной гиперплоскости $\pi_{n-1}(A)$ гиперповерхности. Будем рассматривать только такие распределения, для которых плоскость $\pi_m(A)$ не касается асимптотического конуса. С плоскостью $\pi_m(A)$ можно связать две $(n-m-1)$-мерные плоскости, лежащие в гиперплоскости $\pi_{n-1}(A)$: плоскость $\overset{1}{\pi}_{n-m-1}(A)$, полярно сопряженную $\pi_m(A)$ относительно асимптотического конуса, и плоскость $\overset{2}{\pi}_{n-m-1}(A)$, являющуюся характеристикой гиперплоскости $\pi_{n-1}(A)$ при смещении ее по кривым, принадлежащим Δ_m. В результате на гиперповерхности возникает две пары распределений $(\Delta_m,\overset{1}{\Delta}_{n-m-1})$ и $(\Delta_m,\overset{2}{\Delta}_{n-m-1})$. В случае проективного пространства плоскости $\overset{1}{\pi}_{n-m-1}$ и $\overset{2}{\pi}_{n-m-1}$ совпадают и мы имеем двухкомпонентную неприводимую сопряженную систему на гиперповерхности [2]. Поэтому пары распределений $(\Delta_m,\overset{1}{\Delta}_{n-m-1})$ и $(\Delta_m,\overset{2}{\Delta}_{n-m-1})$ назовем соответственно сопряженными системами первого и второго рода.

В настоящей работе рассматривается распределение Δ_m и ассоциированная с ним сопряженная система первого рода. Относительно репера нулевого порядка $\{A_{\bar{J}}\}$ (точка $A_0=A$ лежит на гиперповерхности, а точки $A_1,\dots,A_{n-1}$ - в гиперплоскости π_{n-1}), инфинитезимальное перемещение которого имеет вид $dA_{\bar{J}}=\omega_{\bar{J}}^{\bar{I}}A_{\bar{I}}$, дифференциальные уравнения гиперповерхности записываются следующим образом [1]:

$$\omega^n=0,\ \omega_i^n=\lambda_{ij}\omega^j;\ \nabla\lambda_{ij}+\lambda_{ij}(\omega_0^0+\omega_n^n)=\lambda_{ijk}\omega^k;\ \lambda_{ij}-\lambda_{ji}=2R^n_{0ji}.$$

Относительно репера первого порядка (точки $A_1,\dots,A_m$ лежат в плоскости π_m , а точки $A_{m+1},\dots,A_{n-1}$ - в плоскости $\overset{1}{\pi}_{n-m-1}$) дифференциальные уравнения распределения Δ_m на σ (следовательно, и сопряженной системы первого рода) будут иметь вид

$$\omega_{\hat{i}}^n=\lambda_{\hat{i}j}\omega^j,\ \omega_a^n=\lambda_{aj}\omega^j,\ \omega_a^{\hat{i}}=\Lambda_{aj}^{\hat{i}}\omega^j,\ \lambda_{a\hat{i}}-\lambda_{\hat{i}a}=R^n_{0\hat{i}a},$$

$$\nabla\lambda_{\hat{i}\hat{j}}+\lambda_{\hat{i}\hat{j}}(\omega_0^0+\omega_n^n)=\tilde{\lambda}_{\hat{i}\hat{j}k}\omega^k,\ \tilde{\lambda}_{\hat{i}\hat{j}k}=\lambda_{\hat{i}\hat{j}k}+\lambda_{\hat{i}a}\Lambda^a_{\hat{j}k}+\lambda_{a\hat{j}}\Lambda^a_{\hat{i}k},$$

$$\nabla\lambda_{a\hat{i}}+\lambda_{a\hat{i}}(\omega_0^0+\omega_n^n)=\tilde{\lambda}_{a\hat{i}k}\omega^k,\ \tilde{\lambda}_{a\hat{i}k}=\lambda_{a\hat{i}k}+\lambda_{\hat{k}\hat{i}}\Lambda^{\hat{k}}_{ak}+\lambda_{ab}\Lambda^b_{\hat{i}k},$$

$$\nabla\lambda_{ab}+\lambda_{ab}(\omega_0^0+\omega_n^n)=\tilde{\lambda}_{abk}\omega^k,\ \tilde{\lambda}_{abk}=\lambda_{abk}+\lambda_{\hat{k}b}\Lambda^{\hat{k}}_{ak}+\lambda_{a\hat{k}}\Lambda^{\hat{k}}_{bk}.$$

Здесь не выписаны дифференциальные уравнения для геометрических объектов $\tilde{\lambda}_{\hat{i}\hat{j}k}$, $\tilde{\lambda}_{a\hat{i}k}$, $\tilde{\lambda}_{abk}$, $\Lambda^a_{\hat{i}j}$, $\Lambda^{\hat{i}}_{aj}$.

