УДК 620.93

А. А. Юрова, Р. В. Чириков

К ВОПРОСУ О РАСШИРЕННОЙ ДВУМЕРНОЙ НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЙ СУПЕРСИММЕТРИИ

Описан алгоритм реализации алгебры двумерной суперсимметричной квантовой механики. Подробно описаны случаи N = 2 и N = 3. Отдельно рассмотрена процедура итераций преобразований Дарбу. В отличие от одномерного случая, в котором задача полностью решается формулами Крама, итерации двумерных преобразований Дарбу остаются недостаточно понятыми.

An algorithm for realizing the algebra of two-dimensional supersymmetric quantum mechanics is described. The cases N = 2 and N = 3 are described in detail. The procedure for iterating Darboux transformations is considered separately. In contrast to the one-dimensional case, in which the problem is completely solved by Krum's formulas, iterations of two-dimensional Darboux transformations remain insufficiently understood.

Ключевые слова: суперсимметрия, преобразование Дарбу, двумерный гамильтониан, расширенная суперсимметрия, итерации.

Keywords: supersymmetry, Darboux transform, 2D-Hamiltonian, extended supersymmetry, iterations.

Введение

Преобразования Дарбу иногда называют преобразованиями суперсимметрии. Это, конечно, некорректно. Правильнее говорить, что преобразования Дарбу позволяют реализовывать алгебру нерелятивистской суперсимметрии. Наиболее разработан одномерный случай, при этом логарифм опорной функции оказывается суперпотенциалом (с отрицательным знаком) и устанавливается точная связь между дискретными спектрами гамильтонианов-суперпартнеров [1; 2]. Чрезвычайно просто оказывается реализовать не только точную, но и нарушенную суперсимметрию (с ненулевым нижним уровнем), а также одномерную расширенную суперсимметрию [3; 4]. Целью данной работы является развитие алгоритма построения расширенной суперсимметрии в двумерном случае, который гораздо богаче по своей структуре (см., например, [5]).

Основные базовые блоки

Рассмотрим три квантовомеханических двумерных гамильтониана, два скалярных и один матричный. Обозначения здесь взяты из работы [1] с заменой заглавных букв на прописные. Два скалярных гамильтониана имеют «квази-факторизованный» вид, по повторяющимся ла-

Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер.: Физико-математические и технические науки. 2020. № 3. С. 68 – 78.

тинским индексам подразумевается суммирование от 1 до 2. Операторы, обозначенные буквой q с нижним индексом, имеют вид обычных операторов Дарбу:

$$h_0 = q_l^{\,+} q_l \,,\ h_1 = q_l q_l^{\,+} \equiv q_l^{+(1)} q_l^{(1)}\,, \qquad q_l^{(k)} = \varepsilon_{lm} q_m^{\ +(k-1)}\,,$$

$$h_{lm} = q_l q_m^{\ +} + q_l^{(1)} q_m^{+(1)}\,,$$

то есть

$$h_{lm} = \begin{bmatrix} q_1 q_1^+ + q_2^{\,+} q_2 & \left[q_1, q_2^+\right] \\ \left[q_2, q_1^+\right] & q_2 q_2^+ + q_1^+ q_1 \end{bmatrix}, \qquad \left[q_l, q_m\right] = 0\,.$$

Напомним, операторы Дарбу и дуальные к ним сплетают скалярные гамильтонианы с матричным, но сами скалярные гамильтонианы не связаны друг с другом. Здесь традиционно считается, что значение энергии, отвечающее опорной функции преобразования, равно нулю.

Определим два суперсимметричных гамильтониана

$$H_1 = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{lm} & h_{lm} & 0 \\ 0 & h_{lm} & h_{lm} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_1 \end{bmatrix}, \qquad H_2 = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{lm} & h_{lm} & 0 \\ 0 & h_{lm} & h_{lm} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_2 \end{bmatrix}$$

