$SL(n,\mathbb{C})^{\Phi}$, соответствующая автоморфизму (24) алгебры $\mathfrak{sl}(n,\mathbb{C})$, изоморфна группе

$$S(U(p_1,q_1)\times\cdots\times U(p_s,q_s)).$$

Рассмотрим автоморфизм вещественной алгебры Ли $\mathfrak{sl}(n,\mathbb{C})$, являющийся произведением дифференциала автоморфизма (I3) и сопряжения (23):

$$B\longrightarrow T\bar{B}T^{-1},$$

где T есть матрица (I6). Матрицы B подалгебры $\mathfrak{h}$ находятся из уравнений

$$BT=T\bar{B}.$$

Группа $SL(n,\mathbb{C})^{\Phi}$ имеет вид

$$S(\underline{GL}(n_1)\times\cdots\times \underline{GL}(n_p)\times GL(m,\mathbb{R})\times U^*(2m_2)),$$

где $\underline{GL}(n_i)$ есть группа, состоящая из матриц

$$V(n_i)=(W(n_i),\bar{W}(n_i),\quad W(n_i)\in GL(n_i\,\mathbb{C})$$

и изоморфная группе $GL(n_i,\mathbb{C})$.

Литература.

I. Феденко А.С., Пространства, определяемые эндоморфизмами групп Ли (Φ-пространства). Тр. геом. семинара. Ин-т науч. инф. АН СССР, I973, 4, 23I-267.

2. Хелгасон С., Дифференциальная геометрия и симметрические пространства. М., Мир, I964.

3. Картан Э., Геометрия групп Ли и симметрические пространства. М., ИЛ, I949.

4. Дьёдонне Ж., Геометрия классических групп. М., Мир, I974.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР
Вып. 5 1974

Фунтикова Т.П.

ВЫРОЖДЕННЫЕ КОНГРУЭНЦИИ $(P\mathcal{L})_{2,1}$.

В трехмерном эквиаффинном пространстве рассматриваются вырожденные конгруэнции $(P\mathcal{L})_{2,1}$ пар фигур $\{P,\mathcal{L}\}$, где P - точка, $\mathcal{L}$ -прямая [I]. Каждой точке P поверхности (P) соответствует единственная прямая $\mathcal{L}$ линейчатой поверхности $(\mathcal{L})$, полным прообразом которой является линия $\Gamma_{\mathcal{L}}$ на поверхности (P). Из рассмотрения исключаются конгруэнции $(P\mathcal{L})_{2,1}$ с цилиндрической поверхностью $(\mathcal{L})$, а также случаи, когда прямая $\mathcal{L}$ инцидентна касательной плоскости к поверхности (P) в точке P и когда точка пересечения прямой $\mathcal{L}$ с касательной плоскостью к поверхности (P) в точке P принадлежит касательной к линии $\Gamma_{\mathcal{L}}$ в точке P.

Указаны ряд свойств конгруэнции $(P\mathcal{L})_{2,1}$. Подробно исследованы конгруэнции $(P\mathcal{L})_{2,1}$, у которых линии $\Gamma_{\mathcal{L}}$ являются асимптотическими линиями на поверхности (P).

§I. Геометрическая характеристика конгруэнции $(P\mathcal{L})_{2,1}$.

I. Канонический репер конгруэнции $(P\mathcal{L})_{2,1}$.

Присоединим к каждой паре фигур $\{P,\mathcal{L}\}$ конгруэнции $(P\mathcal{L})_{2,1}$

подвижный репер $R=\{A,\bar{e}_1,\bar{e}_2,\bar{e}_3\}$ следующим образом: вершину A репера поместим в текущую точку P поверхности (P), векторы $\bar{e}_1,\bar{e}_2$ расположим в касательной плоскости к поверхности (P), конец вектора $\bar{e}_1$ совместим с точкой пересечения касательной плоскости к поверхности (P) в точке P с соответствующей прямой $\mathcal{L}$ линейчатой поверхности $(\mathcal{L})$, вектор $\bar{e}_2$ направим по касательной к линии $\Gamma_{\mathcal{L}}$ в точке P, а вектор $\bar{e}_3$ -параллельно прямой $\mathcal{L}$, причем конец вектора $\bar{e}_3$ совместим с фокальной точкой луча прямолинейной конгруэнции $(A,\bar{e}_3)$.