2. В дифференциальной окрестности первого порядка последовательно определяем следующие тензоры, квазитензоры и геометрические объекты (в общем случае $\det\|\lambda_{\hat{i}\hat{j}}\|\neq 0$, $\det\|\lambda_{ab}\|\neq 0$, $\det\|A_{\hat{i}\hat{j}}\|\neq 0$, $\det\|A_{ab}\|\neq 0$):

$$A_{\hat{i}\hat{j}}=\frac{1}{2}(\lambda_{\hat{i}\hat{j}}+\lambda_{\hat{j}\hat{i}}),\ A_{ab}=\frac{1}{2}(\lambda_{ab}+\lambda_{ba}),\ \bar{A}_{\hat{i}\hat{j}}=\frac{1}{2}(\lambda_{\hat{i}\hat{j}}-\lambda_{\hat{j}\hat{i}});\ \bar{A}_{ab}=\frac{1}{2}(\lambda_{ab}-\lambda_{ba});$$

$$A^a_{\hat{i}\hat{j}}=\frac{1}{2}(\Lambda^a_{\hat{i}\hat{j}}+\Lambda^a_{\hat{j}\hat{i}}),\ A^{\hat{i}}_{ab}=\frac{1}{2}(\Lambda^{\hat{i}}_{ab}+\Lambda^{\hat{i}}_{ba}),\ \lambda^{\hat{i}\hat{k}}\lambda_{\hat{k}\hat{j}}=\delta^{\hat{i}}_{\hat{j}};\ A^{ab}A_{bc}=\delta^a_c;$$

$$\underset{(1)}{\lambda}{}^{\hat{i}}_{\hat{j}}=\lambda^{\hat{i}\hat{k}}A_{\hat{j}\hat{k}},\ \underset{(2)}{\lambda}{}^{\hat{i}}_{\hat{j}}=\lambda^{\hat{k}\hat{i}}A_{\hat{k}\hat{j}},\ \underset{(3)}{\lambda}{}^{\hat{i}}_{\hat{j}}=\lambda^{\hat{k}\hat{i}}\lambda_{\hat{k}\hat{j}},\ \underset{(4)}{\lambda}{}^{\hat{i}}_{\hat{j}}=\lambda^{\hat{i}\hat{k}}\lambda_{\hat{j}\hat{k}},$$

$$\underset{(1)}{\lambda}{}^a_b=\lambda^{ac}A_{bc},\ \underset{(2)}{\lambda}{}^a_b=\lambda^{ca}A_{cb},\ \underset{(3)}{\lambda}{}^a_b=\lambda^{ca}\lambda_{cb},\ \underset{(4)}{\lambda}{}^a_b=\lambda^{ac}\lambda_{bc},$$

$$\underset{(1)}{P}{}^a=\frac{1}{m}A^{\hat{i}\hat{j}}\Lambda^a_{\hat{i}\hat{j}},\ \underset{(2)}{P}{}^a=\frac{1}{m}A^{\hat{i}\hat{j}}A^a_{\hat{i}\hat{j}},\ \underset{(3)}{P}{}^a=\frac{1}{m}\lambda^{\hat{j}\hat{i}}\Lambda^a_{\hat{i}\hat{j}},$$

$$\underset{(1)}{P}{}^{\hat{i}}=\frac{1}{n-m-1}A^{ab}\Lambda^{\hat{i}}_{ab},\ \underset{(2)}{P}{}^{\hat{i}}=\frac{1}{n-m-1}A^{ab}A^{\hat{i}}_{ab},\ \underset{(3)}{P}{}^{\hat{i}}=\frac{1}{n-m-1}\lambda^{ba}\Lambda^{\hat{i}}_{ab}.$$

