2. *Stepanov S.E.* On the global theory of projective mappings // Math. Notes 1995. Vol.58. №1. P.752-756.

3. *Stepanov S.E.* O(n)×O(m – n)-structures on m-dimensional manifolds and submersions of Riemannian manifolds // St. Petersburg Math. J. 1996. Vol.7. № 6. P.1005-1015.

4. *Stepanov S.E.* On the global theory of some classes of mappings // Ann. Global Anal. Geom. 1995. Vol. 13. P. 239-249.

5. *Beem J., Ehrlich P.* Global Lorentzian geometry. Marsel Dekker. Inc. New York and Basel, 1981.

6. *SulankeR., Wintgen P.* Differetialgeometrie und Faserbundel. Dt. Verlag d. Wiss. Berlin, 1972.

7. *Yano K., Ishihara S.* Harmonic and relatively affine mappings // J. differ. Geom. 1975. Vol. 10. P. 501-509.

8. *Ponge R., Reckziegel H.* Twisted products in pseudo-Riemannian geometry // Geom. Dedicata. 1993. Vol. 48. P.15-25.

9. *Stepanov S.E.* A class of Riemannian almost product structures // Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Mat. 1989. N 7. P. 40-46 (English transl. in Russian Math. (Iz. VUZ)).

10. *Wu H.* The Bochner technique. Proc. of the 1980 Beijing Symposium on Differential Geometry and Differential Equations (Beijing, 1980). Vol. 2. Science Press, Beijing, 1982. P.929-1071.

11. *Har'El Z.* Projective mappings and distortion theorems // J. Differ. Geom.1980. Vol.15. P. 97-106.

12. *Rocamora A.H.* Some geometric cosequences of the Weitzenbock formula on Riemannian almost-product manifolds; weak-harmonic distributions // Illinois J. Math. 1988. Vol. 32. № 4. P. 654-671.

С.Е. С т е п а н о в, И.И. Ц ы г а н о к

ТРИ ТЕОРЕМЫ О ПРОЕКТИВНЫХ СУБМЕРСИЯХ

Проективные отображения широко изучены в литературе. Теория проективных субмерсий менее исследована. Настоящая работа посвящена изучению глобальной и локальной теорий проективных субмерсий. В частности, обобщаются 2 результата в случае некомпактного риманова многообразия.

УДК 514.75

СУЖЕНИЯ ПРОСТРАНСТВ ПРОЕКТИВНОЙ СВЯЗНОСТИ, ИНДУЦИРУЕМЫХ НА ОСНАЩЕННОЙ ГИПЕРПОЛОСЕ

А.В. С т о л я р о в

(*Чувашский государственный педагогический университет*)

В работе путем построения и изучения полей геометрических объектов, охваченных полями фундаментальных и оснащающих объектов, исследуются геометрии двух оснащений (в смысле А.П.Нордена [5] и Э.Картана [13]) m-мерной регулярной гиперполосы H_m , погруженной в n-мерное проективное пространство P_n ($m<n$-1).

Результаты получены с применением теории связностей в расслоенных пространствах в форме, данной Г.Ф.Лаптевым [2] ÷ [4]. Исследования проведены в минимально специализированной системе отнесения. Индексы принимают следующие значения:

$$\bar{I},\bar{K},\bar{L}=\overline{0,n};\ \bar{i},\bar{j},\bar{k}=\overline{0,m};i,j,k,l,s,t=\overline{1,m};u,v,w=\overline{m+1,n-1}.$$

1. Рассмотрим n-мерное проективное пространство P_n , отнесенное к подвижному точечному реперу $R\ \equiv\{A_{\bar{K}}\}$; деривационные формулы репера R имеют вид

$$dA_{\bar{I}}=\omega_{\bar{I}}^{\bar{K}}A_{\bar{K}}, \tag{1}$$

где формы Пфаффа $\omega_{\bar{I}}^{\bar{K}}$ подчинены уравнениям структуры проективного пространства P_n [10]:

$$D\omega_{\bar{I}}^{\bar{K}}=\omega_{\bar{I}}^{\bar{L}}\wedge\omega_{\bar{L}}^{\bar{K}},\omega_{\bar{L}}^{\bar{L}}=0. \tag{2}$$

Известно [6], [7], что в репере 1-го порядка дифференциальные уравнения регулярной гиперполосы $H_m\subset P_n$ ($m<n$ - 1) [1] имеют вид

$$\omega_0^n=\omega_0^v=\omega_v^n=0,\omega_i^n=\Lambda_{ij}^n\omega_0^j,\omega_i^v=\Lambda_{ij}^v\omega_0^j,\omega_v^i=N_{vj}^i\omega_0^j, \tag{3}$$

где

$$\Lambda_{[ij]}^n=\Lambda_{[ij]}^v=0,\Lambda_{s[i}^nN_{|v|j]}^s=0. \tag{4}$$

Отметим, что совокупность функций $\{\Lambda_{ij}^n\}$ образует тензор первого порядка, а каждый из наборов функций $\{\Lambda_{ij}^v,\Lambda_{ij}^n\}$, $\{N_{vj}^i\}$, $\{\Lambda_{ijk}^n,\Lambda_{ij}^n\}$ - геометрический объект [3] 2-го порядка:

$$\begin{gathered}\nabla\Lambda_{ij}^n+\Lambda_{ij}^n\omega_0^0=\Lambda_{ijk}^n\omega_0^k,\Lambda_{i[jk]}^n=0,\\ \nabla\Lambda_{ij}^v+\Lambda_{ij}^v\omega_0^0+\Lambda_{ij}^n\omega_n^v=\Lambda_{ijk}^v\omega_0^k,\Lambda_{i[jk]}^v=0,\\ \nabla N_{vj}^i+N_{vj}^i\omega_0^0-\delta_j^i\omega_v^0=N_{vjk}^i\omega_0^k,N_{v[jk]}^i=0,\\ \nabla\Lambda_{ijk}^n+2\Lambda_{ijk}^n\omega_0^0+\Lambda_{(ij}^n\omega_{k)}^0-\Lambda_{(ij}^n\Lambda_{k)s}^n\omega_n^s=\Lambda_{ijks}^n\omega_0^s,\\ \Lambda_{ij[ks]}^n=\Lambda_{it}^n\Lambda_{j[k}^vN_{|v|s]}^t+\Lambda_{tj}^n\Lambda_{i[k}^vN_{|v|s]}^t.\end{gathered} \tag{5}$$

В силу регулярности гиперполосы тензор Λ_{ij}^n является невырожденным: $\Lambda\overset{def}{=}\left|\Lambda_{ij}^n\right|\neq 0$; относительный инвариант Λ первого порядка удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$d\ln\Lambda+m(\omega_0^0+\omega_n^n)-2\omega_k^k=\Lambda_k\omega_0^k,\Lambda_k=\Lambda_n^{ji}\Lambda_{ijk}^n. \tag{6}$$

