V.V. K o n n o v

THE CRITERION of CUBIC HYPERSURFACES

The *algebraization problem* for a smooth submanifold in a projective space is to find a differential-geometric criterion at which the given submanifold in a projective space becomes some algebraic variety (or some submanifolds in a projective space belong to one algebraic variety). In this work the differential-geometric criterion of cubic hypersurfaces has been found. For a smooth hypersurface V in a projective space P^n the manifold $V\times V\setminus diag(V\times V)$ of pairs of its various points is considered. The three-valence covariant symmetrical tensor C_{ijk} on the manifold $V\times V\setminus diag(V\times V)$ is constructed. The equality to zero of the tensor C_{ijk} is the criterion of cubic hypersurfaces. The found criterion can be applied when it is necessary to prove that two or more hypersurfaces belong to one cubic hypersurface. This criterion contains only derivatives not exceeding the third order and he can be easily applied in practice.

УДК 514.75

РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НА РЕГУЛЯРНОЙ ГИПЕРПОЛОСЕ АФФИННОГО ПРОСТРАНСТВА

И.Е. Л и с и ц ы н а

(Балтийский военно-морской институт)

Дано задание регулярной гиперполосы SH_m, базисная поверхность которой несет сопряженную пару $S(\Delta,\Delta^*)$ распределений: распределение Δ r-мерных линейных элементов и распределение Δ^* s-мерных линейных элементов (s=m-r). Рассмотрены аналитические условия и геометрическая интерпретация голономности распределений. С помощью фокальных образов, ассоциированных с распределениями Δ и Δ^*, найдено поле инвариантных нормалей 2-го рода гиперполосы SH_m, которое названо полем ребер Грина. Построено поле нормалей Фосса 1-го рода гиперполосы $SH_m\subset A_n$, которое сопряжено относительно поля соприкасающихся гиперквадрик гиперполосы SH_m полю ребер Грина.

В работе придерживаемся следующей схемы индексов: $p,q,t,...=\overline{1,r}$; $a,b,c,...=\overline{r+1,m}$; $\alpha,\beta,\gamma,...=\overline{m+1,n-1}$; $\hat\alpha,\hat\beta,\hat\gamma,\ldots=\overline{m+1,n}$; $i,j,k,...=\overline{1,m}$; $A,B,C,...=\overline{1,r},\ \overline{m+1,n-1}$; $u,v,w,...=\overline{r+1,n-1}$; $Y,J,K,...=\overline{1,n}$.

§ 1.Задание сопряженной пары $S(\Delta,\Delta^*)$ распределений на регулярной гиперполосе SH_m

Рассмотрим n-мерное аффинное пространство A_n со структурными уравнениями.

$$D\omega^Y = \omega^L \wedge \omega_L^Y,\ D\omega_Y^K = \omega_Y^L \wedge \omega_L^K, \tag{1.1}$$

отнесенное к подвижному реперу, состоящему из точки A_0 и n векторов $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_n$. Инфинитезимальное перемещение такого репера определяется дифференциальными уравнениями

$$dA_0 = \omega^y \vec{e}_y,\quad d\vec{e}_Y = \omega_Y^K \vec{e}_K. \tag{1.2}$$

Пусть в пространстве A_n задана m- мерная гиперполоса H_m с базисной поверхностью V_m. Предположим, что поверхность V_m несет двухкомпонентную неприводимую сопряженную систему $S(\Delta,\Delta^*)$ [1]. Это означает: а) в каждой точке А поверхности V_m существует пара сопряженных направлений Δ и Δ^* соответственно размерностей r и s (r+s=m), линейная оболочка которых совпадает с касательной плоскостью T_m; б) направления Δ и Δ^* не содержат полных сопряженных подсистем или асимптотических направлений.

Присоединим к точке А поверхности V_m, несущей сопряженную систему $S(\Delta,\Delta^*)$, подвижной репер, совместив его вершину A_0 с точкой А, векторы $\{\vec{e}_p\}$ расположим в плоскости Δ, $\{\vec{e}_a\}$ в плоскости Δ^*, а векторы $\{\vec{e}_\alpha\}$ поместим в характеристику $\chi_{n-m-1} \overset{def}{=} \chi$. Так как векторы $\{\vec{e}_p, \vec{e}_a\}$ мы расположили в касательной плоскости T_m к поверхности V_m, то имеют место равенства

$$\omega^{\hat{\alpha}} = 0. \tag{1.3}$$

Дифференцируя соотношения (1.3) внешним образом и разрешая по базисным формам ω^p и ω^a, найдем

$$\omega_p^{\hat{\alpha}} = \Lambda_{pq}^{\hat{\alpha}}\omega^q + \Lambda_{pa}^{\hat{\alpha}}\omega^a,\ \omega_a^{\hat{\alpha}} = \Lambda_{aq}^{\hat{\alpha}}\omega^q + \Lambda_{ab}^{\hat{\alpha}}\omega^b,$$