3.В дифференциальной окрестности второго порядка строим:

$$V_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}}=\lambda_{\hat{i}\hat{j}}\lambda_{a\hat{k}}\underset{(1)}{P^{a}},\quad \nabla V_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}}+V_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}}(\omega_{n}^{n}+2\omega_{0}^{0})+\lambda_{\hat{i}\hat{j}}\lambda_{a\hat{k}}\omega_{n}^{a}\equiv 0;$$

$$V_{abc}=\lambda_{ab}\lambda_{\hat{k}c}\underset{(1)}{P^{\hat{k}}},\quad \nabla V_{abc}+V_{abc}(\omega_{n}^{n}+2\omega_{0}^{0})+\lambda_{ab}\lambda_{\hat{k}c}\omega_{n}^{\hat{k}}\equiv 0;$$

$$\Lambda_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}}=\tilde{\lambda}_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}}+V_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}},\quad M_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}}=\frac{1}{2}(\Lambda_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}}+\Lambda_{\hat{j}\hat{i}\hat{k}}),\quad A_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}}=\frac{1}{3}M_{(\hat{i}\hat{j}\hat{k})};$$

$$\Lambda_{abc}=\tilde{\lambda}_{abc}+V_{abc},\quad M_{abc}=\frac{1}{2}(\Lambda_{abc}+\Lambda_{bac}),\quad A_{abc}=\frac{1}{3}M_{(abc)};$$

$$\underset{(1)}{B_{\hat{k}}}=\lambda^{\hat{i}\hat{j}}\Lambda_{\hat{j}\hat{i}\hat{k}},\ \underset{(2)}{B_{\hat{k}}}=A^{\hat{i}\hat{j}}M_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}},\ \nabla\underset{(s)}{B_{\hat{k}}}+\underset{(s)}{B_{\hat{k}}}\omega_{0}^{0}-(m+2)(\lambda_{\hat{i}\hat{k}}\omega_{n}^{\hat{i}}-\omega_{\hat{k}}^{0})=\underset{(s)}{\tilde{L}_{\hat{k}i}}\omega^{i};$$

$$\underset{(1)}{B_{c}}=\lambda^{ab}\Lambda_{bac},\ \underset{(2)}{B_{c}}=A^{ab}M_{abc},\ \nabla\underset{(s)}{B_{a}}+\underset{(s)}{B_{a}}\omega_{0}^{0}-(n-m+1)(\lambda_{ca}\omega_{n}^{c}-\omega_{a}^{0})=\underset{(s)}{\tilde{L}_{ai}}\omega^{i};$$

$$B_{\hat{k}}=A^{\hat{i}\hat{j}}A_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}},\ \nabla B_{\hat{k}}+B_{\hat{k}}\omega_{0}^{0}-(m+2)\left[\frac{1}{3}(\lambda_{\hat{i}\hat{k}}+2A_{\hat{i}\hat{k}})\omega_{n}^{\hat{i}}-\omega_{\hat{k}}^{0}\right]\equiv 0;$$

$$B_{c}=A^{ab}A_{abc},\ \nabla B_{a}+B_{a}\omega_{0}^{0}-(n-m+1)\left[\frac{1}{3}(\lambda_{ca}+2A_{ca})\omega_{n}^{c}-\omega_{a}^{0}\right]\equiv 0;$$

$$\underset{(0)}{B_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}}}=(m+2)A_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}}-A_{(\hat{i}\hat{j}}B_{\hat{k})},\ \underset{(t)}{B_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}}}=\underset{(0)}{B_{\hat{i}\hat{j}\hat{\ell}}}\underset{(t)}{\lambda^{\hat{\ell}}_{\hat{k}}},\ \underset{(t)}{B_{\hat{i}\hat{j}}}=A^{\hat{p}\hat{q}}A^{\hat{r}\hat{s}}\underset{(t)}{B_{\hat{i}\hat{p}\hat{r}}}\underset{(t)}{B_{\hat{j}\hat{q}\hat{s}}};$$

$$\underset{(0)}{B_{abc}}=(n-m+1)A_{abc}-A_{(ab}B_{c)},\ \underset{(t)}{B_{abc}}=\underset{(0)}{B_{ab\ell}}\underset{(t)}{\lambda^{\ell}_{c}},\ \underset{(t)}{B_{ae}}=A^{ec}A^{\ell f}\underset{(t)}{B_{ae\ell}}\underset{(t)}{B_{bcf}};$$