и четыре матричных вспомогательных оператора (на самом деле шесть, но два, эрмитово сопряженных к первым двум, мы не выписываем в явном виде)

$$\hat{q}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ q_1 & 0 & 0 & 0 \\ q_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & -q_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{q}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -q_2^{\,+} & 0 & 0 & 0 \\ q_1^{\,+} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -q_1^{\,+} & -q_2^{\,+} & 0 \end{bmatrix},$$

$$A \equiv \begin{bmatrix} 0 & q_2 & -q_1 & 0 \\ -q_1 & 0 & 0 & q_2^{\,+} \\ -q_2 & 0 & 0 & -q_1^{\,+} \\ 0 & -q_1^{\,+} & -q_2^{\,+} & 0 \end{bmatrix}, \quad A^+ \equiv \begin{bmatrix} 0 & -q_1^{\,+} & -q_2^{\,+} & 0 \\ q_2^{\,+} & 0 & 0 & -q_1 \\ -q_1^{\,+} & 0 & 0 & -q_2 \\ 0 & q_2 & -q_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Несложно убедиться в справедливости следующих перестановочных соотношений (фигурные скобки означают антикоммутатор):

$$\hat{q}_2^{\,+} A + A \hat{q}_1^{\,+} = 0\,; \qquad \left\{\hat{q}_1^{\,+}, \hat{q}_1\right\} = H_1\,; \quad \left\{\hat{q}_2^{\,+}, \hat{q}_2\right\} = H_2\,,$$

$$AH_1 = H_2 A\,, \qquad H_1 = A^+ A\,, \qquad H_2 = AA^+\,; \qquad \hat{q}_2 A + A\hat{q}_1 = 0\,.$$

Введенные операторы послужат нам основными строительными блоками для реализации расширенной двумерной симметрии.

N = 2. Расширенная суперсимметрия

Определим набор матричных операторов

$$H_{N=2}=\begin{bmatrix}H_1 & 0\\ 0 & H_2\end{bmatrix};\qquad Q_1=\begin{bmatrix}\hat{q}_1 & 0\\ 0 & \hat{q}_2\end{bmatrix},\ Q_2=\begin{bmatrix}0 & 0\\ A & 0\end{bmatrix},$$

которые реализуют обычную алгебру суперсимметрии

$$\left\{Q_i,Q_k^+\right\}=\delta_{ik}H\ ,\quad \left[Q_i,H\right]=0\ .$$

Для удобства выпишем используемые блоки:

$$H_1=\begin{bmatrix}H_1 &&&\\ & H_2 &&\\ && H_2 &\\ &&& H_1\end{bmatrix},\qquad Q_1=\begin{bmatrix}\hat{q}_1 &&&\\ & \hat{q}_2 &&\\ && \hat{q}_2 &\\ &&& \hat{q}_1\end{bmatrix},$$

$$Q_2=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ A & 0 & 0 & 0\\ 0 & A^+ & 0 & 0\end{bmatrix},\quad \begin{bmatrix}H_1 & \\ & H_2\end{bmatrix}\equiv B^+B\Rightarrow B=\begin{bmatrix}A & \\ & A^+\end{bmatrix}.$$

Следующий шаг очевиден, вводим новые «штрихованные» операторы

$$Q_2\to Q_2'=\left(A\to B\right)$$

и определяем новый гамильтониан

$$\begin{bmatrix}B^+B & \\ & BB^+\end{bmatrix}\equiv C^+C\Rightarrow C=\begin{bmatrix}B & \\ & B^+\end{bmatrix}.$$

В результате получаем новый набор операторов с удвоенной матричной размерностью. Приведем по очереди только супергамильтониан и два супергенератора:

$$\begin{bmatrix}H_1 &&&&&&&\\ & H_2 &&&&&&\\ && H_2 &&&&&\\ &&& H_1 &&&&\\ &&&& H_2 &&&\\ &&&&& H_1 &&\\ &&&&&& H_1 &\\ &&&&&&& H_2\end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \hat{q}_1 & & & & & & & \\ & \hat{q}_2 & & & & & & \\ & & \hat{q}_2 & & & & & \\ & & & \hat{q}_1 & & & & \\ & & & & \hat{q}_2 & & & \\ & & & & & \hat{q}_1 & & \\ & & & & & & \hat{q}_1 & \\ & & & & & & & \hat{q}_2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ A & & & & & & & \\ & A^+ & & & & & & \\ & & A^+ & & & & & \\ & & & A & & & & \end{bmatrix}.$$

Размерность матриц тут 32 на 32, а незаполненные клетки содержат нули.