где

$$\Lambda_{pq}^{\hat{\alpha}} = \Lambda_{qp}^{\hat{\alpha}},\ \Lambda_{pa}^{\hat{\alpha}} = \Lambda_{ap}^{\hat{\alpha}},\ \Lambda_{ab}^{\hat{\alpha}} = \Lambda_{ba}^{\hat{\alpha}}.$$

Асимптотические квадратичные формы поверхности V_m принимают при этом вид

$$\phi^{\hat{\alpha}} = \Lambda_{pq}^{\hat{\alpha}}\omega^p\omega^q + 2\Lambda_{pa}^{\hat{\alpha}}\omega^p\omega^a + \Lambda_{ab}^{\hat{\alpha}}\omega^a\omega^b.$$

Направления Δ и Δ^* сопряжены на поверхности V_m , поэтому члены, содержащие произведения $\omega^p\omega^a$, в формах $\phi^{\hat{\alpha}}$ должны отсутствовать. Условия сопряженности этих направлений принимают вид:

$$\Lambda_{pa}^{\hat{\alpha}} = 0. \tag{1.4}$$

Следовательно, для форм $\omega_p^{\hat{\alpha}}$ и $\omega_a^{\hat{\alpha}}$ мы получаем выражения

$$\omega_p^{\hat{\alpha}} = \Lambda_{pq}^{\hat{\alpha}}\omega^q,\quad \omega_a^{\hat{\alpha}} = \Lambda_{ab}^{\hat{\alpha}}\omega^b. \tag{1.5}$$

Так как при фиксации главных параметров сопряженные плоскости Δ и Δ^* остаются неподвижными, то формы ω_p^a и ω_a^p не должны зависеть от дифференциалов вторичных параметров, и значит их можно записать в виде

$$\omega_p^a = R_{pq}^a\omega^q + R_{pb}^a\omega^b = R_{pi}^a\omega^i,\ \omega_a^p = S_{aq}^p\omega^q + S_{ab}^p\omega^b = S_{ai}^p\omega^i. \quad (1.6)$$

В силу того, что характеристика χ гиперполосы H_m также остается неподвижной при фиксации точки A, аналогично формулам (1.6) можно записать:

$$\omega_\alpha^a = l_{\alpha q}^a\omega^q + l_{\alpha b}^a\omega^b = l_{\alpha i}^a\omega^i,\ \omega_\alpha^p = l_{\alpha q}^p\omega^q\, l_{\alpha b}^p\omega^b = l_{\alpha i}^p\omega^i. \quad (1.7)$$

Продолжение уравнений (1.5), (1.7) и $\omega_\alpha^n = 0$ [2] приводит соответственно к дифференциальным уравнениям:

$$\begin{aligned}
&\nabla\ \Lambda_{pq}^n = \Lambda_{pqi}^n\,\omega^i,\ \nabla\ \Lambda_{ab}^n = \Lambda_{abi}^n\omega^i,\\
&\nabla\ \Lambda_{pq}^\alpha + \Lambda_{pq}^n\omega_n^\alpha = \Lambda_{pqi}^\alpha\omega^i,\ \nabla\ \Lambda_{ab}^\alpha + \Lambda_{ab}^n\omega_n^\alpha = \Lambda_{abi}^\alpha\omega^i,\\
&\nabla\ R_{pq}^a - R_{pb}^a R_{qi}^b\omega^i - l_{\alpha q}^a\Lambda_{pt}^\alpha\omega^t + \Lambda_{pq}^n\omega_n^a = R_{pqi}^a\omega^i,\\
&\nabla\ R_{pb}^a - R_{pt}^a S_{bi}^t\omega^i - l_{\alpha b}^a\Lambda_{pq}^\alpha\omega^q = R_{pbi}^a\omega^i,\\
&\nabla\ S_{aq}^p - S_{ab}^p R_{qi}^b\omega^i - l_{\alpha q}^p\Lambda_{ab}^\alpha\omega^b = S_{aqi}^p\omega^i,\\
&\nabla\ S_{ab}^p - S_{at}^p S_{bi}^t\omega^i - l_{\alpha b}^p\Lambda_{ac}^\alpha\omega^c + \Lambda_{ab}^n\omega_n^p = S_{abi}^p\omega^i, \qquad (1.8)\\
&\nabla\ l_{\alpha p}^a - l_{\alpha b}^a R_{pi}^b\omega^i - R_{tp}^a l_{\alpha i}^t\omega^i,\\
&\nabla\ l_{\alpha b}^a - l_{\alpha t}^a S_{bi}^t\omega^i - R_{pb}^a l_{\alpha i}^p\omega^i = l_{\alpha bi}^a\omega^i,\\
&\nabla\ l_{\alpha q}^p - S_{bq}^p l_{\alpha i}^b\omega^i - l_{\alpha b}^p R_{qi}^b\omega^i = l_{\alpha qi}^p\omega^i,\\
&\nabla\ l_{\alpha a}^p - S_{ba}^p l_{\alpha i}^b\omega^i - l_{\alpha t}^p S_{ai}^t\,\omega^i = l_{\alpha ai}^p\omega^i
\end{aligned}$$

и соотношениям

$$l_{\alpha[q}^p\Lambda_{t]p}^n = 0,\ l_{\alpha[b}^a\Lambda_{c]a}^n = 0,\ \ l_{\alpha q}^a\Lambda_{ab}^n - l_{\alpha b}^p\Lambda_{pq}^n = 0. \quad \text{(I)}$$

Здесь величины $\Lambda_{pqi}^{\hat\alpha}$, $\Lambda_{abi}^{\hat\alpha}$ симметричны по всем нижним индексам, а величины R_{pij}^a, S_{aij}^p, $l_{\alpha ij}^p$- по двум последним нижним индексам. Кроме того, продолжая (1.5), в силу $\Lambda_{pa}^{\hat\alpha} = 0$ имеем

$$\Lambda_{pqa}^{\hat\alpha} = -\Lambda_{ab}^{\hat\alpha}R_{pq}^b - \Lambda_{pt}^{\hat\alpha}S_{aq}^t,\ \Lambda_{abp}^{\hat\alpha} = -\ \Lambda_{ac}^{\hat\alpha}R_{pb}^c - \Lambda_{pq}^{\hat\alpha}S_{ab}^q, \quad (1.9)$$

Из соотношений (1.9) следует

$$\begin{aligned}
&\Lambda_{bc}^{\hat\alpha}R_{pa}^c - \Lambda_{ac}^{\hat\alpha}R_{pb}^c + \Lambda_{pq}^{\hat\alpha}(S_{ba}^q - S_{ab}^q) = 0,\\
&\Lambda_{qt}^{\hat\alpha}S_{ap}^t - \Lambda_{pt}^{\hat\alpha}S_{aq}^t + \Lambda_{ab}^{\hat\alpha}(R_{qp}^b - R_{pq}^b) = 0.
\end{aligned} \quad \text{(II)}$$

Таким образом, гиперполоса H_m, базисная поверхность которой несет двухкомпонентную сопряженную систему $S(\Delta,\Delta^*)$, определяется уравнениями:

$$\begin{gathered}
\omega_\alpha^n = 0,\ \omega^{\hat\alpha} = 0,\\
\omega_p^{\hat\alpha} = \Lambda_{pq}^{\hat\alpha}\omega^q,\ \omega_a^{\hat\alpha} = \Lambda_{ab}^{\hat\alpha}\omega^b,\ \omega_p^a = R_{pi}^a\omega^i, \qquad (1.10)\\
\omega_a^p = S_{ai}^p\omega^i,\ \omega_\alpha^a = l_{\alpha i}^a\omega^i,\ \omega_\alpha^p = l_{\alpha i}^p\omega^i,
\end{gathered}$$

а также уравнениями (1.8) и соотношениями (I),(II). Такие гиперполосы аффинного пространства A_n в дальнейшем будем обозначать SH_m. Геометрический объект $\Gamma_2 = \{\Lambda_{pq}^{\hat\alpha}, \Lambda_{ab}^{\hat\alpha}, R_{pi}^a,\ S_{ai}^p,\ l_{\alpha i}^a,\ l_{\alpha i}^p\}$ является фундаментальным объектом [3] 2-го порядка гиперполосы $SH_m \subset A_n$.