Компоненты обращенного тензора Λ_n^{ik} определяются из соотношений

$$\Lambda_n^{ik}\Lambda_{kj}^n = \delta_j^i \tag{7}$$

и удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$\nabla\Lambda_n^{ij} - \Lambda_n^{ij}\omega_0^0 = -\Lambda_n^{ik}\Lambda_n^{sj}\Lambda_{kst}^n\omega_0^t. \tag{8}$$

Продолжая уравнение (6), находим

$$\nabla\Lambda_i + \Lambda_i\omega_0^0 + (m+2)(\omega_i^0 - \Lambda_{ki}^n\omega_n^k) = \Lambda_{ik}\omega_0^k,\ \Lambda_{[ik]} = 2\Lambda_{s[i}^v N_{|v|k]}^s. \tag{9}$$

Показано [6], [7], что регулярная гиперполоса $H_m \subset P_n$ в 3-й дифференциальной окрестности внутренним образом порождает поле инвариантных соприкасающихся гиперквадрик Q_{n-1}, уравнения которых относительно репера первого порядка имеют вид

$$\Lambda_{ij}^n x^i x^j + 2\frac{\Lambda_i}{m+2}x^i x^n + B_{uv}^n x^u x^v + 2b_v x^v x^n + S_n(x^n)^2 = 2x^0 x^n. \tag{10}$$

Заметим, что в каждой точке $A_0 \in H_m$ касательная плоскость $T_m(A_0)$ к базисной поверхности V_m гиперполосы и характеристика $\Pi_{n-m-1}(A_0)$ ее главной касательной гиперплоскости $\Pi_{n-1}(A_0)$ полярно сопряжены относительно гиперквадрики (10).

Доказано [7], что обращение в нуль симметричного тензора Дарбу второго порядка

$$D_{ijk}^n \overset{def}{=} (m+2)\Lambda_{ijk}^n - \Lambda_{(ij}^n\Lambda_{k)},\ \nabla D_{ijk}^n + 2D_{ijk}^n\omega_0^0 = D_{ijks}^n\omega_0^s,$$

$$D_{ijks}^n = (m+2)\Lambda_{ijks}^n - \Lambda_{s(ij}^n\Lambda_{k)} - \Lambda_{(ij}^n\Lambda_{k)s} \tag{11}$$

есть условие касания 3-го порядка соприкасающихся гиперквадрик поля (10) с гиперполосой $H_m \subset P_n$.

2. Известно [6], [7], что нормализация гиперполосы $H_m \subset P_n$ в смысле Нордена-Чакмазяна [5], [11] равносильна заданию на H_m двух полей квазитензоров ν_n^i, ν_i^0:

$$\nabla\nu_n^i + \omega_n^i = \nu_{nk}^i\omega_0^k,\ (а)\ \nabla\nu_i^0 + \omega_i^0 = \nu_{ik}^0\omega_0^k.\ (б) \tag{12}$$

При этом (12-а) есть условие инвариантности поля нормалей первого рода $N_{n-m} \equiv\ \equiv [\Pi_{n-m-1}, N_n]$, где

$$N_n = A_n + \nu_n^i A_i + a_n^v A_v,\ a_n^v \overset{def}{=} \frac{1}{m}\Lambda_{ij}^v\Lambda_n^{ji}. \tag{13}$$

Заметим, что прямая $h \equiv [A_0N_n]$ инвариантна относительно преобразований стационарной подгруппы элемента гиперполосы H_m . Аналогично, (12-б) есть условие инвариантности поля нормалей второго рода $N_{m-1} \equiv [N_i]$, где $N_i = A_i + \nu_i^0 A_0$.

Условием взаимности [5] нормализации гиперполосы $H_m \subset P_n$ относительно поля соприкасающихся гиперквадрик (10) является обращение в нуль тензора $T_k^0(\nu)$:

$$T_k^0(\nu) \overset{def}{=} \frac{\Lambda_k}{m+2} - \nu_k^0 + \Lambda_{ks}^n\nu_n^s; \tag{14}$$

в частности, нормализации Фубини (F_n^i, F_i^0) и Вильчинского $(-W_n^i, W_i^0)$, определяемые в третьей дифференциальной окрестности, являются взаимными [6], [7].

В работах [6] , [7] в 3-й дифференциальной окрестности построено поле канонического пучка инвариантных нормалей первого рода ν_n^i с осью $\Pi_{n-m-1}(A_0)$, определяемое полями квазитензоров F_n^i и $(-W_n^i)$ 3-го порядка:

$$\nu_n^i = -W_n^i + \tau(W_n^i + F_n^i), \tag{15}$$

где τ - инвариантный параметр.

Отметим, что совокупность функций

$$T_n^i \overset{def}{=} W_n^i + F_n^i,\ dT_n^i - T_n^i\omega_n^n + T_n^j\omega_j^i = T_{nj}^i\omega_0^j \tag{16}$$

есть тензор 3-го порядка. Обращение тензора T_n^i в нуль есть условие, при котором в каждой точке $A_0 \in H_m$ канонический пучок нормалей первого рода (15) вырождается в одну нормаль $N_{n-m}(A_0)$; такие гиперполосы $H_m \subset P_n$ по аналогии с поверхностью $V_2 \subset P_3$ [14] назовем *коинцидентными*.

Оснащение гиперполосы $H_m \subset P_n$ в смысле Э.Картана [13] равносильно [9] заданию на H_m полей геометрических объектов $\{\nu_n^i\}, \{\nu_n^0, \nu_n^i, a_n^v\}, \{\nu_v^0\}$:

$$\begin{aligned} &\nabla\nu_n^i + \omega_n^i = \nu_{nk}^i\omega_0^k, && \text{(а)}\\ &\nabla\nu_n^0 + \nu_n^j\omega_j^0 + a_n^v\omega_v^0 + \omega_n^0 = \nu_{nk}^0\omega_0^k, && \text{(б)}\\ &\nabla\nu_v^0 + \omega_v^0 = \nu_{vk}^0\omega_0^k. && \text{(в)}\end{aligned} \tag{17}$$

Геометрически это означает, что в каждой нормали первого рода $N_{n-m}(A_0)$, определяемой квазитензором ν_n^i, задана оснащающая плоскость $N_{n-m-1}(A_0) \equiv [K_n, N_v]$, где

$$K_n = N_n + \nu_n^0 A_0 = A_n + \nu_n^i A_i + a_n^v A_v + \nu_n^0 A_0,\ N_v = \nu_v^0 A_0 + A_v\,. \tag{18}$$

(n-m-2)-мерная ось $[N_v] \equiv N_{n-m-1} \cap \Pi_{n-m-1}$ оснащающей плоскости определяется квазитензором ν_v^0 (см. (17-в)); в качестве ν_v^0 можно взять квазитензор 2-го порядка $(-a_v^0)$:

$$a_v^0 \overset{def}{=} \frac{1}{m} N_{vk}^k, \tag{19}$$

что и предполагается в дальнейшем.