$$\begin{bmatrix} A_N^+ A_N & \\ & A_N A_N^+ \end{bmatrix} \equiv A_{N+1}^+ A_{N+1},$$

$$A_{N+1} = diag\left(A_N, A_N^+\right),$$

$$H^{(3)} = diag(\mathrm{H}_1, \mathrm{H}_2, \mathrm{H}_2, \mathrm{H}_1); \qquad Q_1^{(3)} = diag(\hat{\mathrm{q}}_1, \hat{\mathrm{q}}_2, \hat{\mathrm{q}}_2, \hat{\mathrm{q}}_1);$$

$$Q_2^{(3)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A^+ & 0 & 0 \end{bmatrix}, \ Q_3^{(3)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -A^+ & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathrm{N} = 3, \ \dim H = 2^4 = 2^{3+1},$$

$$\left\{Q_i, Q_k^+\right\} = \delta_{ik} H, \left[Q_i, H\right] = 0,$$

$$\mathrm{N} = 4,$$

$$H^{(4)} = diag(\mathrm{H}_1, \mathrm{H}_2, \mathrm{H}_2, \mathrm{H}_1, \mathrm{H}_2, \mathrm{H}_1, \mathrm{H}_1, \mathrm{H}_2);$$

$$Q_1^{(4)} = diag(\hat{\mathrm{q}}_1, \hat{\mathrm{q}}_2, \hat{\mathrm{q}}_2, \hat{\mathrm{q}}_1; \hat{\mathrm{q}}_2, \hat{\mathrm{q}}_1, \hat{\mathrm{q}}_1, \hat{\mathrm{q}}_2);$$

$$Q_2^{(4)} = \begin{bmatrix} & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ A & & & & & & & \\ & A^+ & & & & & & \\ & & A^+ & & & & & \\ & & & A & & & & \end{bmatrix},$$

$$Q_2^{(4)} = \begin{bmatrix} & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ A & & & & & & & \\ & A^+ & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & -A^+ & & & \\ & & & & & -A & & \end{bmatrix},$$

$$Q_4^{(4)} = \begin{bmatrix} & & & & & & & \\ A & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & -A^+ & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & -A^+ & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & A & \end{bmatrix}, \qquad \dim H = 32 = 2^5 = 2^{4+1},$$

то есть $d = 2^{N+1}$.

Итерации

В одномерном случае вопрос об итерациях преобразований Дарбу полностью решается формулами Крама. В двумерном случае ситуация оказывается намного сложнее и до сих пор далека от окончательного решения. В этом разделе мы представим некоторые наши предварительные результаты. Прежде всего введем ненулевую энергию для опорной функции:

$$h_0 = q_m^+ q_m + E_0, \quad p_m = \varepsilon_{mk} q_k^+, \qquad p_1 = q_2^+, \; p_2 = q_1^+,$$

$$h_1 = q_m q_m^+ + E_0 = p_m^+ p_m + E_0,$$

$$h_{lm}^{(1)} = q_l q_m^+ - \varepsilon_{km} p_l q_k + E_0 \delta_{lm} = p_l p_m^+ + \varepsilon_{km} q_l p_k + E_0 \delta_{lm}.$$

Все основные соотношения остаются теми же:

$$h_{lm}^{(1)} = \begin{bmatrix} q_1 q_1^+ + q_2^{\ +} q_2 + E_0 & [q_1, q_2^+] \\ [q_2, q_1^+] & q_1^+ q_1 + q_2 q_2^{\ +} + E_0 \end{bmatrix},$$

$$q_l h_0 = h_{lm}^{(1)} q_m, \qquad p_l h_1 = h_{lm}^{(1)} p_m,$$

$$q_m^+ h_{ml}^{(1)} = h_0 q_l^+, \qquad p_m^+ h_{ml}^{(1)} = h_1 p_l^+.$$

Несложно убедиться, что

$$h_0 \Psi^{(0)} = E^{(0)} \Psi^{(0)}, \qquad h_0 \varphi = E_0 \varphi, \qquad h_1 \Psi^{(1)} = E^{(1)} \Psi^{(1)},$$

$$\varphi_l = q_l \Psi^{(0)}, \qquad \Phi_l = p_l \Psi^{(1)}, \qquad h_{lm}^{(1)} \varphi_m = E^{(0)} \varphi_l, \qquad h_{lm}^{(1)} \Phi_m = E^{(1)} \Phi_l.$$

Причем выполняются соотношения нормировки

$$(\varphi_l, \varphi_l) = E^{(0)} - E_0, \qquad (\Phi_l, \Phi_l) = E^{(1)} - E_0$$