$$\underset{(t)}{\hat{B}_{0}}=A^{\hat{i}\hat{j}}\underset{(t)}{B_{\hat{i}\hat{j}}},\quad d\ln\underset{(t)}{\hat{B}_{0}}=\omega_{n}^{n}-\omega_{0}^{0}+\underset{(t)}{\hat{c}_{k}}\omega^{k},\quad \underset{(t)}{\mathbb{C}_{\hat{k}}}=\underset{(t)}{c_{\hat{k}}}-\underset{(1)}{p_{\hat{k}}},$$

$$\underset{(t)}{B_{0}}=A^{ab}\underset{(t)}{B_{ab}},\quad d\ln\underset{(t)}{B_{0}}=\omega_{n}^{n}-\omega_{0}^{0}+\underset{(t)}{C_{k}}\omega^{k},\quad \underset{(t)}{\mathbb{C}_{a}}=\underset{(t)}{c_{a}}-\underset{(1)}{p_{a}}.$$

Можно определить и другие геометрические объекты аналогичной структуры (например, $V_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}}=\lambda_{\hat{i}\hat{j}}\lambda_{a\hat{k}}\underset{(3)}{P^{a}}$, $B_{0}=A^{\hat{i}\hat{j}}\underset{(0)}{B_{\hat{i}\hat{j}}}$), однако этого мы делать не будем.

4.В дифференциальной окрестности третьего порядка последовательно определим геометрические объекты

$$\underset{(t,s)}{F_{\hat{k}}}=\frac{1}{2}\underset{(t)}{\mathbb{C}_{\hat{k}}}+\frac{1}{2(m+1)}\underset{(s)}{B_{\hat{k}}},\quad \underset{(t,s)}{F_{a}}=\frac{1}{2}\underset{(t)}{\mathbb{C}_{a}}+\frac{1}{2(n-m+1)}\underset{(s)}{B_{a}}$$

и квазитензоры

$$\underset{(t,s)}{F^{\hat{i}}}=\lambda^{\hat{k}\hat{i}}\Big(\underset{(t,s)}{F_{\hat{k}}}-\frac{1}{m+2}\underset{(s)}{B_{\hat{k}}}\Big),\quad \nabla F^{\hat{i}}\equiv F^{\hat{i}}\omega_{n}^{n}-\omega_{n}^{\hat{i}};$$

$$\underset{(t,s)}{F^{a}}=\lambda^{ba}\Big(\underset{(t,s)}{F_{b}}-\frac{1}{n-m+1}\underset{(s)}{B_{b}}\Big),\quad \nabla F^{a}\equiv F^{a}\omega_{n}^{n}-\omega_{n}^{a}.$$

З а м е ч а н и е. После приведенных построений нетрудно догадаться, как, имея охват квазитензора $\underset{(t,s)}{F^{\hat{i}}}$, найти охват квазитензора $\underset{(t,s)}{F^{a}}$.

Построим следующие объекты:

$$\underset{(s)}{\mathcal{L}_{\hat{i}\hat{j}}}=\underset{(s)}{\tilde{L}_{\hat{i}\hat{j}}}-(m+2)V_{\hat{k}\hat{i}\hat{j}}F^{\hat{k}},\quad \underset{(s)}{\hat{L}}=\frac{1}{m}A^{\hat{i}\hat{j}}\Big(\mathcal{L}_{\hat{i}\hat{j}}-\frac{1}{m+2}\underset{(s)}{B_{\hat{i}}}\underset{(s)}{B_{\hat{j}}}\Big),$$

$$\underset{(s)}{V_{\hat{k}}}=\frac{1}{2m}A^{\hat{i}\hat{j}}\Big[(m+2)\Lambda_{\hat{k}\hat{i}\hat{j}}+\underset{(s)}{B_{\hat{k}}}\lambda_{\hat{i}\hat{j}}-\lambda_{\hat{k}\hat{i}}\underset{(s)}{B_{\hat{j}}}-\lambda_{\hat{k}\hat{j}}\underset{(s)}{B_{\hat{i}}}\Big],$$