Деривационные формулы репера R имеют вид:

$$d\bar{A}=\omega^{\alpha}\bar{e}_{\alpha},\quad d\bar{e}_{\alpha}=\omega_{\alpha}^{\beta}\bar{e}_{\beta},\ (\alpha;\beta,\gamma=1,2,3),\tag{1.1}$$

причем формы Пфаффа удовлетворяют уравнениям структуры

$$\mathcal{D}\omega^{\alpha}=\omega^{\beta}\wedge\omega_{\beta}^{\alpha},\quad \mathcal{D}\omega_{\alpha}^{\beta}=\omega_{\alpha}^{\gamma}\wedge\omega_{\gamma}^{\beta},\tag{1.2}$$

и условию эквиаффинности

$$\omega_1^1+\omega_2^2+\omega_3^3=0.\tag{1.3}$$

Так как многообразие (P) точек P -двумерное, то в силу выбора репера

$$\operatorname{rang}\{\omega^1,\omega^2\}=2,$$

то есть

$$\omega^1\wedge\omega^2\neq 0.\tag{1.4}$$

Примем формы Пфаффа ω^1,ω^2 за независимые первичные формы конгруэнции $(P\mathcal{L})_{2,1}$

Конгруэнции $(P\mathcal{L})_{2,1}$ определяются замкнутой системой дифференциальных уравнений

$$\begin{gathered}cq-s-p=0,\\ q\,dc+c\,dq-ds-dp=0,\\ \omega^3=0,\ \omega_1^1=(a-1)\omega^1,\ \omega_1^2=b\omega^1-\omega^2,\ \omega_3^2=c\omega^1,\\ \omega_1^3=k\omega^1+l\omega^2,\ \omega_2^3=l\omega^1+m\omega^2,\ \omega_2^1=p\omega^1+q\omega^2,\\ \omega_2^2=n\omega^1+s\omega^2,\ \omega_3^1=-\omega^1,\end{gathered}\tag{1.5}$$

$$\Delta a\wedge\omega^1=0,\ \Delta b\wedge\omega^1=0,\ \Delta c\wedge\omega^1=0,\ \Delta k\wedge\omega^1+$$

$$+\Delta l\wedge\omega^2=0,\ \Delta l\wedge\omega^1+\Delta m\wedge\omega^2=0,\ \Delta p\wedge\omega^1+$$

$$+\Delta q\wedge\omega^2=0,\quad \Delta n\wedge\omega^1+\Delta s\wedge\omega^2=0,$$

где

$$\begin{aligned}&\Delta a=da+(ap+bq+l)\omega^2,\\ &\Delta b=db+(bp-a-lc+bs)\omega^2,\\ &\Delta c=dc+(cp+1+2sc)\omega^2,\\ &\Delta k=dk+(2al+2ln+bm-ks+kp)\omega^2,\\ &\Delta l=dl,\\ &\Delta m=dm+(kq-3nm-am-2l(p-s))\omega^1,\\ &\Delta p=dp+(p^2-ps+m)\omega^2,\end{aligned}$$

$$\Delta q = dq + (a-2-2n)\, q\, \omega^1,$$

$$\Delta n = dn + (np - p - bq)\, \omega^2,$$

$$\Delta s = ds + (cm - s - sn)\, \omega^1.$$

Исследуя систему уравнений (I.5), приходим к следующей теореме.

Т е о р е м а I.I. Конгруэнции $(P\mathcal{X})_{2,1}$ существуют и определяются с произволом двух функций двух аргументов.

2. Геометрические образы, ассоциированные с конгруэнцией $(P\mathcal{X})_{2,1}$.

Введем следующие обозначения

$$\bar{A}_\alpha = \bar{A} + \bar{e}_\alpha. \tag{1.6}$$

I/Прямолинейная конгруэнция (AA_1).

Фокусы F_1^i $(i,j=1,2)$ луча этой конгруэнции и соответствующие им фокальные семейства определяются формулами:

$$\bar{F}_1^1 = \bar{A}, \quad \omega^2 = 0, \tag{1.7}$$

$$\bar{F}_1^2 = \bar{A} + \frac{k}{\ell b + k}\, \bar{e}_1, \quad \omega_1^3 = 0. \tag{1.8}$$

2/Прямолинейная конгруэнция (AA_2).

Фокусы F_2^i луча AA_2 конгруэнции (AA_2) и соответствующие им фокальные семейства определяются формулами:

$$\bar{F}_2^1 = \bar{A}, \quad \omega^1 = 0, \tag{1.9}$$

$$\bar{F}_2^2 = \bar{A} + \frac{m}{q\ell - pm}\, \bar{e}_2, \quad \omega_2^3 = 0. \tag{1.10}$$

3/Прямолинейная конгруэнция (AA_3).

