УДК 514.756.2

Т.Н. Андреева
(Чувашский государственный педагогический университет)

СОПРЯЖЕННЫЕ АФФИННЫЕ СВЯЗНОСТИ НА НОРМАЛЬНО ОСНАЩЕННОЙ ГИПЕРПОВЕРХНОСТИ КОНФОРМНОГО ПРОСТРАНСТВА

Работа посвящена изучению аффинных связностей на нормально оснащенной гиперповерхности V_{n-1} конформного пространства C_n. Вопросы инвариантного построения геометрии гиперповерхности конформного пространства рассматривает М.А. Акивис [1]. Но следует отметить, что линейные связности, индуцируемые различными оснащениями подмногообразия V_{n-1}, им не изучались.

Во всей работе индексы принимают следующие значения: $i, j, k, l, s, t = \overline{1, n-1}$; $I, J, K, L = \overline{1, n}$; $\lambda, \mu, \rho = \overline{0, n+1}$.

Рассмотрим гиперповерхность $V_{n-1} \subset C_n$ $(n \geq 3)$, отнесенную к полуизотропному [2] полуортогональному реперу первого порядка $R = \{A_\lambda\}$; в этом репере справедливо $\omega_0^n = 0$, $\omega_i^n = \Lambda_{ij}^n \omega_0^j$, $\Lambda_{[ij]}^n = 0$; при этом матрица (n+1)-го порядка $\|(A_\lambda A_\mu)\| = \|g_{\lambda\mu}\|$ имеет строение:

$$\|g_{\lambda\mu}\| = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & g_{ij} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_{nn} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix},$$

причем метрический тензор g_{ij} и относительный инвариант g_{nn} являются невырожденными. Совокупность функций

$a^n_{ij} \overset{def}{=} \Lambda^n_{ij} - \dfrac{1}{n-1} g_{ij} g^{ks} \Lambda^n_{ks}$ образует симметричный тензор второго порядка: $\nabla a^n_{ij} + a^n_{ij}\omega^0_0 = a^n_{ijk}\omega^k_0$; предполагается, что $a \overset{def}{=} |a^n_{ij}| \neq 0$.

Известно [1], что нормальное оснащение гиперповерхности $V_{n-1} \subset C_n$ определяется полем квазитензора x^0_i: $\nabla x^0_i + \omega^0_i = x^0_{ij}\omega^j_0$. При этом система форм Пфаффа $\{ \overset{0}{\theta}{}^j_0, \overset{0}{\theta}{}^j_i \}$ [6] удовлетворяет структурным уравнениям Картана – Лаптева [3; 4], а следовательно, определяет пространство аффинной связности $\overset{0}{A}_{n-1,n-1}$ без кручения, а именно [6], пространство Вейля с полем метрического тензора g_{ij}; это пространство является римановым тогда и только тогда, когда кососимметричный тензор $x^0_{[ij]}$ обращается в нуль. Доказана

Теорема 1. *Внутренним образом определяемое нормальное оснащение гиперповерхности* $V_{n-1} \subset C_n$ *возможно лишь в дифференциальной окрестности не ниже третьего порядка. В третьей дифференциальной окрестности поле квазитензора* $\tilde{a}_k \overset{def}{=} \dfrac{1}{n-1} a^{ji}_n a^n_{ijk}$ *определяет внутреннее нормальное оснащение подмногообразия* V_{n-1}, *причем аффинная связность* $\overset{0}{\nabla}$, *индуцируемая этим полем, является римановой.*

Совокупность функций $A^n_{ijk} \overset{def}{=} a^n_{ijk} - 2x^0_{(i}a^n_{j)k} + 2g^{st}a^n_{s(i}g_{j)k}x^0_t$, $A^n_{[ij]k} = 0$ есть тензор порядка не ниже третьего. Потребуем, чтобы система форм $\{\omega^j_0, \overset{1}{\theta}{}^j_i\}$, где $\overset{1}{\theta}{}^j_i = \overset{0}{\theta}{}^j_i + \Gamma^j_{ik}\omega^k_0$, удовлетворяла структурным уравнениям Картана – Лаптева. Тогда совокупность функций Γ^j_{ik} образует тензор. Доказаны следующие предложения:

Теорема 2. *Система форм* $\{\omega^j_0, \overset{1}{\theta}{}^j_i\}$, *где* $\overset{1}{\theta}{}^j_i = \overset{0}{\theta}{}^j_i + a^{js}_n A^n_{sik}\omega^k_0$, *на нормально оснащенной гиперповерхности* $V_{n-1} \subset C_n$ *опре-*

деляет пространство аффинной связности $\overset{1}{A}_{n-1,n-1}$ *с кривизной и кручением.*

Теорема 3. *Аффинные связности* $\overset{0}{\nabla}$ *и* $\overset{1}{\nabla}$ *пространств* $\overset{0}{A}_{n-1,n-1}$ *и* $\overset{1}{A}_{n-1,n-1}$ *сопряжены [5] относительно поля тензора* a^n_{ij}.

Совокупность функций $B_{ij} \overset{def}{=} g_{nn} g^{st} a^n_{is} a^n_{jt}$ образует тензор второго порядка; предполагается, что $B \overset{def}{=} |B_{ij}| \neq 0$. Совокупность функций

$$D_{ijk} \overset{def}{=} B_{ijk} - B_{ij} x^0_k - B_{(ij} x^0_{k)} + B_{l(i} g_{j)k} g^{ls} x^0_s, \quad D_{[ij]k} = 0,$$

есть тензор порядка не ниже третьего. Справедливы следующие теоремы:

Теорема 4. *Система форм* $\{\omega^j_0, \overset{2}{\theta}{}^j_i\}$, *где* $\overset{2}{\theta}{}^j_i = \overset{0}{\theta}{}^j_i + B^{js} D_{sik} \omega^k_0$, *на нормально оснащенной гиперповерхности* $V_{n-1} \subset C_n$ *определяет пространство аффинной связности* $\overset{2}{A}_{n-1,n-1}$ *с кривизной и кручением..*

Теорема 5. *Аффинные связности* $\overset{0}{\nabla}$ *и* $\overset{2}{\nabla}$ *пространств* $\overset{0}{A}_{n-1,n-1}$ *и* $\overset{2}{A}_{n-1,n-1}$ *сопряжены относительно поля симметричного тензора второго порядка* B_{ij}.

Список литературы

1. *Акивис М.А.* Инвариантное построение геометрии гиперповерхности конформного пространства // Матем. сб. 1952. Т. 31. №1. С. 43 – 75.

2. *Бушманова Г.В., Норден А.П.* Элементы конформной геометрии. Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1972. 178 с.

3. *Евтушик Л.Е., Лумисте Ю.Г., Остиану Н.М., Широков А.П.* Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях //

Итоги науки и техн. Проблемы геометрии / ВИНИТИ АН СССР. М., 1979. Т. 9. 246 с.

4. *Лаптев Г.Ф.* Дифференциальная геометрия погруженных многообразий // Труды Моск. матем. о-ва. М., 1953. Т. 2. С. 275 – 382.

5. *Норден А.П.* Пространства аффинной связности. М.: Наука, 1976. 432 с.

6. *Столяров А.В.* Линейные связности на распределениях конформного пространства // Изв. вузов. Математика. 2001. №3. С. 60 – 72.

T. Andreeva

THE CONJUGATE AFFINE CONNECTIONS
ON NORMALLY EQUIPPED HYPERSURFACE
IN A CONFORMAL SPACE

In the work the affine connections on normally equipped hypersurface in conformal space are investigated.

УДК 513.82

М.Б. Банару
(Смоленский гуманитарный университет)

О СЛАБО КОСИМПЛЕКТИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ НА ГИПЕРПОВЕРХНОСТЯХ 6-МЕРНЫХ КЕЛЕРОВЫХ ПОДМНОГООБРАЗИЙ АЛГЕБРЫ ОКТАВ

Рассматриваются 6-мерные подмногообразия алгебры Кэли, на которых 3-векторные произведения индуцируют келерову структуру. Получены структурные уравнения почти контактной метрической структуры на гиперповерхностях таких подмногообразий. Показано, что типовое число слабо косимплектических гиперповерхностей 6-мерных подмногообразий алгебры октав не превосходит единицы.

1. На всякой ориентируемой гиперповерхности почти эрмитова многообразия естественным образом индуцируется