УДК 514.76

А. И. Егоров
Пензенский государственный университет
polyakova_@mail.ru

Геометрическая интерпретация некоторых максимально подвижных метрических пространств линейных элементов различных лакунарностей основного случая

Эта работа — непосредственное продолжение исследований, начатых в статье [1], в ней используются все принятые в ней обозначения и определения. Вводятся в рассмотрение пространства $M^n(m; n-m)$, $A^n(m; n-m)$ как метрические пространства линейных элементов $\overset{o}{g}_{n,y}$, у которых метрика касательного риманова пространства в каждой точке есть метрика пространства $\Pi^n(m; n-m)$, $(m \neq 1)$.

Ключевые слова: группа движений; пространства $M^n(m; n-m)$, $A^n(m; n-m)$ индекса $(m; n-m)$.

В работе [1] были введены (M, N) приводимые метрические пространства линейных элементов, обозначаемые символом $\overset{o}{g}(M, N)$. Напомним сначала определения пространств $\overset{o}{g}(M, N)$ и необходимые в дальнейшем определения, понятия [1]. Пространства $\overset{H}{g}(M, N)$ [1] представляют большой интерес и будут рассмотрены в других работах автора.

I. Функции, введенные следующим образом

$$\overset{o}{T}_{ke} \overset{def}{=} \overset{o}{g}_{oe.k} + \overset{o}{g}_{ok.e} + \frac{1}{2}\overset{o}{g}_{oo.k.e}, \ \left(\overset{o}{g}_{oe.k} = \overset{o}{g}_{pe.k}\, y^p\right), \ (k, e, p = 1,2,...,n)$$

являются компонентами некоторого тензора $\overset{o}{T}_{ke}$, который называется тензором нефинслеровости. Если тензор $\overset{o}{T}_{ke}$ равен нулю, то пространство линейных элементов $\overset{o}{g}_{n,y}$ является финслеровым пространством. В общем случае $\overset{o}{g}_{ke} \neq \overset{o}{F}_{.k.e}$ и метрический тензор g_{ke} называется непотенциальным, а $\overset{o}{g}_{n,y}$ — пространством линейных элементов с непотенциальной метрикой. К метрической структуре пространства $\overset{o}{g}_{n,y}$ присоединяется финслерова структура с помощью скаляра

$$\overset{o}{F}(x,y) \overset{def}{=} \frac{1}{2}\overset{o}{g}_{ij}(x,y) y^i y^j .$$

Если потребовать дополнительную невырожденность скаляра $\overset{o}{F}$, то метрический тензор должен удовлетворять некоторым дополнительным условиям

$$\det\left\|\overset{o}{F}_{.i.j}\right\| = \det\left\|\overset{o}{g}_{ij} + \overset{o}{T}_{ij}\right\| \neq 0, \ (i, j, k, e = 1,2,...,n).$$

Если x_0 — фиксированная точка $(x_0 \in X_n)$, то метрический тензор

$$\overset{o}{g}_{ij}(y) = \overset{o}{g}_{ij}(x_0, y)$$

определяет риманову метрику в $T_{x_0}(X_n)$, превращая $T_{x_0}(X_n)$ в риманово пространство. Это риманово пространство называется касательным римановым пространством метрического пространства линейных элементов $\overset{o}{g}_{n,y}$.

II. Пусть дано гладкое многообразие $X_n(x)$ и на нем задано приводимое риманово пространство $V_n(x)$, то есть

$$ds^2 \overset{*}{=} a_{ab}(x)dx^a dx^b + b_{\alpha\beta}(x)dx^\alpha dx^\beta, \tag{1}$$

или $ds^2 \overset{*}{=} ds_1^2 + ds_2^2$, где

$$\begin{cases} ds_1^2 = 2Mdt^2,\ M = \frac{1}{2}a_{ab}\left(x^1, x^2, ..., x^m\right)y^a y^b,\ M_{.c.d} = a_{cd}(x), \\ ds_2^2 = 2Ndt^2,\ N = \frac{1}{2}b_{\tau\sigma}\left(x^{m+1}, x^{m+2}, ..., x^n\right)y^\tau y^\sigma,\ N_{.\alpha.\beta} = b_{\alpha\beta}(x), \\ \det\left\|a_{ab}(x)\right\| \neq 0,\ \det\left\|b_{\alpha\beta}(x)\right\| \neq 0,\ y^i = \frac{dx^i}{dt}, \end{cases}$$

$(a, b, c, ... = 1,2,..., m; i, j, k, ... = 1,2,..., n; \alpha, \beta, \tau, \sigma, ... = m+1, m+2,..., n)$.