Задание поля нормалей первого рода определяет оснащение в смысле Э.Картана гиперполосы H_m, причем неоднозначно. Например, в качестве функции ν_n^0, удовлетворяющей уравнению (17-б), можно взять охваты:

$$K_n^0(\nu) \overset{def}{=} -\frac{1}{m}(\nu_{nj}^j - \Lambda_{ij}^n \nu_n^i \nu_n^j) - a_n^v a_v^0, \tag{20}$$

$$Q_n^0(\nu) \overset{def}{=} \frac{1}{2}(S_n + \Lambda_{ij}^n \nu_n^i \nu_n^j + B_{uv}^n a_n^u a_n^v) + \frac{1}{m+2}\Lambda_i \nu_n^i + b_u a_n^u.$$

3. Известно [9], что на оснащенной в смысле Э.Картана (см. п. 2) гиперповерхности $H_m \subset P_n$ система форм $\{\overset{1}{\omega}{}_{\bar{i}}^{\bar{j}}\}$, где

$$\overset{1}{\omega}{}_0^i = \omega_0^i, \overset{1}{\omega}{}_0^0 = \omega_0^0, \overset{1}{\omega}{}_i^j = \omega_i^j - \nu_n^j \omega_i^n, \overset{1}{\omega}{}_i^0 = \omega_i^0 - \nu_n^0 \omega_i^0 - a_n^v a_v^0 \omega_i^n + a_v^0 \omega_i^v, \quad (21)$$

удовлетворяет структурным уравнениям Картана-Лаптева [3]

$$D\overset{1}{\omega}{}_{\bar{i}}^{\bar{j}} = \overset{1}{\omega}{}_{\bar{i}}^{\bar{k}} \wedge \overset{1}{\omega}{}_{\bar{k}}^{\bar{j}} + \frac{1}{2} \overset{1}{R}{}_{\bar{i}st}^{\bar{j}} \, \omega_0^s \wedge \omega_0^t, \quad (22)$$

а следовательно, определяет первое пространство проективной связности $\overset{1}{P}_{m,m}$. В структурных уравнениях (22) компоненты тензора кривизны-кручения пространства $\overset{1}{P}_{m,m}$ имеют следующие строения:

$$\overset{1}{R}{}_{0st}^j = 0, \overset{1}{R}{}_{0st}^0 = 0, \overset{1}{R}{}_{ist}^j = 2\Big(\Lambda_{i[s}^n \nu_{|n|t]}^j + \Lambda_{i[s}^n \delta_{t]}^j \nu_n^0 - \Lambda_{i[s}^v \delta_{t]}^j a_v^0 +$$

$$+ \Lambda_{i[s}^n \delta_{t]}^j a_n^v a_v^0 + \Lambda_{l[s}^n \Lambda_{t]i}^n \nu_n^j \nu_n^l + \Lambda_{i[s}^v N_{|v|t]}^j\Big), \quad (23)$$

$$\overset{1}{R}{}_{ist}^0 = 2\Big\{\Lambda_{i[s}^n \nu_{|n|t]}^0 - \Lambda_{i[s}^v a_{|v|t]}^0 + \Lambda_{i[s}^n a_{|n|t]}^v a_v^0 +$$

$$+ \Lambda_{i[s}^n a_{|v|t]}^0 a_n^v + \Big(\nu_n^0 \Lambda_{l[s}^n - a_v^0 \Lambda_{l[s}^v + a_n^v a_v^0 \Lambda_{l[s}^n\Big)\Lambda_{t]i}^n \nu_n^l\Big\}.$$

Согласно работе [4], другое пространство проективной связности $\overset{p}{P}_{m,m}$ определяется системой форм $\{\overset{p}{\omega}{}_{\bar{i}}^{\bar{j}}\}$, получающихся преобразованием

$$\overset{p}{\omega}{}_{\bar{i}}^{\bar{j}} = \overset{1}{\omega}{}_{\bar{i}}^{\bar{j}} + \overset{p}{\Pi}{}_{\bar{i}k}^{\bar{j}} \, \omega_0^k. \quad (24)$$

Требование того, чтобы система из $(m + 1)^2$ форм Пфаффа $\overset{p}{\omega}{}_{\bar{i}}^{\bar{j}}$ удовлетворяла структурным уравнениям Картана-Лаптева

$$D\overset{p}{\omega}{}_{\bar{i}}^{\bar{j}} = \overset{p}{\omega}{}_{\bar{i}}^{\bar{k}} \wedge \overset{p}{\omega}{}_{\bar{k}}^{\bar{j}} + \frac{1}{2} \overset{p}{R}{}_{\bar{i}st}^{\bar{j}} \, \omega_0^s \wedge \omega_0^t, \quad (25)$$

равносильно следующей системе дифференциальных уравнений

$$\nabla \overset{p}{\Pi}{}_{0k}^j + \overset{p}{\Pi}{}_{0k}^j \, \omega_0^0 = \overset{p}{\Pi}{}_{0ks}^j \, \omega_0^s, \quad \nabla \overset{p}{\Pi}{}_{0k}^0 + \overset{p}{\Pi}{}_{0k}^0 \, \omega_0^0 + \overset{p}{\Pi}{}_{0k}^t \, \omega_t^0 = \overset{p}{\Pi}{}_{0ks}^0 \, \omega_0^s,$$

$$\nabla \overset{p}{\Pi}{}_{ik}^j + \overset{p}{\Pi}{}_{ik}^j \, \omega_0^0 - \overset{p}{\Pi}{}_{0k}^j \, \omega_i^0 = \overset{p}{\Pi}{}_{iks}^j \, \omega_0^s, \quad (26)$$

$$\nabla \overset{p}{\Pi}{}_{ik}^0 + \overset{p}{\Pi}{}_{ik}^0 \, \omega_0^0 - \overset{p}{\Pi}{}_{0k}^0 \, \omega_i^0 + \overset{p}{\Pi}{}_{ik}^t \, \omega_t^0 = \overset{p}{\Pi}{}_{iks}^0 \, \omega_0^s.$$

