УДК 514.75

ВЛАДИСЛАВ СТЕПАНОВИЧ МАЛАХОВСКИЙ
И ЕГО ГЕОМЕТРИЯ

К 70-летию со дня рождения

Е.В.С к р ы д л о в а, Ю.И.Ш е в ч е н к о

(Калининградский государственный университет)

14 марта 1999 года отметил свой семидесятилетний юбилей доктор физико-математических наук, заслуженный деятель науки Российской Федерации, заведующий кафедрой высшей алгебры и геометрии Калининградского университета, профессор Владислав Степанович Малаховский.

В.С.Малаховский родился в г. Сычевка Смоленской области в семье учителей математики. На его долю выпало нелегкое детство. С девяти лет он остался без отца, который был реабилитирован посмертно только в 1956 г. Учиться в школе Владислав начал в 1936 г., но Великая Отечественная война изменила жизнь всей страны. Почти полтора года семья Малаховских прожила в немецкой оккупации, учебу в школе пришлось прервать. Шестой класс Владислав оканчивал уже после освобождения Сычевки, а в 1944 г. по вызову родственников семья переехала в г. Прокопьевск. Здесь Владислав продолжил учебу в мужской школе №1, которую затем блестяще окончил с золотой медалью, проявив себя весьма одаренным учеником. В семейном архиве сохранилось напутствие будущему ученому школьного учителя музыки:

Среди светил науки и труда,
Которыми особенно богат
Наш горизонт Московский,
Хотел бы я, чтоб в ближние года
Взошла еще одна блестящая звезда -
Наш медалист - отличник
Малаховский.

По результатам окончания школы Владислав Малаховский был награжден Почетной грамотой ЦК ВЛКСМ - первой из пяти, полученных им.

В 1948 г. юный Малаховский становится студентом механико-математического факультета Томского университета, который окончил с отличием спустя пять лет. Еще с университетской скамьи он начал активно интересоваться наукой, руководил студенческим научным обществом университета. Будучи студентом Владислав получал стипендию им.Ньютона, был награжден двумя Почетными грамотами ЦК ВЛКСМ. Позже профессор, В.С.Малаховский получил еще две грамоты ЦК ВЛКСМ уже как куратор студенческого научного общества Томского университета.

В 1953 г. В.С.Малаховский начинает свой трудовой путь в должности ассистента кафедры геометрии Томского университета и осуществляет первые научные исследования под руководством своего учителя Н.Г.Туганова. Владиславу Степановичу не довелось учиться в аспирантуре, но благодаря своим незаурядным математическим способностям он быстро подготовил и в 29 лет (1958 г.) успешно защитил кандидатскую диссертацию «Точечное взаимно-однозначное соответствие двух поверхностей с заданным свойством соприкасающихся квадрик Ли».

В 35 лет (1964 г.) после защиты диссертации «Дифференциальная геометрия многообразий квадратичных элементов» он стал молодым доктором физико-математических наук, а в 36 лет (1965 г.) получил звание профессора и стал заведовать кафедрой алгебры и теории чисел Томского университета. В 1967 г. профессор В.С.Малаховский награжден медалью «За трудовое отличие».

Осенью 1967 г. профессор В.С.Малаховский был избран по конкурсу заведующим кафедрой высшей алгебры и геометрии вновь образованного Калининградского университета и в марте 1968 г. приступил к исполнению своих обязанностей. Коллектив кафедры к этому времени состоял в основном из специалистов в области преподавания элементарной математики. Возглавив кафедру, молодой талантливый ученый основной своей целью поставил создание научной школы. Для преподавателей факультета, студентов он организовал лекции, семинары, индивидуальные занятия, которые позволили им в короткий срок приобщиться к серьезной научной тематике в области дифференциальной геометрии. По инициативе профессора В.С.Малаховского летом 1969 г. в Калининградском университете прошла Всесоюзная летняя геометрическая школа, в работе которой приняли участие более ста геометров, в том числе ведущие ученые страны. Осенью 1969 г. впервые в истории Калининградского университета профессор В.С.Малаховский открывает аспирантуру и начинает издание ежегодного межвузовского научного сборника «Дифференциальная геометрия многообразий фигур», которое осуществляется уже тридцать лет до настоящего времени. Все эти годы он является бессменным ответственным редактором этого сборника.