Иначе говоря, метрика ds^2 распадается в прямую сумму метрик ds_1^2 и ds_2^2, зависящих каждая от своих групп координат. Геометрическим эквивалентом разложения (1) стало расслоение координатной области U на взаимно ортогональные дополнительные по размерности вполне геодезические поверхности $U_1\left\{x^1, x^2, ..., x^m\right\}$, $U_2\left\{x^{m+1}, x^{m+2}, ..., x^n\right\}$. Тогда многообразие линейных элементов можно наделить структурой метрического пространства линейных элементов с метрическим тензорным полем

$$\overset{o}{g}_{ij}(x, y) = \underbrace{R_1(D)M_{.i.j} + R_2(D)M^{-1}M_{.i}M_{.j}}_{I} + \\ + \underbrace{R_3(D)N_{.i.j} + +R_4(D)N^{-1}N_{.i}N_{.j}}_{II} + \underbrace{\frac{R_5(D)}{\sqrt{MN}}\left[M_{.i}N_{.j} + M_{.j}N_{.i}\right]}_{III}, \tag{2}$$

где $D = MN^{-1}$, $det\left\|\overset{o}{g}_{ij}(x, y)\right\| \neq 0$, допускающее группу движений $G_r = G_{r_1} \times G_{r_2}$, G_{r_1} — группа движений риманова пространства $V_m(x)$; G_{r_2} — группа движений риманова пространства $V_{n-m}(x)$; R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 — произвольные функции от указанного аргумента D. Введенные таким образом метрические пространства $\overset{o}{g}_{n,y}$ будем обозначать символом $\overset{o}{g}(M,N)$ и называть (M,N) — приводимыми метрическими пространствами линейных элементов. Пространства $\overset{o}{g}(M,N)$ порождаются двумя римановыми пространствами с метриками

$$ds_1^2 = 2Mdt^2, \quad ds_2^2 = 2Ndt^2. \tag{3}$$

Отметим, что все максимально подвижные метрические пространства линейных элементов $(m+1)$-ой лакунарности в «основном случае» есть необходимо (M,N) приводимые пространства $\overset{o}{g}(M,N)$ и с этой точки зрения они представляют определенный интерес. Компоненты метрического тензорного поля $\overset{o}{g}_{ij}(x,y)$ (2) покоординатно имеют следующую алгебраическую структуру:

$$\begin{cases} \overset{o}{g}_{ab}(x,y) = R_1(D)M_{.a.b} + R_2(D)M^{-1}M_{.a}M_{.b}, \\ \overset{o}{g}_{\alpha\beta}(x,y) = R_3(D)N_{.\alpha.\beta} + R_4(D)N^{-1}N_{.\alpha.}N_{.\beta}, \\ \overset{o}{g}_{a\tau}(x,y) = R_5(D)\dfrac{1}{\sqrt{MN}}(M_{.a}N_{.\tau} + M_{.\tau}N_{.a}), \end{cases} \tag{4}$$

или

$$\begin{cases} \overset{o}{g}_{ab}(x,y) = R_1(D)a_{ab}(x) + 2R_2(D)\dfrac{a_{ac}(x)a_{bd}(x)y^c y^d}{a_{cd}(x)y^c y^d}, \\ \overset{o}{g}_{\alpha\beta}(x,y) = R_3(D)b_{\alpha\beta}(x) + 2R_4(D)\dfrac{b_{\alpha\tau}(x)b_{\beta\sigma}(x)y^\tau y^\sigma}{b_{\tau\sigma}(x)y^\tau y^\sigma}, \\ \overset{o}{g}_{a\tau}(x,y) = 2R_5(D)\dfrac{\left[a_{ac}(x)b_{\tau\sigma}(x) + a_{\tau c}(x)b_{a\sigma}(x)\right]y^c y^\sigma}{\sqrt{a_{cd}(x)y^c y^d}\cdot\sqrt{b_{\alpha\beta}(x)y^\alpha y^\beta}}, \end{cases} \tag{5}$$