Фокальные семейства этой конгруэнции и собственный фокус её луча определяются формулами:

$$(c\omega^1 + \omega^2)\,\omega^1 = 0, \tag{1.11}$$

$$\bar{F} = \bar{A} + \bar{e}_3. \tag{1.12}$$

4/Касательная плоскость к поверхности $(\mathcal{X})$ в точке A_1 задается уравнением

$$b(x^1 - 1) - a x^2 = 0. \tag{1.13}$$

5/Деривационные формулы канонического репера линии $\Gamma_{\mathcal{X}}$ имеют вид:

$$\frac{dA}{ds} = \bar{e}_2, \quad \frac{d\bar{e}_1}{ds} = -\bar{e}_2 + \hat{\ell}\,\bar{e}_3,$$

$$\frac{d\bar{e}_2}{ds} = \hat{q}\,\bar{e}_1 + \hat{s}\,\bar{e}_2 + \hat{m}\,\bar{e}_3, \quad \frac{d\bar{e}_3}{ds} = -\hat{s}\,\bar{e}_3, \tag{1.14}$$

где

$$ds = (\omega^2)_{\omega^1=0}, \quad \hat{q} = (q)_{\omega^1=0},$$

$$\hat{s} = (s)_{\omega^1=0}, \quad \hat{m} = (m)_{\omega^1=0}, \quad \hat{\ell} = (\ell)_{\omega^1=0}. \tag{1.15}$$

Соприкасающаяся плоскость α линии $\Gamma_{\mathcal{X}}$ задается уравнением

$$x^1 \hat{m} - x^3 \hat{q} = 0. \tag{1.16}$$

3. Некоторые геометрические свойства конгруэнции $(P\mathcal{X})_{2,1}$

Обозначим через ℓ линию пересечения касательной плоскости к поверхности (A) в точке A с касательной плоскостью к поверхности $(\mathcal{X})$ в точке A_1. Рассмотрим торс прямолинейной конгруэнции (AA_1) соответствующий фокальной поверхности (F_1^2). Так как

$$(d\bar{A}_1)_{\omega_1^3=0}=\omega^1(a\bar{e}_1+b\bar{e}_2), \tag{1.17}$$

то касательная к линии, высекаемой этим торсом на поверхности (A_1), определяется направляющим вектором $a\bar{e}_1+b\bar{e}_2$.

Из формул (I.6)-(I.17) непосредственно вытекают следующие свойства конгруэнции $(P\mathcal{X})_{2,1}$:

1/ Прямолинейные конгруэнции $(AA_2),(AA_3)$ имеют по одному семейству соответствующих торсов (семейству $\omega^1=0$).

2/ Касательная плоскость к фокальной поверхности $(F\ )$ проходит через прямую ℓ – касательную к линии $\Gamma_{\mathcal{X}}$ в точке A.

3/ Торс $\omega^1=0$ прямолинейной конгруэнции (AA_3) является цилиндрической поверхностью.

4/ Торсы $\omega_1^3=0$ прямолинейной конгруэнции (AA_1) высекают на поверхности (A_1) линии, касательные к которым в точке A_1 являются прямыми ℓ'.

Т е о р е м а I.2. Если соприкасающаяся плоскость α линии $\Gamma_{\mathcal{X}}$ в точке A параллельна соответствующей прямой $\mathcal{X}$, то линия $\Gamma_{\mathcal{X}}$ – плоская.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Из (I.16) следует, что плоскость α параллельна прямой $\mathcal{X}$ при

$$\hat{q}=0. \tag{1.18}$$

Из (I.18) имеем:

$$((d^{(n)}\bar{A})_{\omega^1=0},(d\bar{A})_{\omega^1=0},(d^2\bar{A})_{\omega^1=0})=((d^{(n)}\bar{A})_{\omega^1=0},\bar{e}_2,\bar{e}_3)=0,$$
$(n=1,2,3\dots)$,

т.е. линия $\Gamma_{\mathcal{X}}$ – плоская, причем она располагается в координатной плоскости $\{A,\bar{e}_2,\bar{e}_3\}$.