и

$$q_l^+ \varphi_l = \left(E^{(0)} - E_0\right) \Psi^{(0)}, \qquad p_l^+ \Phi_l = \left(E^{(1)} - E_0\right) \Psi^{(1)},$$

$$q_l^+ \Phi_l = p_l^+ \varphi_l = 0.$$

Если положить

$$E_0 = E^{(1)} = E^{(0)} \Rightarrow q_m^+ q_m \Psi^{(0)} = q_m^{\ +} q_m \varphi = q_m q_m^+ \Psi^{(1)} = 0,$$

а значит,

$$\Psi^{(1)} = \frac{1}{\varphi} \int dx^m \varepsilon_{km} \varphi q_k \Psi^{(0)}, \qquad \tilde{\varphi}_l = q_l \Psi^{(0)}, \qquad \tilde{\Phi}_l = p_l \Psi^{(1)},$$

$$q_l^+ \tilde{\varphi}_l = p_l^+ \tilde{\Phi}_l = 0, \qquad \tilde{\Phi}_l = -\tilde{\varphi}_l.$$

Удобно формально ввести векторное поле, которое оказывается чисто вихревым:

$$A_l \equiv \varphi \Psi_l \Rightarrow div\, \vec{A} = 0, \qquad rot\, \vec{A} = \frac{2}{\varphi} \left[\vec{\nabla} \varphi, \vec{A} \right].$$

Для следующей итерации определим

$$h^{(1)} \equiv Q_L^+ Q_L + \tilde{E}_0 I, \qquad h_{lm}^{(1)} \equiv Q_{L,lk}^+ Q_{L,km} + \tilde{E}_0 \delta_{lm},$$

$$h^{(1)} \equiv Q_L Q_L^+ + \tilde{E}_0 I = P_L^+ P_L + \tilde{E}_0 I, \quad P_L = \varepsilon_{LM} Q_M^+ \ Q_L^+, \text{ L, M} = 1,2,$$

$$H_{LM} = Q_L Q_M^+ - \varepsilon_{KM} P_L Q_K + \tilde{E}_0 \delta_{LM},$$

то есть

$$H_{LM} = \begin{bmatrix} Q_1 Q_1^+ + Q_2{}^+ Q_2 + \tilde{E}_0\, I & \left[Q_1, Q_2^+\right] \\ \left[Q_2, Q_1^+\right] & Q_1^+ Q_1 + Q_2 Q_2{}^+ + \tilde{E}_0\, I \end{bmatrix}$$

и выполняются соотношения сплетания

$$Q_L h^{(1)} = H_{LM} Q_M\,, \qquad Q_M^+ H_{ML} = h^{(1)} Q_L^+\,,$$

$$P_L h^{(2)} = H_{LM} P_M\,, \qquad P_M^+ H_{ML} = h^{(2)} P_L^+\,.$$

Или в более явном виде:

$$\left(Q_L\right)_{ab} h_{bc}^{(1)} = \left(H_{LM}\right)_{ab} \left(Q_m\right)_{bc}\,,$$

$$\left(H_{LM}\right)_{al} A_{M,l} = A_{L,a} h_0\,, \qquad A_{L,a} = \left(Q_L\right)_{al} q_l\,,$$

$$\left(H_{LM}\right)_{al} B_{M,l} = B_{L,a} h_1\,, \qquad B_{L,a} = \left(Q_L\right)_{al} p_l\,,$$

$$\left(H_{LM}\right)_{al} C_{M,l} = C_{L,a} h_1\,, \qquad C_{L,a} = \left(P_L\right)_{al} \tilde{q}_l\,,$$

$$\left(H_{LM}\right)_{al} D_{M,l} = D_{L,a} h_2\,, \qquad D_{L,a} = \left(P_L\right)_{al} \tilde{p}_l\,.$$