Благодаря энтузиазму Владислава Степановича за короткий срок на кафедре геометрии формируется энергичный научный коллектив. В 1972 г. проходит защита кандидатской диссертации, подготовленной первой аспиранткой В.С.Малаховского, затем преподавательский состав математического факультета начинает пополняться другими кандидатами наук - выпускниками его аспирантуры. Всего профессором В.С.Малаховским подготовлено 17 кандидатов наук, восемь из которых и сейчас работают в Калининградском университете.

За прошедшие годы калининградская геометрическая школа получила не только всесоюзную известность, работы наших геометров знают также за рубежом. Кафедральный сборник приобрел международный статус, публикуемые в нем результаты реферируются ведущими научными издательствами Европы и Америки.

Круг собственных научных интересов профессора В.С.Малаховского очень широк. Будучи признанным специалистом в области дифференциальной геометрии многообразий фигур, имея около 200 научных публикаций по этой тематике, он вдруг увлекся некоторыми проблемами теории чисел. В последнее время им найдены многие замечательные и неожиданные закономерности, касающиеся простых чисел.

В.С.Малаховский является автором нескольких учебников и монографий. Одна из последних написанных им книг - «Введение в математику» - служит благородным целям популяризации математической науки и освещает весь путь ее развития от древнейших времен до наших дней.

Начиная с 1969 г. профессор В.С.Малаховский исполнял обязанности члена Бюро Всесоюзного геометрического семинара им. Г.Ф.Лаптева при ВИНИТИ РАН. Сотни научных статей прореферированы им для реферативного журнала «Математика», выпускаемого этим институтом. С 1971 г. в течение 20 лет В.С.Малаховский был членом Головного совета по математике и теоретической кибернетике Министерства высшего и среднего специального образования РФ.

Владислав Степанович свободно владеет европейскими языками. Его приглашали для чтения лекций в университетах Англии, Австрии и Германии. Неоднократно он участвовал в работе различных международных симпозиумов и конференций.

В течение двадцати лет с 1977 г. по 1996 г. профессор В.С.Малаховский избирался деканом математического факультета Калининградского университета и много сил отдал становлению и развитию факультета.

В 1996 г. указом президента профессору В.С.Малаховскому присвоено звание заслуженного деятеля науки Российской Федерации.

За 45 лет педагогической деятельности тысячи студентов прослушали лекции В.С.Малаховского по различным математическим дисциплинам, изумились глубине его знаний, широте эрудиции и остались благодарны ему как педагогу. Но особую благодарность испытывают к нему его настоящие ученики, те, которых он заметил со студенческих лет, увлек своими научными идеями, провел через аспирантуру. Не только наши научные интересы, но и вся жизнь сформировалась под влиянием Учителя. Уже давно будучи взрослыми и самостоятельными людьми, мы постоянно ощущаем внимание и поддержку с его стороны.

В год замечательного юбилея Владислав Степанович по-прежнему полон сил, энергии и новых творческих устремлений. Вместе с искренними поздравлениями мы хотим еще раз выразить чувство глубокого уважения и огромной признательности нашему Учителю и пожелать ему крепкого здоровья, большого счастья и новых успехов в научной и преподавательской деятельности.

Проблема построения дифференциальной геометрии многообразия, образующим элементом которого является фигура, отличная от точки исходного пространства, давно интересовала геометров, но до исследований В.С.Малаховского не удавалось найти общий подход к ее решению. Метод подвижного репера и внешних форм Картана вместе с методом продолжений и охватов Лаптева позволили ему основать новое научное направление - дифференциальную геометрию многообразий фигур.

Наиболее простыми фигурами являются алгебраические кривые и поверхности, прежде всего, 1-го и 2-го порядков. Поэтому сначала исследовались многообразия таких фигур в классических однородных пространствах: евклидовом, аффинном и проективном. В настоящее время разработана геометрия семейств прямых и плоскостей в трехмерном и многомерном пространствах.

Начиная с середины XX века начала интенсивно развиваться дифференциальная геометрия конгруэнций и комплексов кривых 2-го порядка в трехмерном пространстве, а также геометрия многообразий квадратичных и плоских алгебраических элементов произвольного порядка в многомерном проективном пространстве. Исследование многообразий конкретных фигур привело к необходимости изучения образующих элементов, которые задаются геометрическими объектами. В.С.Малаховским введены независимые арифметические инварианты (ранг, жанр, характеристика и тип) геометрического объекта в n-мерном однородном пространстве E_n, сохраняющиеся не только при преобразованиях фундаментальной группы G_r пространства E_n, но и при замене данного объекта подобным ему объектом.

Ввиду большого числа работ В.С.Малаховского представляется целесообразным рекомендовать для детального ознакомления с его научными результатами обзоры [1], [3], [6], работы [2], [4], [5] и монографию [7]. Выделим лишь основные направления дифференциальной геометрии многообразий фигур - геометрии Малаховского.