§2. Тензор неголономности сопряженной системы $S(\Delta,\Delta^*)$

1. Найдем условие голономности системы плоских элементов Δ на поверхности V_m. В этом случае система уравнений

$$\omega^a = 0, \tag{2.1}$$

определяющая эти плоские элементы на V_m, является вполне интегрируемой тогда и только тогда, когда

$$R^a_{[pq]} = 0. \tag{2.2}$$

Это условие, таким образом, и является условием голономности системы плоских элементов Δ. Геометрически голономность распределения Δ интерпретируется следующим образом. Базисная поверхность V_m гиперполосы SH_m представляет собой s-параметрическое семейство r- мерных поверхностей V_r, касательными плоскостями которых являются плоские элементы Δ сопряженной системы $S(\Delta,\Delta^*)$.

Система уравнений (2.1), (1.10), (1.8), (I),(II) задает регулярную гиперполосу $H_r \subset A_n$, поле характеристик которой скомпоновано [4], т.е. $\chi_{n-r-1} = [\chi_{n-m-1}, \Delta^*]$. С другой стороны, базисная поверхность V_m представляет собой тангенциально вырожденную поверхность V^r_m ранга r. Эти же уравнения определяют тангенциально вырожденную гиперполосу CH^r_m, характеристика которой в каждом центре A распадается на две плоскости χ и Δ^* [5].

2. Аналогично всякая интегральная кривая распределения Δ^* удовлетворяет системе

$$\omega^a = 0, \tag{2.3}$$

которая является вполне интегрируемой тогда и только тогда, когда

$$S^p_{[ab]} = 0. \tag{2.4}$$

Условие (2.4) является условием голономности системы плоских элементов Δ^*. Геометрически голономность плоских элементов Δ^* означает, что базисная поверхность V_m гиперполосы SH_m представляет собой тангенциально вырожденную поверхность V^s_m. Система уравнений (2.3), (1.10), (1.8), (I), (II) задает в общем случае тангенциально вырожденную гиперполосу CH^s_m с распадающимся полем характеристик [5]. С другой стороны, эта система определяет регулярную гиперполосу $H_s \subset A_n$ с распадающимся [4] полем характеристик $\chi_{n-s-1} = [\chi_{n-m-1}, \Delta]$.

3.Тензоры $\{R^a_{[pq]}\}$ и $\{S^p_{[ab]}\}$ будем называть [6] тензорами неголономности соответственно распределений Δ и Δ^*. Если каждое распределение сопряженной системы $S(\Delta,\Delta^*)$ голономно, то будем говорить, что эта сопряженная система вполне голономна, а если только одно из распределений Δ и Δ^* голономно, то будем говорить, что сопряженная система $S(\Delta,\Delta^*)$ полуголономна. Тензор $\{R^a_{[pq]}, S^p_{[ab]}\}$ будем называть тензором неголономности сопряженной системы $S(\Delta,\Delta^*)$.

§3. Фокальные образы

1. **Определение.** Точка M, принадлежащая плоскости распределения Δ^*, называется фокусом, соответствующим некоторому направлению из Δ, если она не выходит из Δ^* при инфинитезимальном смещении точки A в этом направлении. Последнее называют фокальным направлением, соответствующим фокусу [7].

Произвольную точку плоскости Δ^* можно представить в виде $\vec{M} = \vec{A} + x^a \vec{e}_a$. Если точка M является фокусом, то должно выполняться условие $d\vec{M} \in \Delta^*$ и при этом $\omega^a = 0$ (т.к. направление смещения принадлежит Δ):

$$d\vec{M}/_{\omega^a=0} = (\omega^p + x^a S^p_{aq}\omega^q)\vec{e}_p + (dx^a + x^b\omega^a_b)\vec{e}_a.$$

Отсюда получаем

$$\omega^p + x^a S^p_{aq}\omega^q = 0,\; x^p = x^\alpha = x^n = 0. \tag{3.1}$$

Итак, координаты фокуса M должны удовлетворять уравнениям, выражающим существование нетривиального решения системы (3.1). Направления, определяемые этими решениями, называются фокальными направлениями. Множество всех фокусов называется фокальной поверхностью. Уравнение фокальной поверхности распределения Δ^* имеет вид:

$$\det\|\delta^p_q + x^a S^p_{aq}\| = 0,\; x^p = x^\alpha = x^n = 0. \tag{3.2}$$

Таким образом, все фокусы плоскости распределения Δ^* лежат на алгебраической поверхности (3.2) порядка r размерности s-1. Каждой точке фокальной поверхности (3.2) соответствует фокальное направление из Δ, определяемое системой (3.1).