В силу соотношений (5), (8), (9), (11), (16), (17) уравнениям (26) удовлетворяют следующие системы охватов:

$$\overset{1}{\Pi}{}_{0k}^j = \overset{1}{\Pi}{}_{0k}^0 = \overset{1}{\Pi}{}_{ik}^j = \overset{1}{\Pi}{}_{ik}^0 = 0;$$

$$\overset{2}{\Pi}{}^j_{0k} = \overset{2}{\Pi}{}^0_{0k} = 0, \overset{2}{\Pi}{}^j_{ik} = \frac{1}{m+2}\Lambda^{jl}_n D^n_{lik}, \tag{27}$$

$$\overset{2}{\Pi}{}^0_{ik} = \frac{1}{m+2}\left(\frac{1}{m+2}\Lambda^{ts}_n \Lambda_t D^n_{sik} + \nu^s_n D^n_{sik}\right); \tag{28}$$

$$\overset{3}{\Pi}{}^j_{0k} = 0, \overset{3}{\Pi}{}^0_{0k} = \Lambda^n_{ks} T^s_n,$$

$$\overset{3}{\Pi}{}^j_{ik} = -\frac{1}{m}\delta^j_i \overset{3}{\Pi}{}^0_{0k}, \overset{3}{\Pi}{}^0_{ik} = -\frac{m+1}{m}\overset{3}{\Pi}{}^0_{0k}\left(\frac{\Lambda_i}{m+2} + \Lambda^n_{is}\nu^s_n\right); \tag{29}$$

$$\overset{4}{\Pi}{}^j_{0k} = 0, \overset{4}{\Pi}{}^0_{0k} = \Lambda^n_{ks} T^s_n, \overset{4}{\Pi}{}^j_{ik} = \frac{1}{m+2}\Lambda^{js}_n D^n_{sik} - \frac{1}{m}\delta^j_i \Lambda^n_{ks} T^s_n,$$

$$\overset{4}{\Pi}{}^0_{ik} = \left(\frac{1}{m+2}\Lambda^{st}_n D^n_{tik} - \frac{m+1}{m}\delta^s_i \Lambda^n_{kt} T^t_n\right)\left(\frac{\Lambda_s}{m+2} + \Lambda^n_{sl}\nu^l_n\right); \tag{30}$$

$$\overset{5}{\Pi}{}^j_{0k} = \delta^j_k, \overset{5}{\Pi}{}^0_{0k} = \frac{\Lambda_k}{m+2} + \Lambda^n_{ks}\nu^s_n,$$

$$\overset{5}{\Pi}{}^j_{ik} = \frac{1}{m+2}\Lambda^{js}_n D^n_{sik} - \delta^j_k\left(\frac{\Lambda_i}{m+2} + \Lambda^n_{is}\nu^s_n\right),$$

$$\overset{5}{\Pi}{}^0_{ik} = \frac{1}{m+2}\left(\frac{1}{m+2}\Lambda^{st}_n \Lambda_s D^n_{tik} + \nu^s_n D^n_{sik}\right) - \tag{31}$$

$$-\left(\frac{\Lambda_i}{m+2} + \Lambda^n_{is}\nu^s_n\right)\left(\frac{\Lambda_k}{m+2} + \Lambda^n_{kt}\nu^t_n\right).$$

В силу (24) охваты (27) определяют первое пространство проективной связности $\overset{1}{P}_{m,m}$, индуцируемое оснащением в смысле Э.Картана гиперполосы $H_m \subset P_n$; охваты (28)÷(31) определяют формы пространств проективной связности $\overset{2\div 5}{P}_{m,m}$, имеющие следующие строения:

$$\begin{gathered}\overset{2}{\omega}{}^j_0 = \overset{1}{\omega}{}^j_0, \overset{2}{\omega}{}^0_0 = \overset{1}{\omega}{}^0_0, \overset{2}{\omega}{}^j_i = \overset{1}{\omega}{}^j_i + \frac{1}{m+2}\Lambda^{jl}_n D^n_{lik}\omega^k_0, \\ \overset{2}{\omega}{}^0_i = \overset{1}{\omega}{}^0_i + \frac{1}{m+2}\left(\frac{1}{m+2}\Lambda^{ts}_n \Lambda_t D^n_{sik} + \nu^s_n D^n_{sik}\right)\omega^k_0;\end{gathered} \tag{32}$$

$$\begin{gathered}\overset{3}{\omega}{}^j_0 = \overset{1}{\omega}{}^j_0, \overset{3}{\omega}{}^0_0 = \overset{1}{\omega}{}^0_0 + \Lambda^n_{ks} T^s_n \omega^k_0, \overset{3}{\omega}{}^j_i = \overset{1}{\omega}{}^j_i - \frac{1}{m}\delta^j_i \Lambda^n_{ks} T^s_n \omega^k_0, \\ \overset{3}{\omega}{}^0_i = \overset{1}{\omega}{}^0_i - \frac{m+1}{m}\Lambda^n_{ks} T^s_n\left(\frac{\Lambda_i}{m+2} + \Lambda^n_{it}\nu^t_n\right)\omega^k_0;\end{gathered} \tag{33}$$

$$\overset{4}{\omega}{}^j_0 = \overset{1}{\omega}{}^j_0, \overset{4}{\omega}{}^0_0 = \overset{1}{\omega}{}^0_0 + \Lambda^n_{ks} T^s_n \omega^k_0, \overset{4}{\omega}{}^j_i = \overset{1}{\omega}{}^j_i + \left(\frac{1}{m+2}\Lambda^{js}_n D^n_{sik} - \frac{1}{m}\delta^j_i \Lambda^n_{ks} T^s_n\right)\omega^k_0, \tag{34}$$

$$\overset{4}{\omega}{}_i^0 = \overset{1}{\omega}{}_i^0 + \left(\frac{1}{m+2}\Lambda_n^{st} D_{tik}^n - \frac{m+1}{m}\delta_i^s \Lambda_{kt}^n T_n^t\right)\left(\frac{\Lambda_s}{m+2} + \Lambda_{sl}^n \nu_n^l\right)\omega_0^k;$$

$$\overset{5}{\omega}{}_0^j = 2\overset{1}{\omega}{}_0^j, \overset{5}{\omega}{}_0^0 = \overset{1}{\omega}{}_0^0 + \left(\frac{\Lambda_k}{m+2} + \Lambda_{ks}^n \nu_n^s\right)\omega_0^k,$$

$$\overset{5}{\omega}{}_i^j = \overset{1}{\omega}{}_i^j + \left[\frac{1}{m+2}\Lambda_n^{js} D_{sik}^n - \delta_k^j\left(\frac{\Lambda_i}{m+2} + \Lambda_{is}^n \nu_n^s\right)\right]\omega_0^k,$$

$$\overset{5}{\omega}{}_i^0 = \overset{1}{\omega}{}_i^0 + \left[\frac{1}{m+2}\left(\frac{1}{m+2}\Lambda_n^{st}\Lambda_s D_{tik}^n + \nu_n^s D_{sik}^n\right) - \right. \tag{35}$$

$$\left. - \left(\frac{\Lambda_i}{m+2} + \Lambda_{is}^n \nu_n^s\right)\left(\frac{\Lambda_k}{m+2} + \Lambda_{kt}^n \nu_n^t\right)\right]\omega_0^k.$$