1. Классификация фигур и пар фигур. Под фигурой F понимается класс подобных геометрических объектов {Φ}, причем ранг N есть число существенных компонент любого геометрического объекта Φ. Фигура F называется простой, если она не охватывает другой фигуры, и индуцирующей в противном случае.

Введено понятие к-инцидентности двух геометрических объектов, обобщающее понятие охвата Лаптева одного объекта другим и играющее важную роль при изучении многообразий пар фигур. В зависимости от характера инцидентности и наличия нетривиально индуцируемых фигур В.С.Малаховский осуществил следующую классификацию пар фигур (F_1, F_2): 1) простая неинцидентная пара, 2) простая к-инцидентная пара, 3) индуцирующая неинцидентная пара, 4) индуцирующая к-инцидентная пара.

2. Многообразия простых фигур. Пусть E_n - однородное пространство с фундаментальной группой G_r и F - простая фигура в нем ранга N. Под m-мерным многообразием M_m $(m<N)$ фигур F понимается m-параметрическая совокупность фигур F. Если Ω^J $(J=\overline{1,N})$ структурные формы фигуры F, то систему дифференциальных уравнений многообразия M_m можно записать внутренним образом:

$$\Omega^a = \lambda_i^a \Omega^i \quad (i=\overline{1,m};\ a=\overline{m+1,N}).$$

Осуществляя продолжения этой системы, получают фундаментальные объекты многообразия 💣$_m$, выделяют основной объект, однократное продолжение которого определяет многообразие 💣$_m$ с точностью до преобразования фундаментальной группы G_r, и строят различные охватываемые им объекты, определяющие геометрию многообразия 💣$_m$.

При исследовании многообразия 💣$_m$ используются также параметрические уравнения $\Omega^J = \Lambda_i^J \theta^i$, где θ^i - базисные формы гладкого многообразия - пространства параметров. В этом случае фундаментальные объекты многообразия 💣$_m$ рассматриваются относительно прямого произведения двух групп: группы G_r и дифференциальной группы соответствующего порядка, действующей в касательном пространстве того же порядка к пространству параметров.

3. Семейства индуцирующих фигур. При исследовании многообразий фигур важную роль играет выделение индуцирующих фигур. Пусть F и $\bar{F}$ - две фигуры в пространстве E_n. Если существует отображение пространства R(F) фигур F на пространство R($\bar{F}$) фигур $\bar{F}$, при котором любой геометрический объект из класса $\{\overline{\tilde{O}}\}$ охватывается каждым геометрическим объектом из класса $\{\Phi\}$, то говорят, что фигура F охватывает или индуцирует фигуру $\bar{F}$. Многообразием $(h,m,n)_F$ называется m-мерное многообразие индуцирующих фигур F в пространстве E_n , порождающее h-мерное семейство индуцируемых фигур $\bar{F}$. В.С.Малаховский заложил принципы построения дифференциальной геометрии многообразий простых и индуцирующих фигур, невырожденных и вырожденных многообразий пар фигур.

4. Многообразия пар фигур. Многообразием $(F_1,F_2)_{m_1m_2}$ размерности m называется m-мерное семейство описанное парой (F_1,F_2) фигур F_1 и F_2 . Обозначим через $m_\alpha = \dim(F_\alpha)$ размерность подмногообразия (F_α) фигур F_α (α=1,2). Если $m_1=m_2=m$, то многообразие $(F_1,F_2)_{m,m}$ называется невырожденным. Если $m_1=m$, $m_2<m$, либо $m_1<m$, $m_2=m$, то многообразие $(F_1,F_2)_{m_1m_2}$ называется вырожденным I рода. Если $m_1<m$, $m_2<m$, то оно называется вырожденным II рода. Задание многообразия I рода, например, $(F_1,F_2)_{m,h}$ определяет расслоение семейства (F_1) на h-параметрическое семейство (m-h)-мерных подмногообразий.

5. Касательно оснащенные многообразия. Геометрия распределений касательных элементов Лаптева тесно связана с исследованиями В.С.Малаховского касательно оснащенных многообразий. Плодотворной оказалась идея рассмотрения относительно инвариантной системы форм, составленной из базисных форм многообразия фигур с помощью так называемого касательно оснащающего объекта. Задание поля касательно оснащающего объекта дает возможность не только исследовать возникающий при этом новый геометрический образ, но и получить дополнительную характеристику исходного многообразия.