Аналогично получаем, что уравнение фокальной поверхности распределения Δ имеет вид:

$$\det\|\delta^a_b + x^p R^a_{pb}\| = 0,\; x^a = x^\alpha = x^n = 0, \tag{3.3}$$

а фокальное направление, соответствующее точке $\vec{N} = \vec{A} + x^p\vec{e}_p$ поверхности (3.3), определяется системой уравнений:

$$\omega^a + x^p R^a_{pb}\omega^b = 0,\; x^a = x^\alpha = x^n = 0. \tag{3.4}$$

2. Найдем линейную поляру точки A относительно алгебраической поверхности (3.2) - фокальной поверхности распределения Δ^*. Линейной полярой будет являться плоскость размерности m-r-1, определяемая уравнениями

$$1 + x^a S_a = 0,\; x^p = x^\alpha = x^n = 0, \tag{3.5}$$

где

$$S_a = \frac{1}{r} S^p_{ap},\; \nabla S_a = \frac{1}{r}(S^p_{ab} R^b_{pj}\omega^j + l^p_{\alpha p}\Lambda^\alpha_{ab}\omega^b + S^p_{apj}\omega^j). \tag{3.6}$$

Аналогично находится поляра точки A относительно фокальной поверхности распределения Δ. В результате получается (r-1) -плоскость

$$1 + x^p R_p = 0,\; x^a = x^\alpha = x^n = 0, \tag{3.7}$$

где

$$R_p = \frac{1}{m-r} R^a_{pa}, \nabla R_p = \frac{1}{m-r}(R^a_{pt} S^t_{aj} \omega^j + l^a_{\alpha a} \Lambda^\alpha_{pq} \omega^q + R^a_{paj} \omega^j). \qquad (3.8)$$

В случае обращения в нуль тензоров $\{S_a\}$ и $\{R_p\}$ фокальными поверхностями распределений плоскостей Δ и Δ^* соответственно являются несобственная (m-r-1)- плоскость и несобственная (r-1)- плоскость.

3. Рассмотрим (m-1)-мерную плоскость G_{m-1}, проходящую через линейные поляры точки A относительно фокальных поверхностей распределений Δ и Δ^*. В силу (3.5) и (3.7) она определяется уравнениями

$$G_{m-1}: x^\alpha = x^n = 0,\ 1 + x^p R_p + x^a S_a = 0. \qquad (3.9)$$

Следуя работам [8], [9], полученную плоскость G_{m-1} будем называть ребром Грина сопряженной системы $S(\Delta,\Delta^*)$. Таким образом, доказана

Теорема 1. В дифференциальной окрестности 2-го порядка инвариантным образом присоединяется поле внутренних нормалей 2-го рода гиперполосы SH_m- поле нормалей Грина, определяемое уравнениями (3.6), (3.8). Относительно локального репера ребро Грина задается уравнениями (3.9).

4. Рассмотрим инвариантную прямую $\Phi_1 = [A, \vec{\Phi}_n]$, внутренним образом присоединенную к гиперполосе SH_m в дифференциальной окрестности 2-го порядка, определяемую вектором

$$\vec{\Phi}_n = \vec{e}_n + \Lambda^\alpha_n \vec{e}_\alpha + R^a_n \vec{e}_a + S^p_n \vec{e}_p, \qquad (3.10)$$

где

$$\Lambda^\alpha_n = \frac{1}{m}(\Lambda^{pq}_n \Lambda^\alpha_{pq} + \Lambda^{ab}_n \Lambda^\alpha_{ab}), \qquad (3.11)$$

$$\nabla \Lambda^\alpha_n = \frac{1}{m}(-2\omega^\alpha_n - \Lambda^\alpha_{pq} \Lambda^{pt}_n \Lambda^{qs}_n \Lambda^n_{tsi} \omega^i - \Lambda^\alpha_{ab} \Lambda^{ad}_n \Lambda^{bc}_n \Lambda^n_{dci} \omega^i + \Lambda^{pq}_n \Lambda^\alpha_{pqi} \omega^i + \Lambda^{ab}_n \Lambda^\alpha_{abi} \omega^i);$$