Суперсимметрия генерируется операторами

$$\begin{bmatrix} \begin{matrix} 0 & & & \\ q_1^{(0)} & & & \\ q_2^{(0)} & & & \\ 0 & q_2^{(0)} & -q_2^{(0)} & 0 \end{matrix} & & & \\ & \begin{matrix} 0 & & & \\ q_1^{(1)} & & & \\ q_2^{(1)} & & & \\ 0 & q_2^{(1)} & -q_1^{(1)} & 0 \end{matrix} & & \\ & & \begin{matrix} 0 & & & \\ q_1^{(1)} & & & \\ q_2^{(1)} & & & \\ 0 & q_2^{(1)} & -q_1^{(1)} & 0 \end{matrix} & \\ & & & \begin{matrix} 0 & & & \\ q_1^{(2)} & & & \\ q_2^{(2)} & & & \\ 0 & q_2^{(2)} & -q_1^{(2)} & 0 \end{matrix} \end{bmatrix},$$

$$
\begin{bmatrix}
0 & \overset{+}{q}{}_1^{(1)} & \overset{+}{q}{}_2^{(1)} & 0 & & & & \\
q_1^{(2)} & 0 & 0 & q_1^{(1)} & & & & \\
q_2^{(2)} & 0 & 0 & q_2^{(1)} & & & & \\
0 & q_2^{(1)} & -q_1^{(1)} & 0 & & & & \\
 & & & & 0 & \overset{+}{q}{}_1^{(2)} & \overset{+}{q}{}_2^{(2)} & 0 \\
 & & & & q_1^{(3)} & 0 & 0 & q_1^{(2)} \\
 & & & & q_2^{(3)} & 0 & 0 & q_2^{(2)} \\
 & & & & 0 & q_2^{(2)} & -q_1^{(2)} & 0
\end{bmatrix},
$$

$$
\begin{bmatrix}
0 & & & & & & & & & & & \\
q_1^{(0)} & & & & & & & & & & & \\
q_2^{(0)} & & & & & & & & & & & \\
0 & q_2^{(0)} & -q_2^{(0)} & 0 & & & & & & & & \\
 & & & & 0 & & & & & & & \\
 & & & & q_1^{(1)} & & & & & & & \\
 & & & & q_2^{(1)} & & & & & & & \\
 & & & & 0 & q_2^{(1)} & -q_1^{(1)} & 0 & & & & \\
 & & & & & & & & 0 & \overset{+}{q}{}_1^{(2)} & \overset{+}{q}{}_2^{(2)} & 0 \\
 & & & & & & & & q_1^{(3)} & 0 & 0 & q_1^{(2)} \\
 & & & & & & & & q_2^{(3)} & 0 & 0 & q_2^{2} \\
 & & & & & & & & 0 & q_2^{(2)} & -q_1^{(2)} & 0
\end{bmatrix},
$$

$$
\begin{bmatrix}
0 & \overset{+}{q}{}_1^{(1)} & \overset{+}{q}{}_2^{(1)} & & & & & & & & & \\
q_1^{(2)} & 0 & 0 & q_1^{(1)} & & & & & & & & \\
q_2^{(2)} & 0 & 0 & q_2^{(1)} & & & & & & & & \\
0 & q_2^{(1)} & -q_1^{(1)} & 0 & & & & & & & & \\
 & & & & 0 & & & & & & & \\
 & & & & q_1^{(1)} & & & & & & & \\
 & & & & q_2^{(1)} & & & & & & & \\
 & & & & 0 & q_2^{(1)} & -q_1^{(1)} & 0 & & & & \\
 & & & & & & & & 0 & & & \\
 & & & & & & & & q_1^{(2)} & & & \\
 & & & & & & & & q_2^{(2)} & & & \\
 & & & & & & & & 0 & q_2^{(2)} & -q_1^{(2)} & 0
\end{bmatrix}.
$$

Общая структура связей изображена на рисунке.

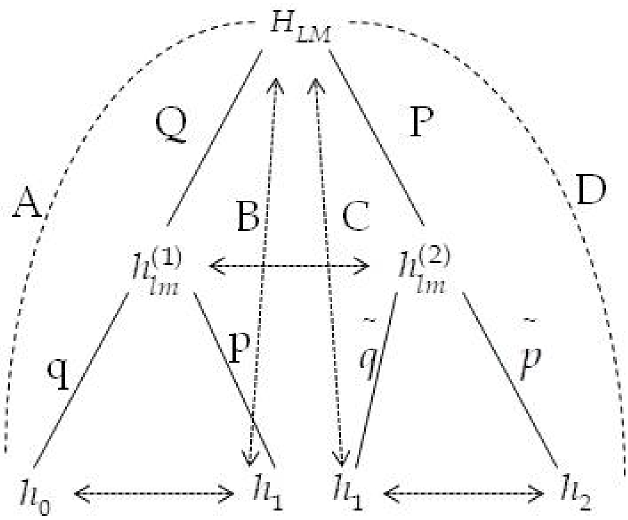

Рис. Общая структура связей

Разумеется, это только часть полной итерационной схемы. Более полная диаграмма будет представлена в отдельной работе.