В структурных уравнениях (25) компоненты тензоров кривизны-кручения пространств $\overset{2\div5}{\mathrm{P}}_{m,m}$ имеют следующие строения (для пространства $\overset{1}{\mathrm{P}}_{m,m}$ см. (23)):

$$\overset{2}{R}{}_{0st}^j = 0, \overset{2}{R}{}_{0st}^0 = 0, \overset{2}{R}{}_{ist}^j = \overset{1}{R}{}_{ist}^j + 2\left\{\frac{1}{m+2}\left[2\delta_i^j \Lambda_{l[s}^v N_{|v|t]}^l - \Lambda_{i[s}\delta_{t]}^j - \right.\right.$$

$$\left. - \Lambda_n^{jl}\Lambda_{l[s}\Lambda_{t]i}^n - \nu_n^l\left(D_{li[s}^n \delta_{t]}^j + D_{kl[s}^n \Lambda_{t]i}^n \Lambda_n^{jk}\right)\right] - \Lambda_{i[s}^v N_{|v|t]}^j - \tag{36$_1$}$$

$$\left. - \Lambda_n^{jl}\Lambda_{ik}^n \Lambda_{l[s}^v N_{|v|t]}^k + \frac{1}{(m+2)^2}\left(\Lambda_{[s}\delta_{t]}^j \Lambda_i + \Lambda_n^{jk}\Lambda_k \Lambda_{[s}\Lambda_{t]i}^n\right)\right\},$$

$$\overset{2}{R}{}_{ist}^0 = \overset{1}{R}{}_{ist}^0 + \frac{\Lambda_l}{m+2}\left(\overset{2}{R}{}_{ist}^l - \overset{1}{R}{}_{ist}^l\right) +$$

$$+ \frac{2}{(m+2)^2}\left[\Lambda_n^{kl}\Lambda_{k[s}D_{t]li}^n - \nu_n^l\left(\Lambda_l \Lambda_{i[s}^n \Lambda_{t]} + \Lambda_i \Lambda_{l[s}^n \Lambda_{t]}\right)\right] +$$

$$+ \frac{2}{m+2}\left[\nu_n^l\left(2\Lambda_{li}^n \Lambda_{k[s}^v N_{|v|t]}^k - \Lambda_{l[s}\Lambda_{t]i}^n + \nu_n^k D_{kl[s}^n \Lambda_{t]i}^n - \right.\right. \tag{36$_2$}$$

$$\left.\left. - \Lambda_{i[s}\Lambda_{t]l}^n\right) - D_{li[s}^n \nu_{|n|t]}^l + \Lambda_n^{lk} a_v^0 D_{ki[s}^n \Lambda_{t]l}^v\right] - 2\nu_n^l\left(\Lambda_{lk}^n \Lambda_{i[s}^v N_{|v|t]}^k + \right.$$

$$\left. + \Lambda_{ik}^n \Lambda_{l[s}^v N_{|v|t]}^k\right) + \frac{2}{(m+2)^2}\Lambda_n^{kl}\left(\Lambda_k D_{li[s}^n \Lambda_{t]} + \nu_n^j D_{jk[s}^n D_{t]li}^n\right);$$

$$\overset{3}{R}{}_{0st}^j = 2\frac{m+1}{m}\delta_{[s}^j \Lambda_{t]k}^n T_n^k, \tag{37$_1$}$$

$$\overset{3}{R}{}_{0st}^0 = 2\left[\frac{m+1}{m(m+2)}\Lambda_{[s}\Lambda_{t]k}^n T_n^k + \frac{m+1}{m}\Lambda_{l[s}^n \Lambda_{t]k}^n T_n^k \nu_n^l + T_{n[s}^k \Lambda_{t]k}^n\right], \tag{37$_2$}$$

$$\overset{3}{R}{}_{ist}^j = \overset{1}{R}{}_{ist}^j - \frac{2}{m}\left[\frac{m+1}{m+2}\delta_{[s}^j \Lambda_{t]k}^n T_n^k \Lambda_i + \right.$$

(37$_3$)

$$+(m+1)\delta^j_{[s}\Lambda^n_{t]l}T^l_n\Lambda^n_{ik}\nu^k_n+\delta^j_i T^k_{n[s}\Lambda^n_{t]k}\Big],$$

$$\overset{3}{R}{}^0_{ist}=\overset{1}{R}{}^0_{ist}+\frac{2(m+1)}{m}\Big[\Big(\nu^0_n\Lambda^n_{i[s}+a^v_n a^0_v\Lambda^n_{i[s}-a^0_v\Lambda^v_{i[s}\Big)\Lambda^n_{t]l}T^l_n-$$
$$-\Big(\frac{1}{m+2}\Lambda_{i[s}+\nu^l_n\Lambda^n_{il[s}+\Lambda^n_{il}\nu^l_{n[s}\Big)\Lambda^n_{t]k}T^k_n+ \tag{37$_4$}$$
$$+\Big(\frac{\Lambda_k}{m+2}+\Lambda^n_{kl}\nu^l_n\Big)T^j_n\Lambda^n_{j[s}\Lambda^n_{t]i}\nu^k_n-\Big(\frac{\Lambda_i}{m+2}+\Lambda^n_{il}\nu^l_n\Big)T^k_{n[s}\Lambda^n_{t]k}\Big];$$

$$\overset{4}{R}{}^j_{0st}=\overset{3}{R}{}^j_{0st},\ \overset{4}{R}{}^0_{0st}=\overset{3}{R}{}^0_{0st},\ \overset{4}{R}{}^j_{ist}=\overset{2}{R}{}^j_{ist}-\frac{2}{m}\Big[\frac{m+1}{m+2}\delta^j_{[s}\Lambda^n_{t]k}T^k_n\Lambda_i+$$
$$+(m+1)\delta^j_{[s}\Lambda^n_{t]k}T^k_n\Lambda^n_{il}\nu^l_n+\delta^j_i T^k_{n[s}\Lambda^n_{t]k}\Big], \tag{38$_1$}$$

$$\overset{4}{R}{}^0_{ist}=\overset{2}{R}{}^0_{ist}+\frac{2(m+1)}{m}\Big[\Big(\nu^0_n\Lambda^n_{i[s}+a^v_n a^0_v\Lambda^n_{i[s}-a^0_v\Lambda^v_{i[s}\Big)\Lambda^n_{t]l}T^l_n-$$
$$-\Big(\frac{1}{m+2}\Lambda_{i[s}+\nu^l_n\Lambda^n_{il[s}+\Lambda^n_{il}\nu^l_{n[s}\Big)\Lambda^n_{t]k}T^k_n+ \tag{38$_2$}$$
$$+\Big(\frac{\Lambda_k}{m+2}+\Lambda^n_{kj}\nu^j_n\Big)T^l_n\Lambda^n_{l[s}\Lambda^n_{t]i}\nu^k_n-\Big(\frac{\Lambda_i}{m+2}+\Lambda^n_{il}\nu^l_n\Big)T^k_{n[s}\Lambda^n_{t]k}\Big];$$

$$\overset{5}{R}{}^j_{0st}=0,\overset{5}{R}{}^0_{0st}=-\frac{4}{m+2}\Lambda^v_{k[s}N^k_{|v|t]}+2\nu^k_{n[s}\Lambda^n_{t]k}, \tag{39$_1$}$$