$$R^a_n = \frac{1}{r} \Lambda^{pq}_n R^a_{pq}, \qquad (3.12)$$

$$\nabla R^a_n = \frac{1}{r}(\Lambda^{pq}_n l^a_{\alpha q} \Lambda^\alpha_{pt} \omega^t + \Lambda^{pq}_n R^a_{pqi} \omega^i + \Lambda^{pq}_n R^a_{pb} R^b_{qi} \omega^i - R^a_{pq} \Lambda^{pt}_n \Lambda^{qs}_n \Lambda^n_{tsi} \omega^i - \omega^a_n);$$

$$S^p_n = \frac{1}{m-r} \Lambda^{ab}_n S^p_{ab}, \qquad (3.13)$$

$$\nabla S^p_n = \frac{1}{m-r}(\Lambda^{ab}_n l^p_{\alpha b} \Lambda^\alpha_{ac} \omega^c + \Lambda^{ab}_n S^p_{abi} \omega^i + \Lambda^{ab}_n S^p_{at} S^t_{bi} \omega^i - S^p_{ab} \Lambda^{ad}_n \Lambda^{bc}_n \Lambda^n_{d\tilde{n}i} \omega^i - \omega^p_n).$$

Следуя работе [10], прямую Φ_1 назовем прямой Фосса, ассоциированной с двухкомпонентной сопряженной системой $S(\Delta,\Delta^*)$. Плоскость $\Phi_{n-m} = [A, \Phi_1, X]$, натянутую на прямую Фосса Φ_1 и характеристику χ гиперполосы SH_m, назовем нормалью Фосса 1-го рода гиперполосы SH_m, порожденной сопряженной системой $S(\Delta,\Delta^*)$.

5. Найдем поле инвариантных соприкасающихся гиперквадрик [2] гиперполосы SH_m

$$\Lambda^n_{pq}x^p x^q + \Lambda^n_{ab}x^a x^b + 2A_{pn}x^p x^n + 2A_{an}x^a x^n + \\ + L_{\alpha\beta}x^\alpha x^\beta + T_0(x^n)^2 + 2l_\alpha x^\alpha x^n - 2x^n = 0, \tag{3.14}$$

относительно которых в каждой точке A базисной поверхности V_m ребро Грина G_{m-1} и нормаль Фосса Φ_{n-m} 1-го рода гиперполосы SH_m полярно сопряжены. Из условия полярной сопряженности плоскостей Φ_{n-m} и G_{m-1} относительно поля гиперквадрик (3.14), найдем

$$A_{pn} = -R_p - \Lambda^n_{pq}S^q_n, \quad A_{an} = -S_a - \Lambda^n_{ab}R^b_n. \tag{3.15}$$

Учитывая охваты (3.15) в формуле (3.14), приходим к предложению:

Теорема 2. В дифференциальной окрестности 3-го порядка внутренним инвариантным образом присоединяется к гиперполосе SH_m поле соприкасающихся гиперквадрик

$$\Lambda^n_{pq}x^p x^q + \Lambda^n_{ab}x^a x^b - 2(R_p + \Lambda^n_{pq}S^q_n)x^p x^n - 2(S_a + \Lambda^n_{ab}R^b_n)x^a x^n + \\ + L_{\alpha\beta}x^\alpha x^\beta + T_0(x^n)^2 + 2l_\alpha x^\alpha x^n - 2x^n = 0,$$

относительно которых поля нормалей Фосса и ребер Грина полярно сопряжены.

Библиографический список

1. *Акивис М.А.* О строении двухкомпонентных сопряженных систем // Тр. геом. семинара / ВИНИТИ. М., 1966. Т.1. С.7 -31.

2. *Попов Ю.И.* Общая теория регулярных гиперполос. Калининград, 1983. 82 с.

3. *Лаптев Г.Ф.* Дифференциальная геометрия погруженных многообразий // Тр. Моск. мат. о-ва. М., 1953. Т.2. С.275-383.

4. *Попов Ю.И.* Основа теории трехсоставных распределений проективного пространства. СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 1992.172 с.

5. *Попов Ю.И.* Внутренние оснащения вырожденной m-мерной гиперполосы H^r_m ранга r многомерного проективного пространства // Диф. геом. многооб. фигур. Калининград, 1976. N6. С.79-85.

6. *Лаптев Г.Ф.* Распределения касательных элементов // Тр. геом. семинара / ВИНИТИ. М., 1971. Т.3. С.28-48.