Т е о р е м а I.3. Если касательная плоскость к индикатрисе вектора $\bar{e}_1$ параллельна касательной плоскости к поверхности (A) в точке A, то поверхности (A) и $(\mathcal{X})$ – конусы с вершиной в точке A_1.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Касательная плоскость к индикатрисе вектора $\bar{e}_1$ параллельна касательной плоскости к поверхности (A) в точке A, если

$$k=0,\ \ell=0. \tag{1.19}$$

Учитывая (I.19) в замкнутой системе дифференциальных уравнений (I.5) находим:

$$b=0. \tag{1.20}$$

Подставляя (I.20) в систему (I.5) имеем:

$$a=0. \tag{1.21}$$

В силу уравнений (I.19)-(I.21) получаем:

$$(d\bar{A})_{\omega^2=0}=\omega^1\bar{e}_1,\quad (d\bar{e}_1)_{\omega^2=0}=-\omega^1\bar{e}_1, \tag{1.22}$$

то есть (A) -линейчатая поверхность с образующей AA_1.
Так как

$$d\bar{A}_1 = 0, \qquad (1.23)$$

то (A) и $(\mathcal{X})$ -конические поверхности. Теорема доказана.

Т е о р е м а I.3. Если поверхность $(\mathcal{X})$-торс с точкой ребра возврата A_1, то координатные линии на поверхности (A) сопряжены.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Поверхность $(\mathcal{X})$-торс, если выполняется

$$ac + b = 0. \qquad (1.24)$$

Точкой ребра возврата при этом является точка

$$\bar{K} = \bar{A}_1 + a\bar{e}_3. \qquad (1.25)$$

Точка A_1 является точкой ребра возврата торса $(\mathcal{X})$ при

$$a = 0. \qquad (1.26)$$

Учитывая (I.24), (I.26) в системе (I.5) получаем:

$$\ell = 0. \qquad (1.27)$$

Уравнение асимптотических линий на поверхности (A) имеет вид:

$$k(\omega^1)^2 + 2\ell\omega^1\omega^2 + m(\omega^2)^2 = 0. \qquad (1.28)$$

Из (I.27) и (I.28) следует справедливость утверждения.

Т е о р е м а I.4. Если касательная плоскость к индикатрисе вектора $\bar{e}_2$ параллельна плоскости векторов $\bar{e}_2, \bar{e}_3$, то поверхность (A) -линейчатая с образующими $\Gamma_{\mathcal{X}}$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Касательная плоскость к индикатрисе вектора $\bar{e}_2$ параллельна плоскости векторов $\bar{e}_2, \bar{e}_3$, если

$$p = 0, \quad q = 0. \qquad (1.29)$$

Учитывая условие (I.29) в замкнутой системе дифференциальных уравнений (I.5), получаем

$$m = 0. \qquad (1.30)$$

Из (I.30) и (I.29) следует, что

$$(d\bar{A})_{\omega^1=0} = \omega^2\bar{e}_2, \quad (d\bar{e}_2)_{\omega^1=0} = s\bar{e}_2,$$

т.е. линии $\Gamma_{\mathcal{X}}$ на поверхности (A) -прямые (поверхность (A)-линейчатая), что и требовалось доказать.

§2. Конгруэнции $(P\mathcal{X})^1_{2,1}$.

О п р е д е л е н и е 2.I. Конгруэнцией $(P\mathcal{X})^1_{2,1}$ называется конгруэнция $(P\mathcal{X})_{2,1}$, у которой линия $\Gamma_{\mathcal{X}}$ является асимптотической линией на поверхности (A).

Т е о р е м а 2.I. Конгруэнции $(P\mathcal{X})^1_{2,1}$ существуют и определяются с произволом одной функции двух аргументов.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Из (I.28) следует, что линия $\Gamma_{\mathcal{X}}$ является асимптотической линией на поверхности (A), если

$$m = 0. \qquad (2.1)$$

Анализируя замкнутую систему дифференциальных уравнений (I.5) с учетом условия (2.I), убеждаемся в справедливости теоремы.

Т е о р е м а 2.2. Конгруэнции $(P\mathcal{X})^1_{2,1}$ обладают следующими свойствами: I/ поверхности (A) и (A_1) имеют по одному семейству соответствующих асимптотических линий, 2/если точка A_1 является характеристической точкой координатной плоскости $\{A, \bar{e}_1, \bar{e}_3\}$, то асимптотические линии на поверхностях (A) и (A_1) соответствуют.