где

$$\left(a,b,c=1,2,...,m\right),\ \left(\alpha,\beta,\tau,\gamma=m+1,m+2,...,n\right),$$

$$M_{.c}=a_{cb}y^b,N_{.\tau}=b_{\tau\sigma}y^\sigma,\ M_{.a.b}=a_{ab}(x),\ N_{.\alpha.\beta}=b_{\alpha\beta}(x).$$

Приходим к следующему выводу:

Теорема 1. *Компоненты метрического тензорного поля* (M,N) *приводимого метрического пространства линейных элементов* $\overset{o}{g}(M,N)$ *необходимо имеют алгебраическую структуру (4) или (5).*

Замечание 1. Принимая во внимание формулы (4), формально можно записать, что

$$ds^2=R_1\underbrace{(D)M_{.a.b}dx^a dx^b+R_2(D)M^{-1}M_{.a.}M_{.b}dx^a dx^b}_{I}+$$

$$+R_3\underbrace{(D)N_{.\tau.\sigma}dx^\tau dx^\sigma+R_4(D)N^{-1}N_{.\tau.}N_{.\sigma}dx^\tau dx^\sigma}_{II}+$$

$$+\underbrace{R_5(D)\frac{1}{\sqrt{MN}}\left[M_{.a}N_{.\tau}+M_{.\tau.}N_{.a}\right]dx^a dx^\tau}_{III}.$$

Замечание 2. Очевидно, что формулу (5_3) можно представить также в следующем виде:

$$\overset{o}{g}_{a\tau}(x,y)=\overset{o}{g}_{\tau\sigma}(x,y)=\frac{2R_5(D)a_{ac}(x)b_{\tau\sigma}(x)y^c y^\sigma}{\sqrt{a_{cd}(x)y^c y^d}\cdot\sqrt{b_{\tau\sigma}(x)y^\tau y^\sigma}}.$$

II. Пример 1. Рассмотрим шестимерное псевдоевклидово пространство E_6 с метрикой $(+++++-)$:

$$ds^2\overset{def}{=}dx^2+dy^2+dz^2+dt^2+ds^2+dr^2+cdz\cdot dr\text{, где }c\in\boldsymbol{R}.$$

В этом пространстве E_6 рассмотрим поверхность (S), заданную уравнениями

$$a^2\left(x^2+y^2\right)-z^2=0,b^2\left(t^2+s^2\right)-r^2=0\text{, где }\{a,b\}\subset\boldsymbol{R}.\qquad(6)$$

Очевидно, что в нашем случае необходимо

$$dz = \frac{a\left(xdx + ydy\right)}{\sqrt{x^2 + y^2}};\ dr = \frac{b\left(sds + tdt\right)}{\sqrt{t^2 + s^2}}.$$

Положив $x = u^1, y = u^2, t = v^1, s = v^2$, где u^1, u^2, v^1, v^2 — параметры, получим, что индуцированная метрика $d\sigma^2$ на этой поверхности (S) необходимо имеет следующий вид:

$$d\sigma^2 \overset{def}{=} \underbrace{du^{1^2} + du^{2^2} + a^2 \frac{\left(u^1du^1 + u^2du^2\right)^2}{u^{1^2} + u^{2^2}}}_{I} +$$

$$+ \underbrace{dv^{1^2} + dv^{2^2} + b^2 \frac{\left(v^1dv^1 + v^2dv^2\right)^2}{v^{1^2} + v^{2^2}}}_{II} + \tag{7}$$

$$+ \underbrace{k\frac{\left(u^1du^1 + u^2du^2\right)\cdot\left(v^1dv^1 + v^2dv^2\right)}{\sqrt{u^{1^2} + u^{2^2}}\cdot\sqrt{v^{1^2} + v^{2^2}}}}_{III}, k = abc.$$

Метрика $d\sigma^2$ состоит из трех указанных частей I, II, III. Поверхность (S) с метрикой (7) будем называть четырехмерной поверхностью индекса $(2;2)$ и обозначать символом $\Pi^4(2{,}2)$. Метрика (7) есть в то же время метрика центроаффинного пространства, зависящая от направления $\vec{w}$. Метрику (7) будем также рассматривать как метрику 4-мерной плоскости $\left(u^1, u^2, v^1, v^2\right)$ с выделенной точкой O и зависящую от направления $\vec{w}$, исходящего из точки O, точнее, от направлений составляющих $\vec{w}', \vec{w}''$, представляющих собой разложение направления $\vec{w}$.