$$q_{a}=\frac{1}{m}A^{\hat{i}\hat{j}}\lambda_{\hat{k}\hat{i}}\Gamma^{\hat{k}}_{a\hat{j}},\qquad \Gamma^{\hat{k}}_{a\hat{j}}=\Lambda^{\hat{k}}_{a\hat{j}}-\lambda_{a\hat{j}}F^{\hat{k}},$$

$$V_{a\hat{i}\hat{j}}=q_{a}A_{\hat{i}\hat{j}}-\lambda_{\hat{k}\hat{i}}\Gamma^{\hat{k}}_{a\hat{j}},\quad V^{a}_{\hat{i}\hat{j}}=A_{\hat{i}\hat{j}}\underset{(1)}{P^{a}}-\Lambda^{a}_{\hat{i}\hat{j}},$$

$$\underset{(s)}{L_{\hat{i}\hat{j}}}=\underset{(s)}{\mathcal{L}_{\hat{i}\hat{j}}}-\frac{1}{m+2}\underset{(s)}{B_{\hat{i}}}\underset{(s)}{B_{\hat{j}}}-\hat{L}A_{\hat{i}\hat{j}}-(m+2)\bar{A}_{\hat{i}\hat{j}}A_{\hat{k}\hat{\ell}}F^{\hat{k}}F^{\hat{\ell}}+\bar{A}_{\hat{i}\hat{j}}F^{a}F_{a}+V^{a}_{\hat{i}\hat{j}}F_{a}+V_{a\hat{i}\hat{j}}F^{a},$$

$$\underset{(s)}{B_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}}}=(m+2)\Lambda_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}}+\underset{(s)}{B_{\hat{i}}}\lambda_{\hat{j}\hat{k}}-\underset{(s)}{B_{\hat{j}}}\lambda_{\hat{i}\hat{k}}-\underset{(s)}{B_{\hat{k}}}\lambda_{\hat{i}\hat{j}}-2A_{\hat{j}\hat{k}}\underset{(s)}{V_{\hat{i}}}+2(m+2)\bar{A}_{\hat{j}\hat{k}}A_{\hat{i}\hat{\ell}}F^{\hat{\ell}},$$

$$\underset{(s)}{B_{\hat{i}\hat{j}}}=A^{\hat{p}\hat{q}}A^{\hat{r}\hat{s}}\underset{(s)}{B_{\hat{i}\hat{p}\hat{r}}}\underset{(s)}{B_{\hat{j}\hat{q}\hat{s}}},\quad \underset{(s)}{B_{\hat{i}\hat{k}}}B^{\hat{k}\hat{j}}=\delta^{\hat{j}}_{\hat{i}},$$

$$\underset{(s)}{W^{\hat{i}}}=-\underset{(s)}{B^{\hat{i}\hat{j}}}A^{\hat{p}\hat{r}}A^{\hat{q}\hat{s}}\underset{(s)}{B_{\hat{j}\hat{p}\hat{q}}}\underset{(s)}{L_{\hat{r}\hat{s}}},\quad \nabla\underset{(s)}{W^{\hat{i}}}\equiv\underset{(s)}{W^{\hat{i}}}\omega_{n}^{n}-\omega_{n}^{\hat{i}}.$$

7 Зак. 806

Учитывая предыдущее замечание, нетрудно построить объекты: $\mathcal{L}_{ab}$, $\underset{(S)}{V}_a$, L, $q_{\hat k}$, $\Gamma^a_{\hat i b}$, $V_{\hat i ab}$, $V^{\hat i}_{ab}$, L_{ab}, B_{abc}, B_{ab}, B^{ab}, W^a.

5. С распределением на гиперповерхности ассоциируются следующие пучки прямых, определяемые точкой A_0 и точками

$$\underset{(v)}{P} = A_n + \underset{(v)}{P}{}^a A_a + P^{\hat i} A_{\hat i}\,,\ \underset{(S,t)}{F} = A_n + \underset{(S,t)}{F}{}^a A_a + \underset{(S,t)}{F}{}^{\hat i} A_{\hat i}\,,\ \underset{(S)}{W} = A_n + \underset{(S)}{W}{}^a A_a + \underset{(S)}{W}{}^{\hat i} A_{\hat i}\,,$$