Заключение

Перечислим несколько открытых вопросов, ответы на которые хотелось бы получить. Во-первых, нельзя ли модернизировать описанную схему построения алгебры расширенной суперсимметрии, чтобы включить в нее центральный заряд? Во-вторых, такие модели могут приводить к вырожденному нулевому уровню. Необычность ситуации в том, что суперсимметрия при этом точна. Вероятно, здесь есть связь с состояниями BPLS, но это только гипотеза. Наконец, чрезвычайно интересен вопрос об итерациях. В первой работе на эту тему задача сводилась к поиску некоторой матрицы, приводящей к чисто нулевым связностям, но с существенным ограничением — она должна быть эрмитова. Если ослабить это условие, то возникает занятная мысль использовать в качестве поставщика итерируемых схем представления нулевой кривизны для интегрируемых иерархий типа НУШ! Удастся ли на этом пути получить что-то содержательное, покажут будущие исследования, однако, учитывая широкую распространенность уравнений, допускающих этот вид симметрий [6—11], легко понять, что такие результаты могут оказаться исключительно важны и интересны.

Список литературы

1. *Андрианов А. А., Борисов Н. В., Иоффе М. В.* Метод факторизации и преобразование Дарбу для многомерных гамильтонианов // ТМФ. 1984. Т. 61, №2. С. 183—198.

2. *Андрианов А. А., Борисов Н. В., Иоффе М. В., Эйдес М. И.* Суперсимметричная механика: новый взгляд на эквивалентность квантовых систем // ТМФ. 1984. Т. 61, №1. С. 17—28.

3. *Андрианов А. А., Соколов А. В.* Расширенная суперсимметрия и скрытые симметрии в одномерной матричной квантовой механике // ТМФ. 2016. Т. 186, №1. С. 5—26.

4. *Березовой В. П., Пашнев А. И.* Суперсимметричная квантовая механика и перестройка спектров гамильтонианов // ТМФ. 1987. Т. 70, №1. С. 146—153.

5. *Иоффе М. В., Канната Ф., Нишнианидзе Д. Н.* Точно решаемая двумерная комплексная модель с вещественным спектром // ТМФ. 2006. Т. 148, №1. С. 102—111.

6. *Yurov A. V., Yurov V. A.* A look at the generalized Darboux transformations for the quasinormal spectra in Schwarzschild black hole perturbation theory: Just how general should it be? // Physics Letters A. 2019. Vol. 383, iss. 22. P. 2571—2578.

7. *Matveev V. B., Salle M. A.* Darboux transformations and solitons. Berlin ; Heidelberg, 1991.

8. *Yurov A. V., Yurov V. A.* The Landau-Lifshitz Equation, the NLS, and the Magnetic Rogue Wave as a By-Product of Two Colliding Regular «Positons» // Symmetry. 2018. Vol. 10. P. 82. arXiv:1701.04903.

9. *Levi D.* Nonlinear differential difference equations as Bäcklund transformations // J. Phys. A: Math. Gen. 1981. Vol. 14. P. 1083—1098.

10. *Шабат А. Б.* Третий вариант метода одевания // ТМФ. 1999. Т. 121, №1. С. 165—176.

11. *Leble S. B., Ustinov N. V.* Deep reductions for matrix Lax system, invariant forms and elementary Darboux transforms // J. Phys. A: Math. Gen. 1993. Vol. 26. P. 5007—5016.

Об авторах

Алла Александровна Юрова — канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта; Калининградский государственный технический университет, Россия.

E-mail: AIUrova@kantiana.ru

Роман Викторович Чириков — асп., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Россия.

E-mail: RCHirikov1@kantiana.ru

The authors

Dr Alla A. Yurova, Associate Professor, Immanuel Kant Baltic Federal University; Kaliningrad State Tehnical University, Russia.

E-mail: AIUrova@kantiana.ru

Roman V. Chirikov, PhD Student, Immanuel Kant Baltic Federal University, Russia.

E-mail: RCHirikov1@kantiana.ru