Пример 2 (Общий случай). Для n-мерной поверхности $\Pi^n(m; n-m)$ индекса $(m; n-m)$ имеем по определению следующую метрику:

$$d\sigma^2 \overset{def}{=} \underbrace{du^{1^2} + du^{2^2} + \ldots + du^{m^2} + a^2 \frac{\left(u^1 du^1 + u^2 du^2 + \ldots + u^m du^m\right)^2}{u^{1^2} + u^{2^2} + \ldots + u^{m^2}}}_{I} +$$

$$+ \underbrace{du^{m+1^2} + du^{m+2^2} + \ldots + du^{n^2} + b^2 \frac{\left(u^{m+1} du^{m+1} + u^{m+2} du^{m+2} + \ldots + u^n du^n\right)^2}{u^{m+1^2} + u^{m+2^2} + \ldots + u^{n^2}}}_{II} +$$

$$\underbrace{+ k \frac{\left(u^1 du^1 + u^2 du^2 + \ldots + u^m du^m\right) \cdot \left(u^{m+1} du^{m+1} + u^{m+2} du^{m+2} + \ldots + u^n du^n\right)}{\sqrt{u^{1^2} + u^{2^2} + \ldots + u^{m^2}} \cdot \sqrt{u^{m+1^2} + u^{m+2^2} + \ldots + u^{n^2}}}}_{III}.$$

Индуцированная метрика $d\sigma^2$ состоит из трех частей. (Придавая здесь m конкретные значения, получим все остальные примеры.)

Пример 3. Метрика n-мерной поверхности $\Pi^n(2;n-2)$ индекса $(2;n-2)$ имеет следующий вид:

$$d\sigma^2 \overset{def}{=} \underbrace{du^{1^2} + du^{2^2} + \frac{a^2\left(u^1 du^1 + u^2 du^2\right)^2}{u^{1^2} + u^{2^2}}}_{I} +$$

$$\underbrace{+ du^{3^2} + du^{4^2} + \ldots + du^{n^2} + \frac{b^2\left(u^3 du^3 + u^4 du^4 + \ldots + u^n du^n\right)^2}{u^{3^2} + u^{4^2} + \ldots + u^{n^2}}}_{II} +$$

$$\underbrace{+ k \frac{\left(u^1 du^1 + u^2 du^2\right) \cdot \left(u^3 du^3 + u^4 du^4 + \ldots + u^n du^n\right)}{\sqrt{u^{1^2} + u^{2^2}} \cdot \sqrt{u^{3^2} + u^{4^2} + \ldots + u^{n^2}}}}_{III}.$$

Пример 4. Метрика n-мерной поверхности $\Pi^n(0;n)$ индекса $(0;n)$ имеет следующий вид (исключительный случай):

$$d\sigma^2 = \underbrace{du^{1^2} + du^{2^2} + \ldots + du^{n^2} + \frac{b^2\left(u^1 du^1 + u^2 du^2 + \ldots + u^n du^n\right)^2}{u^{1^2} + u^{2^2} + \ldots + u^{n^2}}}_{II},$$

и совпадает с известной метрикой n-мерного конуса вращения, которую также можно интерпретировать как метрику n-

мерного центроаффинного пространства, зависящую от направления $\vec{w}$. В этом «исключительном случае» поверхность (S) задается в евклидовом пространстве E_n уже обычным уравнением, характеризующим n-мерный конус вращения в декартовой системе координат.