В.С.Малаховским изучены распределения индуцированных касательных элементов и индуцированно оснащенные многообразия фигур, в том числе индуцированно оснащенные многообразия, возникающие при задании касательно оснащающего объекта на многообразии $[m,m,n]^2$ центральных невырожденных гиперквадрик аффинного пространства A_n.

В проективном пространстве P_n исследовано n-параметрическое семейство - гиперкомплекс $V_{n,m}$ квадратичных элементов Q_{n-2} с касательно оснащенными гиперплоскостями. Показано, что гиперкомплекс $V_{n,m}$ является n-мерным многообразием пар фигур (Q_{n-2},F), где F - (n-m-1)-мерное подпространство, инцидентное гиперплоскости квадратичного элемента Q_{n-2}.

6. Семейства алгебраических элементов высших порядков. При исследовании семейств алгебраических поверхностей порядка к>2 существенную роль играет выделение таких поверхностей, которые лежат в плоскостях на единицу большей размерности. Невырожденная (n-2)-мерная алгебраическая поверхность порядка к, принадлежащая гиперплоскости P_{n-1} проективного пространства P_n , называется плоским алгебраическим элементом порядка к. Многообразием $(h,m,n)^к$ называется m-мерное семейство плоских алгебраических элементов, гиперплоскости которых образуют h-мерное многообразие.

7. Многообразия квадрик в многомерных пространствах. Многообразием $(h,m,n)_p^2$ называется m-мерное многообразие p-мерных квадрик $Q_p \in P_n$, плоскости которых образуют h-параметрическое семейство. При изучении многообразий квадрик основное внимание обращается на рассмотрение фокальных образов, построение ассоциированных алгебраических многообразий, внутреннее оснащение и выделение классов многообразий квадрик со специальными свойствами фокальных и других ассоциированных образов.

8. Семейства гиперквадрик. В проективном пространстве P_n m-мерное многообразие К(m,n) невырожденных гиперквадрик Q_{n-1}:

$$a_{\alpha,\beta}x^\alpha x^\beta=0,\ |a_{\alpha,\beta}|=const\neq 0\ (\alpha,\beta=\overline{1,n+1})$$

задается системой дифференциальных уравнений

$$\theta_{\alpha\beta}=\Lambda_{\alpha\beta i}\theta^i\ (i=\overline{1,m}),$$

где

$$\theta_{\alpha\beta}=d\,a_{\alpha\beta}-a_{\alpha\gamma}\omega_\beta^\alpha-a_{\gamma\beta}\omega_\alpha^\gamma$$

- структурные формы гиперквадрики Q_{n-1}, ω_β^α - компоненты инфинитезимальных перемещений проективного репера, θ^i-базисные формы пространства параметров.

9. Многообразия квадратичных элементов. Многообразием $(m,m,n)^2$ называется m-мерное многообразие (n-2)-мерных невырожденных квадрик Q_{n-2} (квадратичных элементов), гиперплоскости которых также образуют m-мерное семейство. Если вершины A_α $(\alpha,\beta,\gamma=\overline{1,n})$ подвижного репера $\{A_\alpha,A_{n+1}\}$ расположить в гиперплоскости квадратичного элемента Q_{n-2} , то его уравнения запишутся в виде:

$$a_{\alpha\beta}x^\alpha x^\beta=0,\ x^{n+1}=0,\ \det(a_{\alpha\beta})=1.$$

Многообразие $(m,m,n)^2$ определяется системой дифференциальных уравнений.

$$\omega_a=a_a^i\omega_i,\quad da_{\alpha\beta}-a_{\gamma\beta}\omega_\alpha^\gamma-a_{\alpha\gamma}\omega_\beta^\gamma+\frac{2}{n}a_{\alpha\beta}\omega_\gamma^\gamma=b_{\alpha\beta}^i\omega_i,$$

где $\omega_\alpha = \omega_\alpha^{n+1}$; $i=\overline{1,m}$; $a=\overline{m+1,n}$. Фундаментальный объект $\{a^i_a, a_{\alpha\beta}, b^i_{\alpha\beta}\}$ является основным объектом многообразия $(m,m,n)^2$.

10. Расслояемые пары конгруэнций фигур. Понятие расслоения пары прямолинейных конгруэнций в смысле Фиников получило обобщение в работах В.С.Малаховского. Пара конгруэнций (F_1),(F_2) фигур F_1, F_2 называется индуцированно расслояемой, если она индуцирует двусторонне расслояемую пару прямолинейных конгруэнций.