Доказательство. 1/Из (1.5) следует:

$$\Delta a = \alpha \omega^1, \quad \Delta b = \beta \omega^1. \qquad (2.2)$$

Уравнения асимптотических линий на поверхностях (A) и (A_1) имеют соответственно вид:

$$\omega^1 [k \omega^1 + 2 \ell \omega^2] = 0, \qquad (2.3)$$

$$\omega^1 [(a\beta - b\alpha - abn + akc + ba - b^2 p + bk)\omega^1 + 2\ell(ac + b)\omega^2] = 0. \qquad (2.4)$$

Из (2.3),(2.4) следует, что поверхности (A) и (A_1) имеют по одному семейству соответствующих асимптотических линий.

2/Точка A_1 является характеристической точкой плоскости $\{A, \bar{e}_1, \bar{e}_3\}$, если

$$b = 0 \qquad (2.5)$$

Из (2.2)-(2.5) следует, что асимптотические линии на поверхностях (A) и (A_1) в этом случае соответствуют.

Определение 2.2. Конгруэнцией $(P\mathcal{L})^2_{2,1}$ называется конгруэнция $(P\mathcal{L})^1_{2,1}$, у которой 1/сеть асимптотических линий на поверхности (A) совпадает с координатной сетью, 2/точка A_1 является характеристической точкой плоскости $\{A, \bar{e}_1, \bar{e}_3\}$.

Теорема 2.3. Конгруэнции $(P\mathcal{L})^2_{2,1}$ существуют и определяются с произволом одной функции одного аргумента.

Доказательство. Из (2.3) следует, что сеть асимптотических линий на поверхности (A) совпадает с координатной сетью, если

$$k = 0. \qquad (2.6)$$

Из (2.6),(2.1) и (1.5) имеем:

$$\omega_1^3 = \ell \omega^2, \quad \omega_2^3 = \ell \omega^1. \qquad (2.7)$$

Осуществляя частичное продолжение подсистемы (2.7), получим:

$$d\ell = 2\ell(-\omega_3^3 + \omega^1 - p\omega^2). \qquad (2.8)$$

Второе условие определения 2.2 выполняется при

$$b = 0. \qquad (2.9)$$

Учитывая (2.9) в уравнении $\Delta b \wedge \omega^1 = 0$ системы (1.5), получаем

$$a + \ell c = 0. \qquad (2.10)$$

Подставляя (2.10) в уравнение $\Delta a \wedge \omega^1 = 0$ той же системы, приходим к конечному соотношению

$$1 + cp = 0. \qquad (2.11)$$

Из (2.11),(2.8) и (1.5) следует

$$dp = (-q - p^2)\omega^2 + p\omega_2^2 + \ell\omega^1. \qquad (2.12)$$

Продолжая (2.12), находим:

$$q = 0. \qquad (2.13)$$

Таким образом, замкнутая система дифференциальных уравнений, определяющая конгруэнцию $(P\mathcal{L})^2_{2,1}$, имеет следующий вид:

$$\omega^3 = 0, \quad \omega_1^1 = \left(\frac{\ell}{p} - 1\right)\omega^1, \quad \omega_1^2 = -\omega^2, \quad \omega_3^2 = -\frac{1}{p}\omega^1,$$
$$\omega_3^1 = -\omega^1, \quad \omega_1^3 = \ell\omega^2, \quad \omega_2^3 = \ell\omega^1, \quad \omega_2^1 = p\omega^1, \qquad (2.14)$$

$$\omega_2^2 = n\omega^1 - p\,\omega^2,$$
$$dp = p\omega_2^2 - p^2\omega^2 + \omega_2^3, \qquad (2.14)$$
$$dl = 2l\,[\omega^1 - \omega_3^3 - p\,\omega^2],$$
$$\Delta n \wedge \omega^1 = 0.$$

Из (2.14) следует, что конгруэнции $(P\mathcal{L})^2_{2,1}$ существуют с произволом одной функции одного аргумента.

Т е о р е м а 2.4. Конгруэнции $(P\mathcal{L})^2_{2,1}$ обладают следующими свойствами: 1/каждая из поверхностей (A), $(\mathcal{L})$ является одной и той же линейчатой квадрикой Q, 2/проекция направляющего вектора аффинной нормали к поверхности $(\mathcal{L})$ в точке A_1 на касательную плоскость к поверхности (A) в точке A принадлежит касательной к линии, высекаемой торсом $C\omega^1 + \omega^2 = 0$ прямолинейной конгруэнции (AA_3) на поверхности (A), 3/центр квадрики Q проектируется: параллельно плоскости $x^1 = 0$ на прямую AA_1 в середину отрезка AA_1, параллельно плоскости $x^2 = 0$ на прямую AA_2 в середину отрезка, отсекаемого характеристикой плоскости $\{A, \bar{e}_2, \bar{e}_3\}$ от прямой AA_2, параллельно плоскости $x^3 = 0$ на прямую $\mathcal{L}$ в середину отрезка A_1M, где M такая точка прямой $\mathcal{L}$, что касательная к линии (M) параллельна характеристике плоскости $\{A, \bar{e}_2, \bar{e}_3\}$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Точка A и соответствующая ей прямая $\mathcal{L}$ принадлежат квадрике