Определение. Гладкое многообразие $X_n(x)$ называется *пространством* $M^n(m;n-m)$ *индекса* $(m;n-m)$, если в каждом касательном пространстве $T_x(X_n)$ базисного многообразия $X_n(x)$ задана метрика индекса $(m;n-m)$, характеризующая пространство $\Pi^n(m;n-m)$, причем эта метрика гладким образом зависит от $x \in X_n(x)$. Если (x^i) — локальные координаты на $X_n(x)$, (x^i, y^j) — локальные, естественные координаты на $T(X_n)$, то метрика пространства $M^n(m;n-m)$ индекса $(m;n-m)$ определяется формально следующим образом:

$$ds^2 \overset{def}{=} \underbrace{a_{ab}(x)dx^a dx^b + a^2\frac{a_{ac}(x)a_{bd}(x)y^c y^d dx^a dx^b}{a_{cd}(x)y^c y^d}}_{I} +$$

$$+\underbrace{b_{\alpha\beta}(x)dx^\alpha dx^\beta + b^2\frac{b_{\alpha\tau}(x)b_{\beta\sigma}(x)y^\tau y^\sigma dx^\alpha dx^\beta}{b_{\tau\sigma}(x)y^\tau y^\sigma}}_{II} + \tag{9}$$

$$\underbrace{+k\frac{[a_{ab}(x)b_{\tau\sigma}(x)+a_{\tau b}(x)b_{a\sigma}(x)]y^b y^\sigma dx^a dx^\tau}{\sqrt{a_{cd}(x)y^c y^d}\cdot\sqrt{b_{\nu\mu}(x)y^\nu y^\mu}}}_{III};$$

где $(a,b,c,...=1,2,...,m)$, $(\alpha,\beta,\tau,...=m+1,m+2,...,n)$.

Метрика (9) состоит также из трех частей *I, II, III.* Компоненты метрического тензорного поля $\overset{o}{g}_{ij}(x,y)$, $(i,j=1,2,...,n)$ для этой метрики имеют следующий алгебраический вид:

$$\begin{cases} \overset{o}{g}_{ab}(x,y) = a_{ab}(x) + a^2 \dfrac{a_{ac}(x)a_{bd}(x)y^c y^d}{a_{cd}(x)y^c y^d}, \\ \overset{o}{g}_{\alpha\beta}(x,y) = b_{\alpha\beta}(x) + b^2 \dfrac{b_{\alpha\tau}(x)b_{\beta\sigma}(x)y^\tau y^\sigma}{b_{\tau\sigma}(x)y^\tau y^\sigma}, \\ \overset{o}{g}_{a\tau}(x,y) = k \dfrac{\left[a_{ab}(x)b_{\tau\sigma}(x) + a_{\tau b}(x)b_{a\sigma}(x)\right]y^b y^\sigma}{\sqrt{a_{cd}(x)y^c y^d} \cdot \sqrt{b_{\nu\mu}(x)y^\nu y^\mu}}, \end{cases}$$

где $(a,b,c,... = 1,2,...,m;\ \alpha,\beta,\tau,\mu,... = m+1, m+2,...,n)$.

Структура этого метрического тензорного поля $\overset{o}{g}_{ij}(x,y)$ получается из (5), если там положить

$$R_1(D) = 1; \quad R_4(D) = \frac{b^2}{2}; \quad R_2(D) = \frac{a^2}{2}, R_3(D) = 1; \quad R_5(D) = \frac{k}{2}.$$

Следовательно, введенные выше пространства $M^n(m;n-m)$ индекса $(m;n-m)$ являются (M,N) приводимыми метрическими пространствами $\overset{o}{g}(M,N)$ линейных элементов и метрическое тензорное поле $\overset{o}{g}_{ij}(x,y)$ в любой системе координат имеет следующую специальную структуру:

$$\overset{o}{g}_{ij}(x,y) = \underbrace{M_{.i.j} + \frac{a^2}{2}\frac{M_{.i}M_{.j}}{M}}_{I} + \underbrace{N_{.i.j} + \frac{b^2}{2}\frac{N_{.i}N_{.j}}{N}}_{II} + \underbrace{\frac{k}{4}\frac{\left(M_{.i}N_{.j} + M_{.j}N_{.i}\right)}{\sqrt{MN}}}_{III},$$

где $(i,j = 1,2,...,n)$, $M = \dfrac{1}{2}a_{ab}(x)y^a y^b$, $N = \dfrac{1}{2}b_{\alpha\beta}(x)y^\alpha y^\beta$.