$$\overset{5}{R}{}^j_{ist}=\overset{2}{R}{}^j_{ist}+2\Big[\frac{1}{m+2}\delta^j_{[s}D^n_{t]ki}\nu^k_n+\frac{2}{m+2}\delta^j_{[s}\Lambda^n_{t]i}\nu^k_n\Lambda_k-$$
$$-\delta^j_{[s}\Big(\Lambda^n_{t]i}\nu^0_n+\Lambda^n_{t]i}a^v_n a^0_v-\Lambda^v_{t]i}a^0_v\Big)-\Big(\frac{1}{m+2}\Lambda_{i[s}+\Lambda^n_{il}\nu^l_{n[s}\Big)\delta^j_{t]}- \tag{39$_2$}$$
$$-\delta^j_{[s}\Big(\frac{\Lambda_{t]}\Lambda_i}{(m+2)^2}+\Lambda^n_{t]k}\Lambda^n_{il}\nu^k_n\nu^l_n-\Lambda^n_{t]i}\Lambda^n_{kl}\nu^k_n\nu^l_n\Big)\Big],$$

$$\overset{5}{R}{}^0_{ist}=\overset{2}{R}{}^0_{ist}+2\Big[\Big(\nu^0_n\Lambda^n_{i[s}+a^v_n a^0_v\Lambda^n_{i[s}-a^0_v\Lambda^v_{i[s}-$$
$$-\frac{1}{m+2}\Lambda_{i[s}-\nu^l_n\Lambda^n_{il[s}-\Lambda^n_{il}\nu^l_{n[s}\Big)\Big(\frac{\Lambda_{t]}}{m+2}+\Lambda^n_{t]k}\nu^k_n\Big)+ \tag{39$_3$}$$
$$+\Big(\frac{\Lambda_i}{m+2}+\Lambda^n_{il}\nu^l_n\Big)\Big(\frac{2}{m+2}\Lambda^v_{k[s}N^k_{|v|t]}-\nu^k_{n[s}\Lambda^n_{t]k}\Big)-$$
$$-\nu^k_n\Big(\Lambda^n_{kj}\nu^j_n+\frac{\Lambda_k}{m+2}\Big)\Big(\frac{1}{m+2}\Lambda^n_{i[s}\Lambda_{t]}+\nu^l_n\Lambda^n_{i[s}\Lambda^n_{t]l}\Big)\Big].$$

Теорема 1. Оснащение в смысле Э.Картана регулярной гиперполосы $H_m \subset P_n$ индуцирует пять пространств проективной связности $\overset{1\div5}{P}_{m,m}$ с формами связности (21), (32)-(35), компоненты тензоров кривизны-кручения которых имеют, соответственно, строения (23),(36)-(39).

Следствие. Пространства $\overset{1}{P}_{m,m}$, $\overset{2}{P}_{m,m}$, $\overset{5}{P}_{m,m}$ - без кручения, причем кручения этих пространств не зависят от оснащения гиперполосы; пространство $\overset{3}{P}_{m,m}(\overset{4}{P}_{m,m})$ имеет нулевое кручение тогда и только тогда, когда гиперполоса является коинцидентной.

Замечание. В силу (21), (32)-(34) инвариантные аналитические условия попарного совпадения связностей $\overset{1\div4}{\nabla}_P$ пространств $\overset{1\div4}{P}_{m,m}$ имеют вид :

$$\overset{1}{\nabla}_P \equiv \overset{2}{\nabla}_P \Leftrightarrow \overset{3}{\nabla}_P \equiv \overset{4}{\nabla}_P \Leftrightarrow D^n_{ijk} \equiv 0;\ \overset{1}{\nabla}_P \equiv \overset{3}{\nabla}_P \Leftrightarrow \overset{2}{\nabla}_P \equiv \overset{4}{\nabla}_P \Leftrightarrow T^i_n \equiv 0;$$

$$\overset{1}{\nabla}_P \equiv \overset{4}{\nabla}_P \Leftrightarrow \overset{2}{\nabla}_P \equiv \overset{3}{\nabla}_P \Leftrightarrow \{D^n_{ijk} \equiv 0, T^i_n \equiv 0\};$$

4. **Определение.** Будем говорить, что пространство аффинной связности $A_{m,m}$ является *сужением* данного пространства проективной связности $P_{m,m}$, если некоторая нормализация пространства $P_{m,m}$ индуцирует $A_{m,m}$.

Известно [5], [8], что пространство проективной связности $P_{m,m}$ со структурными формами $\{\Omega^{\bar{j}}_{\bar{i}}\}$ называется нормализованным, если в нем задано поле ковектора $c^0_{\bar{k}}, c^0_0 \neq 0$ (т.е. в каждом слое задана плоскость N_{m-1}, не проходящая через его центр). Считая $c^0_0 = -1$, имеем:

$$dc^0_i + c^0_i\Omega^0_0 - c^0_j\Omega^j_i + \Omega^0_i = c^0_{ij}\Omega^j_0. \tag{40}$$

Если в качестве $P_{m,m}$ взять любое из пространств проективной связности $\overset{p}{P}_{m,m}(p = \overline{1,5})$, индуцируемых на оснащенной в смысле Э.Картана регулярной гиперполосе $H_m \subset P_n$, то уравнения (40) запишутся в виде

$$d\overset{p}{c}{}^0_i + \overset{p}{c}{}^0_i \overset{p}{\omega}{}^0_0 - \overset{p}{c}{}^0_j \overset{p}{\omega}{}^j_i + \overset{p}{\omega}{}^0_i = \overset{p}{c}{}^0_{ij} \overset{p}{\omega}{}^j_0, p = \overline{1,5}. \tag{41}$$

Уравнения (12-б), (41) с учетом соотношений (21), (32)-(35) показывают, что задание поля нормалей второго рода ν^0_i на регулярной гиперполосе H_m равносильно нормализации любого из пространств $\overset{p}{P}_{m,m}$ полем квазитензора $\overset{p}{c}{}^0_i \equiv \nu^0_i (p = \overline{1,5})$:

$$d\nu^0_i + \nu^0_i \overset{p}{\omega}{}^0_0 - \nu^0_j \overset{p}{\omega}{}^j_i + \overset{p}{\omega}{}^0_i = \overset{p}{\nu}{}^0_{ij} \overset{p}{\omega}{}^j_0. \tag{42}$$