Пусть F- кривая, l-прямая, не пересекающая кривую F. Пара конгруэнций (F,)(l) называется односторонне расслояемой, если к конгруэнции (F) можно присоединить однопараметрическое семейство поверхностей так, чтобы касательные плоскости к каждой поверхности в точке пересечения с линией F содержали соответствующую прямую l.

Пара конгруэнций (F_1),(F_2) кривых F_1, F_2 называется расслояемой, если 1) она индуцирует прямолинейную конгруэнцию (l), где l - прямая, не пересекающая линии F_1 и F_2; 2) существуют односторонние расслоения от конгруэнций (F_1) и (F_2) к конгруэнции (l). Пара конгруэнций (Φ_1), (Φ_2) фигур Φ_1, Φ_2 называется криволинейно расслояемой, если она индуцирует расслояемую пару криволинейных конгруэнций (F_1) и (F_2).

В.С.Малаховский исследовал расслояемые пары конгруэнций фигур F_1 и F_2 , когда 1) F_1-коника, F_2 - непересекающая ее прямая; 2) F_1, F_2- коники, не лежащие в одной плоскости.

11. Семейства коник и квадрик в трехмерных пространствах. Коники трехмерного пространства образуют восьмимерное пространство, а квадрики - девятимерное пространство, что обеспечивает широкий диапазон размерностей многообразий коник и квадрик. Например, семейства коник могут зависеть от одного до семи параметров. В.С.Малаховский подробно исследовал двумерные (конгруэнции) и трехмерные (комплексы) многообразия коник и квадрик.

Дифференциальная геометрия многообразий фигур активно развивается трудами В.С.Малаховского и его многочисленных учеников. В настоящее время геометрия Малаховского уже достигла определенной зрелости, но еще таит в себе много непознанного и служит стимулом для возникновения новых научных идей.

Библиографический список

1. *Малаховский В.С.* Дифференциальная геометрия многообразий фигур и пар фигур в однородном пространстве // Тр. геом. семинара / ВИНИТИ. М., 1969. Т.2. С.179-206.

2. *Малаховский В.С.* Расслояемые пары конгруэнций фигур // Там же, 1971. Т.3. С.193-220.

3. *Малаховский В.С.* Дифференциальная геометрия семейств линий и поверхностей // Алгебра. Топология. Геометрия / ВИНИТИ. М., 1972. Т.10. С.113-157.

4. *Малаховский В.С.* Оснащенные гиперкомплексы квадратичных элементов // Тр. геом. семинара / ВИНИТИ. М., 1973. Т.4. С.167-178.

5. *Малаховский В.С.* Индуцированно оснащенные многообразия фигур в однородном пространстве // Там же, 1974. Т.5. С.319-334.

6. *Малаховский В.С.* Дифференциальная геометрия многообразий фигур // Проблемы геометрии / ВИНИТИ. М., 1981. Т.12. С.31-60.

7. *Малаховский В.С.* Теория конгруэнций кривых и поверхностей второго порядка в трехмерном проективном пространстве. Калининград, 1986. 72 с.

E.V.Skrydlova, Ju.I.Shevchenko

VLADISLAV STEPANOVICH MALAKHOVSKY AND HIS GEOMETRY

In the article, prepared to seventieth birthday of professor V.S.Malakhovsky, biographical facts are adduced and principal directions of differential geometry of figures manifold - Malakhovsky′s geometry - are indicated.

УДК. 514.75

О ПОТОКАХ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫХ РАЗВЕРТЫВАЮЩЕЙСЯ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Н.В. А м и ш е в а

(*Кемеровский государственный университет*)

В окрестности изучаемой точки поток можно рассматривать как семейство траекторий $r=r(t,\alpha)$, зависящих от параметра α. При $\alpha=0$ выделяется действительная траектория $r(t,0)=r(t)$. Поэтому уравнение $r(t,\alpha)=\rho(t)+\alpha\,\rho'(t)$, определяющее развертывающуюся поверхность в трехмерном пространстве, задает и некоторый поток. Исследован геодезический поток, возникающий на кокасательном расслоении этой поверхности. Краткое изложение результатов данной статьи приведено в [1], [2].

§1. Симплектическая структура кокасательного расслоения развертывающейся поверхности

Развертывающуюся поверхность будем рассматривать как совокупность касательных к некоторой пространственной кривой, определенной вектор-функцией $\rho(s)$ натурального параметра s. Тогда любая точка поверхности определяется следующей вектор-функцией:

$$r(s,\lambda)=\rho(s)+\lambda\tau(s), \qquad (1)$$