Если $a = 0, b = 0$, то получим метрику приводимого риманова пространства $V_n(x)$

$$ds^2 = a_{ab}(x)dx^a dx^b + b_{\alpha\beta}(x)dx^\alpha dx^\beta.$$

Если

$$a \cdot b = 0;\ a^2 + b^2 \neq 0,$$

то здесь возникают частные случаи для пространств $M^n(m; n-m)$ в зависимости также от $c \neq 0$ или $c = 0$.

Замечание. Согласно определению пространства $M^n(m; n-m)$ в каждой точке базы X_n пространства касается одно и то же приводимое риманово пространство, метрика которого есть метрика пространства $\Pi^n(m; n-m)$. Если здесь от требования, что в каждой точке X_n касается «одно и тоже пространство $\Pi^n(m; n-m)$», отказаться, то получим более общие метрические пространства, которые обозначим символом $A^n(m; n-m)$. Очевидно, что

$$M^n(m; n-m) \subset A^n(m; n-m).$$

Компоненты метрического тензорного поля $\overset{o}{g}_{ij}(x, y)$, характеризующего пространство $A^n(m; n-m)$, имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \overset{o}{g}_{ab}(x,y) \overset{def}{=} a_{ab}(x) + A(x)\dfrac{a_{ac}(x)a_{bd}(x)y^c y^d}{a_{cd}(x)y^c y^d}, \\ \overset{o}{g}_{\alpha\beta}(x,y) \overset{def}{=} b_{\alpha\beta}(x) + B(x)\dfrac{b_{\alpha\tau}(x)b_{\beta\sigma}(x)y^\tau y^\sigma}{b_{\tau\sigma}(x)y^\tau y^\sigma}, \\ \overset{o}{g}_{a\tau}(x,y) \overset{def}{=} K(x)\dfrac{\left[a_{ab}(x)b_{\tau\sigma}(x) + a_{\tau b}(x)b_{a\sigma}(x)\right]y^b y^\sigma}{\sqrt{a_{cd}(x)y^c y^d}\cdot\sqrt{b_{\nu\mu}(x)y^\nu y^\mu}}, \end{cases} \tag{10}$$

где $(a, b, c, \ldots = 1, 2, \ldots, m;\ \alpha, \beta, \tau, \mu, \ldots = m+1; m+2; \ldots; n)$,

$$A(x) = A(x^1, x^2, \ldots, x^m);\ B(x) = B(x^{m+1}, x^{m+2}, \ldots, x^n).$$

В частности пространства $A^n(0;n)$ (исключительный случай $m=0$) характеризуются по определению структурой метрического тензорного поля

$$\overset{o}{g}_{ij}(x,y) \overset{def}{=} b_{ij}(x) + B(x)\frac{b_{i\tau}(x)b_{j\sigma}(x)y^\tau y^\sigma}{b_{\tau\sigma}(x)y^\tau y^\sigma},$$

где $B(x) \overset{def}{=} B(x^1, x^2, ..., x^n)$, $(i, j, \tau, \sigma, ... = 1,2,...,n)$.

Можно также ввести пространства $\widetilde{A}^n(0;n)$, характеризующиеся следующим метрическим тензорным полем [1]:

$$\overset{o}{g}_{ij}(x,y) \overset{def}{=} N(x)b_{ij}(x) + B(x)\frac{b_{i\tau}(x)b_{j\sigma}(x)y^\tau y^\sigma}{b_{\tau\sigma}(x)y^\tau y^\sigma},$$

где $N(x) = N(x^1, x^2, ..., x^n)$.

Рассмотрим теперь метрику пространства $M^n(2;n-2)$ индекса $(2;n-2)$. Эта метрика следующая:

$$\begin{aligned} ds^2 = {} & \underbrace{a_{ab}(x)dx^a dx^b + a^2\frac{a_{ac}(x)a_{bd}(x)y^c y^d dx^a dx^b}{a_{cd}(x)y^c y^d}}_{I} + \\ & \underbrace{+\, b_{\alpha\beta}(x)dx^\alpha dx^\beta + b^2\frac{b_{\alpha\tau}(x)b_{\beta\sigma}(x)y^\tau y^\sigma dx^\alpha dx^\beta}{b_{\tau\sigma}(x)y^\tau y^\sigma}}_{II} + \\ & \underbrace{+\, k\frac{[a_{ab}(x)b_{\tau\sigma}(x) + a_{\tau b}(x)b_{a\sigma}(x)]y^b y^\sigma dx^a dx^\tau}{\sqrt{a_{cd}(x)y^c y^d}\cdot\sqrt{b_{\nu\mu}(x)y^\nu y^\mu}}}_{III}, \end{aligned} \qquad (11)$$

где $(a,b,c,d = 1,2)$, $(\alpha, \beta, \tau, \sigma = 3,4,5,...,n)$, $(k = abc)$.