В уравнениях (42) функции $\overset{p}{\nu}{}^0_{ij}$ имеют вполне конкретные значения:

$$\overset{1}{\nu}{}_{ij}^{0} = \nu_{ij}^{0} + \Lambda_{ij}^{n}(\nu_{k}^{0}\nu_{n}^{k} - \nu_{n}^{0}) + (\Lambda_{ij}^{v} - \Lambda_{ij}^{n}a_{n}^{v})a_{v}^{0},$$

$$\overset{2}{\nu}{}_{ij}^{0} = \overset{1}{\nu}{}_{ij}^{0} + \frac{1}{m+2}\Lambda_{n}^{ks}D_{sij}^{n}T_{k}^{0}(\nu),\ \ \overset{3}{\nu}{}_{ij}^{0} = \overset{1}{\nu}{}_{ij}^{0} - \frac{m+1}{m}T_{i}^{0}(\nu)\Lambda_{js}^{n}T_{n}^{s},$$

$$\overset{4}{\nu}{}_{ij}^{0} = \overset{3}{\nu}{}_{ij}^{0} + \frac{1}{m+2}\Lambda_{n}^{ks}D_{sij}^{n}T_{k}^{0}(\nu),\ \ \overset{5}{\nu}{}_{ij}^{0} = \frac{1}{2}\left[\overset{2}{\nu}{}_{ij}^{0} - T_{i}^{0}(\nu)T_{j}^{0}(\nu) + \nu_{i}^{0}\nu_{j}^{0}\right].$$

Будем говорить, что гиперполоса $H_m \subset P_n$ оснащена, если она нормализована в смысле Нордена-Чакмазяна и оснащена в смысле Э.Картана одновременно; ниже предполагается такое ее «двойное» оснащение.

Согласно работе [8], нормализация пространства проективной связности $\overset{p}{P}_{m,m}$ полем квазитензора ν_i^0 индуцирует пространство аффинной связности $\overset{p}{A}_{m,m}$, определяемое системой форм $\{\overset{p}{\theta}{}_0^i, \overset{p}{\theta}{}_i^j\}$, где

$$\overset{p}{\theta}{}_0^i \overset{def}{=} \overset{p}{\omega}{}_0^i,\ \ \overset{p}{\theta}{}_i^j \overset{def}{=} \overset{p}{\omega}{}_i^j - \delta_i^j\,\overset{p}{\omega}{}_0^0 + \delta_i^j \nu_k^0 \omega_0^k - \nu_i^0 \omega_0^j,\ p = \overline{1,5}. \tag{43}$$

В силу соотношений (21), (32)-(35), (43) формы $\{\overset{p}{\theta}{}_0^i, \overset{p}{\theta}{}_i^j\}$ имеют следующие строения:

$$\overset{1}{\theta}{}_0^i = \omega_0^i, \overset{1}{\theta}{}_i^j = \omega_i^j - \delta_i^j\omega_0^0 + \delta_i^j \nu_k^0\omega_0^k - \nu_n^j\omega_i^n - \nu_i^0\omega_0^j; \tag{44}$$

$$\overset{2}{\theta}{}_0^j = \overset{1}{\theta}{}_0^j = \omega_0^j, \overset{2}{\theta}{}_i^j = \overset{1}{\theta}{}_i^j + \frac{1}{m+2}\Lambda_n^{js}D_{sik}^n\omega_0^k; \tag{45}$$

$$\overset{3}{\theta}{}_0^j = \overset{1}{\theta}{}_0^j = \omega_0^j, \overset{3}{\theta}{}_i^j = \overset{1}{\theta}{}_i^j - \frac{m+1}{m}\delta_i^j\Lambda_{ks}^n T_n^s\omega_0^k; \tag{46}$$

$$\overset{4}{\theta}{}_0^j = \overset{1}{\theta}{}_0^j = \omega_0^j, \overset{4}{\theta}{}_i^j = \overset{1}{\theta}{}_i^j + \left(\frac{1}{m+2}\Lambda_n^{js}D_{sik}^n - \frac{m+1}{m}\delta_i^j\Lambda_{ks}^n T_n^s\right)\omega_0^k; \tag{47}$$

$$\overset{5}{\theta}{}_0^j = 2\,\overset{1}{\theta}{}_0^j, \overset{5}{\theta}{}_i^j = \overset{1}{\theta}{}_i^j + \left[\frac{1}{m+2}\Lambda_n^{js}D_{sik}^n - \delta_i^j T_k^0(\nu) - \delta_k^j T_i^0(\nu)\right]\omega_0^k. \tag{48}$$

В структурных уравнениях Картана-Лаптева

$$D\overset{p}{\theta}{}_0^j = \overset{p}{\theta}{}_0^k \wedge \overset{p}{\theta}{}_k^j + \frac{1}{2}\overset{p}{r}{}_{0st}^{j}\,\omega_0^s \wedge \omega_0^t,\ \ D\overset{p}{\theta}{}_i^j = \overset{p}{\theta}{}_i^k \wedge \overset{p}{\theta}{}_k^j + \frac{1}{2}\overset{p}{r}{}_{ist}^{j}\,\omega_0^s \wedge \omega_0^t \tag{49}$$

компоненты тензоров кручения $\overset{p}{r}{}_{0st}^{j}$ и кривизны $\overset{p}{r}{}_{ist}^{j}$ пространств $\overset{p}{A}_{m,m}$ имеют следующие строения:

$$\begin{aligned} \overset{1}{r}{}_{0st}^{j} = 0, \overset{1}{r}{}_{ist}^{j} = 2(\Lambda_{i[s}^{v}N_{|v|t]}^{j} - \nu_{n[s}^{j}\Lambda_{t]i}^{n} - \delta_i^j\nu_{[st]}^0 + \nu_{i[s}^0\delta_{t]}^j + \\ + \nu_n^k\nu_k^0\Lambda_{i[s}^n\delta_{t]}^j - \nu_n^k\nu_n^j\Lambda_{i[s}^n\Lambda_{t]k}^n - \nu_i^0\nu_{[s}^0\delta_{t]}^j); \end{aligned} \tag{50}$$

$$\overset{2}{r}{}_{0st}^{j} = 0,\ \overset{2}{r}{}_{ist}^{j} = \overset{1}{r}{}_{ist}^{j} - \frac{2}{m+2}\Big(\Lambda_n^{jl}\nu_n^k D_{lk[s}^n\Lambda_{t]i}^n + \Lambda_n^{kl}\nu_k^0 D_{li[s}^n\delta_{t]}^j +$$

$$+\Lambda_n^{jk}\Lambda_{k[s}\Lambda_{t]i}^n+\Lambda_{i[s}\delta_{t]}^j-\delta_i^j\Lambda_{[st]}\Big)-2\Big(\Lambda_{i[s}^{v}N_{|v|t]}^j+\Lambda_n^{jl}\Lambda_{ki}^n\Lambda_{l[s}^{v}N_{|v|t]}^k\Big)+ \tag{51}$$

$$+\frac{2}{(m+2)^2}\Big(\Lambda_n^{kl}\Lambda_k D_{li[s}^n\delta_{t]}^j+\Lambda_i\Lambda_{[s}\delta_{t]}^j+\Lambda_n^{jk}\Lambda_k\Lambda_{[s}\Lambda_{t]i}^n\Big);$$