которые назовем соответственно нормалями Фосса [2], нормалями Фубини и директрисами Вильчинского [1]. Распределение Δ_m порождает два пучка, соприкасающихся гиперквадрик гиперповерхности. Их уравнения относительно локального репера имеют соответственно вид

$$A_{\hat i\hat j} x^{\hat i}x^{\hat j} + A_{ab}x^a x^b + \frac{2}{m+2}\underset{(S)}{V}_{\hat i}\, x^{\hat i} x^n + \frac{2}{n-m+1}\underset{(S)}{V}_a\, x^a x^n + \Big(\underset{(S)}{\hat L}_0 + \alpha\big(\underset{(S)}{L}_0 - \underset{(S)}{\hat L}_0\big)\Big)x^{n^2} = 2x^0x^n,$$

где

$$\underset{(S)}{\hat L}_0 = \frac{1}{m+2}\underset{(S)}{\hat L} - P^a q_a - \frac{2}{n-m+1}P^a \underset{(S)}{V}_a - A_{ab}P^aP^b,$$

$$\underset{(S)}{L}_0 = \frac{1}{n-m+1}\underset{(S)}{L} - P^{\hat k} q_{\hat k} - \frac{2}{m+2}P^{\hat k}\underset{(S)}{V}_{\hat k} - A_{\hat i\hat j}P^{\hat i}P^{\hat j}.$$

Относительно соприкасающихся гиперквадрик π_m и π^1_{n-m-1} полярно сопряжены.

Библиографический список

1. Л а п т е в Г.Ф. Гиперповерхность в пространстве проективной связности // ДАН СССР. М., 1958. Т. 121. № 1. С. 41–44.

2. Б л а г о н р а в о в В.В. Распределения на гиперповерхностях аффинного пространства // Автореферат канд. дис. / МГПИ им. В.И. Ленина. М., 1985. 13с.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР
Вып. 19 1988

УДК 514.75

О ГРАДИЕНТНОМ ВЕКТОРНОМ ПОЛЕ, ОРТОГОНАЛЬНОМ СЕКУЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

В.П. Т о л с т о п я т о в
(Свердловский пединститут)

В работе рассматривается случай градиентного поля, заданного на гладкой поверхности евклидова пространства, ортогонального соответствующей секущей поверхности.

1. Присоединим к поверхности V_p подвижной репер $R^x = \{x, \vec e_i, \vec e_\alpha\}$, где $x \in V_p$, векторы $\vec e_i$ ($i = 1, 2, \dots, p$) лежат в касательном [1],[2] пространстве $T_x(V_p)$ к поверхности в точке x, а векторы $\vec e_\alpha$ ($\alpha = p+1, \dots, n$) образуют базис нормального пространства $N_x(V_p)$ к поверхности V_p. Деривационные формулы репера R^x:

$$d\vec x = \omega^i \vec e_i;\ d\vec e_i = \omega_i^j \vec e_j + \omega_i^\alpha \vec e_\alpha;\ d\vec e_\alpha = \omega_\alpha^j \vec e_j + \omega_\alpha^\beta \vec e_\beta. \qquad (1)$$

При этом внешние формы, участвующие в формулах (1), удовлетворяют известным уравнениям структуры пространства E_n. Поверхность V_p в репере R^x определяется системой дифференциальных уравнений $\omega^\alpha = 0$, продолжая которую, получим

$$\omega_i^\alpha = b_{ij}^\alpha \omega^j; \quad b_{ij}^\alpha = b_{ji}^\alpha. \qquad (2)$$

Величины b_{ij}^α образуют второй фундаментальный тензор поверхности. Функции $g_{ij} = \vec e_i \cdot \vec e_j$ – компоненты первого основного тензора поверхности [3].

Пусть на поверхности V_p задано векторное поле $\vec\xi$:

$$\vec\xi = \xi^i \vec e_i. \qquad (3)$$

Вместе с векторным полем на поверхности V_p определяется поле аффинора $\mu_i^k = \nabla_{\vec e_i}\xi^k$, образованного ковариантными производными координат векторного поля $\vec\xi$.

Векторному полю $\vec\xi$ на гладкой поверхности V_p соответствует секущая поверхность $\bar V(\vec\xi)$ 1-распределения $\Delta_1 = \Delta(\vec\xi)$,