7. *Акивис М.А.* Фокальные поверхности ранга r // Изв. вузов. Мат. 1957. Т.1. С.9-19.

8. *Благонравов В.В.* Распределения на гиперповерхности аффинного пространства / Деп. в ВИНИТИ. N4552. 20 с.

9. *Норден А.П.* Пространства аффинной связности. М.: Наука, 1976. 432 с.

10. *Акивис М.А.* О нормалях Фосса поверхности, несущей сеть сопряженных линий // Мат. сб. М., 1962. Т.58. N2. С.695-706.

I.E. L i s i t s y n a

DISTRIBUTIONS ON THE REGULAR HIPERSTRIP OF THE AFFINE SPACE

We give regular hyperstrip SH_m, basic surface of which carries conjugate pair $S(\Delta,\Delta^*)$ of distribution: the distribution Δ of r-dimensional linear elements and the distribution Δ^* of S-dimensional linear elements (S=m-r). Analytical conditions and geo-

metrical interpretation of holonomic of the distribution are considered. By means of focal images, associated with the distributions Δ and Δ^*, normal of 2-nd kind field of hyperstrip SH_m is found, which is called field of Grin′s ribs.

УДК 514.75

ДВОЙСТВЕННЫЙ ОБРАЗ ЦЕНТРИРОВАННОЙ ТАНГЕНЦИАЛЬНО ВЫРОЖДЕННОЙ ГИПЕРПОЛОСЫ CH_m^r

Т.Ю. Максакова

(Балтийский военно-морской институт)

Продолжается изучение внутренней геометрии центрированной тангенциально вырожденной гиперполосы CH_m^r. Показано, что в дифференциальной окрестности 2-го порядка гиперполоса CH_m^r [1]-[3] индуцирует проективное пространство $\overline{P}_n(V_r)$, двойственное исходному $P_n(V_r)$ относительно инволютивного преобразования J, порождаемого гиперполосой CH_m^r. Введен в рассмотрение двойственный образ оснащенной гиперполосы CH_m^r относительно преобразования J.

В работе придерживаемся обозначений и терминологии работ [1]-[3] . Индексы пробегают следующие значения:

$$I,J,K=\overline{0,n};\ p,q,r=\overline{1,r};\ \alpha,\beta,\gamma=\overline{m+1,n-1};\ i,j,k=\overline{r+1,m}.$$

Для гиперполосы CH_m^r в дифференциальной окрестности 2-го порядка введем в рассмотрение аналогично работе [4] симметричные невырожденные тензоры

$$e_{ij}^n \overset{def}{=} d_i^{nk} e_{kj},\ e_{\alpha\beta}^n \overset{def}{=} d_\alpha^{n\gamma} e_{\gamma\beta}, \tag{1}$$

для которых, следовательно, можно ввести обратные тензоры 2-го порядка $e_n^{ij}, e_n^{\alpha\beta}$:

$$e_n^{jk} e_{ki}^n = \delta_i^j,\ e_n^{\beta\gamma} e_{\gamma\alpha}^n = \delta_\alpha^\beta\ , \tag{2}$$

$$\begin{cases} \nabla e_{ij}^n + e_{ij}^n \omega_0^0 = e_{ijp}^n \omega^p, \quad \nabla e_{\alpha\beta}^n + e_{\alpha\beta}^n \omega_0^0 = e_{\alpha\beta p}^n \omega^p, \\ \nabla e_n^{ij} - e_n^{ij} \omega_0^0 = e_{np}^{ij} \omega^p = -e_n^{ik} e_n^{lj} e_{klp}^n \omega_o^p, \\ \nabla e_n^{\alpha\beta} - e_n^{\alpha\beta} \omega_0^0 = e_{np}^{\alpha\beta} \omega^p = -e_n^{\alpha\gamma} e_n^{\eta\beta} e_{\gamma\eta p}^n \omega_o^p; \end{cases} \tag{3}$$

$$\begin{cases} \nabla e_{ijp}^n + 2e_{ijp}^n \omega_0^0 + e_{ij}^n (\omega_p^0 - a_{qp}^n \omega_n^q) \equiv 0, \\ \nabla e_{\alpha\beta p}^n + 2e_{\alpha\beta p}^n \omega_0^0 + e_{\alpha\beta}^n (\omega_p^0 - a_{qp}^n \omega_n^q) \equiv 0. \end{cases} \tag{4}$$