$$\overset{3}{r}{}_{0st}^j=-2\frac{m+1}{m}T_n^k\Lambda_{k[s}^n\delta_{t]}^j,\ \overset{3}{r}{}_{ist}^j=\overset{1}{r}{}_{ist}^j-\frac{2(m+1)}{m}\delta_i^jT_{n[s}^k\Lambda_{t]k}^n; \tag{52}$$

$$\overset{4}{r}{}_{0st}^j=\overset{3}{r}{}_{0st}^j,\ \overset{4}{r}{}_{ist}^j=\overset{2}{r}{}_{ist}^j-\frac{2(m+1)}{m}\delta_i^jT_{n[s}^k\Lambda_{t]k}^n; \tag{53}$$

$$\overset{5}{r}{}_{0st}^j=0,\ \overset{5}{r}{}_{ist}^j=\overset{2}{r}{}_{ist}^j+\frac{2}{(m+2)^2}(\Lambda_n^{kl}\Lambda_kD_{li[s}^n\delta_{t]}^j-\Lambda_i\Lambda_{[s}\delta_{t]}^j)-$$
$$-\frac{2}{m+2}(\Lambda_n^{kl}\nu_k^0D_{li[s}^n\delta_{t]}^j+2\nu_n^k\Lambda_k\Lambda_{i[s}^n\delta_{t]}^j-2\Lambda_i\nu_{[s}^0\delta_{t]}^j+$$
$$+2\Lambda_i\nu_n^k\Lambda_{k[s}^n\delta_{t]}^j-2\delta_i^j\Lambda_{k[s}^{v}N_{|v|t]}^k+\Lambda_{i[s}\delta_{t]}^j+\nu_n^k\Lambda_{ki}^n\Lambda_{[s}\delta_{t]}^j)- \tag{54}$$
$$-2(\Lambda_{kl}^n\nu_n^k\nu_n^l\Lambda_{i[s}^n\delta_{t]}^j+3\nu_i^0\nu_{[s}^0\delta_{t]}^j-\nu_n^k\nu_k^0\Lambda_{i[s}^n\delta_{t]}^j+\delta_i^j\nu_{[st]}^0+$$
$$+\Lambda_{il}^n\nu_n^l\nu_n^k\Lambda_{k[s}^n\delta_{t]}^j-\Lambda_{ik}^n\nu_n^k\nu_{[s}^0\delta_{t]}^j+\delta_i^j\nu_{n[s}^k\Lambda_{t]k}^n+\Lambda_{ik}^n\nu_{n[s}^k\delta_{t]}^j-\nu_{i[s}^0\delta_{t]}^j).$$

Теорема 2. На оснащенной регулярной гиперполосе $\mathrm{H}_m \subset \mathrm{P}_n$ каждое из пяти индуцируемых пространств аффинной связности $\overset{p}{\mathrm{A}}_{m,m}(p=\overline{1,5})$ является сужением соответствующего пространства проективной связности $\overset{p}{\mathrm{P}}_{m,m}$ с формами связности (44)-(48), причем компоненты тензоров кривизны и кручения пространств $\overset{p}{\mathrm{A}}_{m,m}$ имеют строения (50)-(54).

Следствие. Соответствующие пространства $\overset{p}{\mathrm{P}}_{m,m}, \overset{p}{\mathrm{A}}_{m,m}$ имеют равные тензоры кручения: $\overset{p}{R}{}_{0st}^j=\overset{p}{r}{}_{0st}^j$; при любом фиксированном p пространства $\overset{p}{\mathrm{P}}_{m,m}$, индуцируемые при различном выборе поля оснащающих плоскостей $\mathrm{N}_{n-m-1}(\nu)$, имеют одно и то же сужение $\overset{p}{\mathrm{A}}_{m,m}$.

Библиографический список

1. *Вагнер В.В.* Теория поля локальных гиперполос //Тр. семинара по векторному и тензорному анализу. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1950. Вып. 8. С. 197-272.

2. *Евтушик Л.Е., Лумисте Ю.Г., Остиану Н.М.,Широков А.П.* Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях // Пробл. геометрии / ВИНИТИ. М.,1979. Т. 9. 246 с.

3. *Лаптев Г.Ф.* Дифференциальная геометрия погруженных многообразий // Тр. Моск. мат. о-ва. 1953. Т. 2. С. 275-382.

4. *Лаптев Г.Ф.* Многообразия, погруженные в обобщенные пространства // Тр. 4-го Всесоюз. матем. съезда (1961). 1964. Т. 2. С. 226-233.

5. *Норден А.П.* Пространства аффинной связности. М.: Наука, 1976. 432 с.

6. *Столяров А.В.* О фундаментальных объектах регулярной гиперполосы // Изв. вузов. Мат. 1975. № 10. С. 97-99.

7. *Столяров А.В.* Проективно-дифференциальная геометрия регулярного гиперполосного распределения *m*-мерных линейных элементов // Пробл. геометрии / ВИНИТИ. М., 1975. Т. 7. С. 117-151.

8. *Столяров А.В.* Двойственные линейные связности на оснащенных многообразиях пространства проективной связности // Там же, 1977. Т. 8. С. 25-46.

9. *Столяров А.В.* Дифференциальная геометрия полос // Там же, 1978. Т.10. С.25-54.

10. *Фиников С.П.* Метод внешних форм Картана в дифференциальной геометрии. М.; Л.: ГИТТЛ, 1948. 432 с.

11.*Чакмазян А.В.* Двойственная нормализация // ДАН Арм.ССР. 1959. №4. С.151-157.

12.*Cartan E.* Leçons sur la théorie des espaces á connexion proective. Paris, 1937.

13.*Cartan E.* Les espaces á connexion projective // Тр. семин. по векторному и тензорному анализу / М.: Изд-во Моск. ун-та, 1937. Вып. 4. С. 147-159.

14.*Mihăilescu T.* Geometrie differentiala projectiva. Bucureşti Acad. RPR, 1958. 494 p.

A.V. S t o l y a r o v

CONTRACTIONS OF THE PROJECTIVE CONNECTION SPACES INDUCED ON AN EQUIPPED HYPERSTRIP

Geometries of two equipments (in A.P.Norden′s and E.Cartan′s sense) of m-dimensional reqular hiperstrip, immersed in the n-dimensional projective space (m<n<1) are investigated by construstion of fields of geometric enveloped by fundamental and equipping objects. The results are obtained with application of the theory of connections in fiber spaces in Laptev′s form.

УДК 514.75

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПЕРЕНЕСЕНИЯ НОРМАЛИ ПОВЕРХНОСТИ АФФИННОГО ПРОСТРАНСТВА

А.Н. С ы р о к в а ш и н а

(*Калининградский государственный университет*)

В аффинном пространстве способом Лаптева исследуется групповая связность в расслоении, ассоциированном с поверхностью как многообразием касательных плоскостей. Кривизна связности является тензором, содержащим два подтензора касательной и нормальной линейных связностей. Произведено