$$Q \equiv -l x^1 x^2 + x^3 - x^1 x^3 + p x^2 x^3 = 0. \qquad (2.15)$$

Дифференцируя (2.15) с помощью уравнений стационарности точки

$$dx^\alpha = -x^\beta \omega_\beta^\alpha - \omega^\alpha, \qquad (2.16)$$

убеждаемся, что Q —инвариантная квадрика.

$$dQ = \left(\frac{l}{p}\omega^1 + n\omega^2 - 2p\omega^2\right) Q. \qquad (2.17)$$

Прямые AA_1, AA_2 являются прямолинейными образующими квадрики Q, т.е. поверхности (A) и $(\mathcal{L})$ являются одной и той же квадрикой.

2/Аффинная нормаль к поверхности $(\mathcal{L})$ в точке A_1 определяется направляющим вектором

$$\bar{\eta} = p\bar{e}_1 + \bar{e}_2 - l\bar{e}_3. \qquad (2.18)$$

Касательная к линии, высекаемой торсом $C\omega^1 + \omega^2 = 0$ прямолинейной конгруэнции (AA_3) на поверхности (A), определяется направляющим вектором

$$\bar{\nu} = \bar{e}_1 + \frac{1}{p}\bar{e}_2. \qquad (2.19)$$

Из (2.18), (2.19) следует справедливость данного утверждения.

3/Центр квадрики Q определяется точкой

$$\bar{O} = \bar{A} + \frac{1}{2}\left(\bar{e}_1 - \frac{1}{p}\bar{e}_2 + \frac{l}{p}\bar{e}_3\right). \qquad (2.20)$$

Характеристика плоскости $\{A, \bar{e}_2, \bar{e}_3\}$ есть прямая

$$1 + x^2 p - x^3 = 0, \quad x^1 = 0, \qquad (2.21)$$

которая пересекает прямую AA_2 в точке

$$\bar{N} = \bar{A} - \frac{1}{p}\bar{e}_2 \qquad (2.22)$$

Точка M прямой $\mathcal{L}$, в которой касательная к линии (M) параллельна прямой (2.21), определяется следующим образом:

$$\bar{M} = \bar{A}_1 + \frac{\ell}{p}\bar{e}_3 \qquad (2.23)$$

Из (2.22),(2.23) вытекает справедливость утверждения.

Теорема доказана.

Литература

I.Малаховский В.С.,О вырожденных конгруэнциях пар фигур в трехмерном проективном пространстве."Дифференциальная геометрия многообразий фигур",вып.3,I973,4I-49.

2.Фиников С.П.,Теория конгруэнций.ГИТТЛ,М.,I950.

3.Скрыдлова Е.В.,О вырожденных конгруэнциях линейных пар фигур.Материалы IУ Прибалтийской геометрической конференции.Тарту,I973,II6- II8.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР
Вып.5 1974

Хляпова Е.А.

О МНОГООБРАЗИЯХ $\{K+1, K, n\}$ В n-МЕРНОМ АФФИННОМ ПРОСТРАНСТВЕ.

В n-мерном аффинном пространстве A_n рассматривается $\frac{n+1}{2}$ – мерное многообразие пар фигур, порожденных $\frac{n-1}{2}$-плоскостью и квадратичным элементом–многообразие $\{K+1, K, n\}$ при $K = \frac{n-1}{2}$ [I].
По аналогии с односторонним аффинным расслоением пар конгруэнций в A_3 [2] вводится одностороннее аффинное расслоение семейств плоскостей в A_n и рассматриваются аффинные связности, ассоциированные с многообразием $\{K+1, K, n\}$.

§I. Ассоциированные аффинные связности.

Рассмотрим в n-мерном аффинном пространстве A_n многообразие $\{K+1, K, n\}$ т.е. многообразие пар фигур $\{F_1, F_2\}$, где F_1-центральный квадратичный элемент, а F_2 - K-плоскость, не инцидентная гиперплоскости квадратичного элемента, причем K-плоскости F_2 образуют $(K+1)$-параметрическое семейство, а многообразие центральных квадратичных