Компоненты здесь метрического тензорного поля $\overset{o}{g}_{ij}(x,y)$ для метрики (11) имеют вид аналогичный (10) при условии, что $m=2$. Метрика пространства $A^n(2;n-2)$ будет иметь формально следующий вид:

$$\underbrace{ds^2 \overset{def}{=} a_{ab}(x)dx^a dx^b + A(x)\frac{a_{ac}(x)a_{bd}(x)y^c y^d dx^a dx^b}{a_{cd}(x)y^c y^d}}_{I} +$$

$$\underbrace{+b_{\alpha\beta}(x)dx^\alpha dx^\beta + B(x)\frac{b_{\alpha\tau}(x)b_{\beta\sigma}(x)y^\tau y^\sigma dx^\alpha dx^\beta}{b_{\tau\sigma}(x)y^\tau y^\sigma}}_{II} +$$

$$\underbrace{+K(x)\frac{\left[a_{ab}(x)b_{\tau\sigma}(x)+a_{\tau b}(x)b_{a\sigma}(x)\right]y^b y^\sigma dx^a dx^\tau}{\sqrt{a_{cd}(x)y^c y^d}\cdot\sqrt{b_{\nu\mu}(x)y^\nu y^\mu}}}_{III},$$

где $(a,b,c,...=1,2;\ \alpha,\beta,\tau,\sigma=3,4,5,...,n)$.

Пусть $m=0$ (исключительный случай), тогда получим пространство $M^n(0;n)$ индекса $(0;n)$. Метрика такого пространства $M^n(0;n)$ формально имеет вид

$$\underbrace{ds^2 \overset{def}{=} b_{\alpha\beta}(x)dx^\alpha dx^\beta + b^2\frac{b_{\alpha\tau}(x)b_{\beta\sigma}(x)y^\tau y^\sigma dx^\alpha dx^\beta}{\left(b_{\tau\sigma}(x)y^\tau y^\sigma\right)}}_{II},$$

где $(\alpha,\beta,\sigma,\tau=1,...,n)$.

Здесь компоненты метрического тензорного поля $\overset{o}{g}_{ij}(x,y)$ имеют следующий вид:

$$\underbrace{\overset{o}{g}_{ij}(x,y)=b_{ij}(x)+b^2\frac{b_{i\tau}(x)b_{j\sigma}(x)y^\tau y^\sigma}{b_{\tau\sigma}(x)y^\tau y^\sigma}}_{II}, \qquad (12)$$

где $(i,j,\sigma,\tau=1,...,n)$.

В заключении статьи выражаю благодарность Ю. И. Шевченко за обсуждение результатов работы и ценные советы.

Список литературы

1. *Егоров А. И., Егоров И. П., Егорова Л. И.* Приводимые и полуприводимые метрические пространства линейных элементов и их место в теории движений // Межвузовский сб. науч. трудов. Пенза, 1991. С. 38—62.

A. Egorov

Geometrical intepretation of some movable metric spaces of linear elements of different lacunae of main case

This paper is dedicated to the research described in the article [1], in which the same designations and definitions are user. The article considers such spaces as $A^n(m;n-m)$, $M^n(m;n-m)$ as metric spaces of linear elements whose metrics of tangent Riemannian space is space $\Pi^n(m;n-m)$ in each point $(m \neq 1)$.

УДК 514.75

С. С. Кузыбаева, Ю. И. Попов
Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград
yurij.popoff2015@yandex.ru

Аффинные связности на гиперповерхности Ω^1_{n-1}

На гиперповерхности Ω^1_{n-1}, огибающей однопараметрическое семейство характеристик X_{n-2} одномерной гиперполосы H_1 [1], дано задание внутренней (касательной) аффинной и нормальных аффинных связностей.
