18. *Он же.* Числа знакомые и незнакомые. Калининград: Янтарный сказ, 2004. 184 с.

19. *Скрыдлова Е.В., Шевченко Ю.И.* Владислав Степанович Малаховский и его геометрия // Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Калининград, 1999. Вып. 30. С. 6 – 13.

M. Kretov, T. Funtikova

OUR OUSTANDING CONTEMPORARY
VLADISLAV STEPANOVICH MALAKHOVSKY:
THE SCIENTIST, THE TEACHER, THE CITIZEN
(to a 75-anniversary from birthday)

In article the brief biography of professor V.S. Malakhovsky is stated, scientific and pedagogical work of the scientist for 50 years is analyzed.

УДК 514.756

Д.А. Абруков
(Чувашский государственный педагогический университет)

ВНУТРЕННЯЯ ГЕОМЕТРИЯ ПОЛЯРНЫХ ГИПЕРПОВЕРХНОСТЕЙ ПРОЕКТИВНО-МЕТРИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА

В работе исследуется внутренняя геометрия регулярных полярных (относительно абсолюта Q_{n-1} проективно-метрического пространства K_n) гиперповерхностей V_{n-1} и $\tilde{V}_{n-1}$.

Рассмотрим проективно-метрическое [4] пространство K_n – n-мерное проективное пространство P_n, в котором задана неподвижная гиперквадрика Q_{n-1}:

$$a_{ij}x^i x^j + c^{-1}(g_{i0}x^i + cx^0)^2 = 0,\ c = \text{const} \neq 0,\ i, j = \overline{1, n};$$

фундаментальной группой пространства K_n является подгруппа группы проективных преобразований пространства P_n, а именно стационарная подгруппа абсолюта Q_{n-1}.

В качестве погруженного многообразия возьмем гиперповерхность V_{n-1} (далее предполагается, что она регулярна), текущая точка которой не принадлежит абсолюту Q_{n-1} пространства K_n. Справедливы следующие предложения.

Теорема 1. *Гиперповерхность $V_{n-1} \subset K_n$ индуцирует:*

а) в третьей дифференциальной окрестности проективное пространство $\overline{P}_n(V_{n-1})$, двойственное [3] *пространству K_n;*

б) во второй дифференциальной окрестности многообразие $\overline{V}_{n-1}$, двойственное исходной гиперповерхности V_{n-1}.

Теорема 2. *Гиперповерхность V_{n-1} в K_n внутренним образом индуцирует регулярную гиперповерхность $\tilde{V}_{n-1}$, полярную данной V_{n-1} относительно абсолюта Q_{n-1} с невырожденным тензором a_{ij}; при этом касательной гиперплоскостью $\tilde{T}_{n-1}$ (T_{n-1}) в текущей точке $B_n \in \tilde{V}_{n-1}$ ($A_0 \in V_{n-1}$) будет поляра точки A_0 (B_n).*

Теорема 3. *Гиперповерхность V_{n-1} в K_n вырождается в гиперквадрику Q^2_{n-1} тогда и только тогда, когда полярная ей (относительно абсолюта Q_{n-1}) гиперповерхность $\tilde{V}_{n-1}$ вырождается в гиперквадрику $\tilde{Q}^2_{n-1}$.*

Теорема 4. *Полярная гиперповерхность $\tilde{V}_{n-1}$, погруженная в пространство K_n, индуцирует:*

а) в третьей дифференциальной окрестности проективное пространство $\overline{P}_n(\tilde{V}_{n-1})$, двойственное $K_n(\tilde{V}_{n-1})$;

б) во второй дифференциальной окрестности подмногообразие $\tilde{\tilde{V}}_{n-1}$, *двойственное исходному* $\tilde{V}_{n-1}$.

Теорема 5. *Нормализация в смысле А.П. Нордена одной из регулярных гиперповерхностей* V_{n-1} *или* $\tilde{V}_{n-1}$ *в* K_n *равносильна нормализации другой; при этом нормаль первого (второго) рода* $\nu_n^i(\nu_i)$ *гиперповерхности* V_{n-1} *полярна (относительно абсолюта* Q_{n-1}*) нормали второго (первого) рода* $\nu_i^n(\nu_0^i)$ *гиперповерхности* $\tilde{V}_{n-1}$, *причем оснащающие объекты* (ν_0^i, ν_i^n) *и* (ν_i, ν_n^i) *связаны соотношениями*

$$\nu_0^i = -a^{ik}(g_{k0} + c\nu_k), \quad \nu_i^n = -\frac{1}{A_{nn}}(a_{ik}\nu_n^k + a_{in}). \tag{1}$$

Определение. Нормализацию полярных гиперповерхностей V_{n-1} и $\tilde{V}_{n-1}$ в K_n полями объектов (ν_i^n, ν_i) и (ν_0^i, ν_i^n), соответственно связанных между собой соотношениями (1), назовем полярными по отношению друг к другу.

Теорема 6. *В каждой точке* $A_0 \in V_{n-1}$ *(* $B_n \in \tilde{V}_{n-1}$*) в* K_n *пучок нормалей первого рода* $\nu_n^i(\tau)$ *(* $\nu_0^i(\tau)$*) (натянутый на нормали Фубини и Вильчинского) гиперповерхности* V_{n-1} *(* $\tilde{V}_{n-1}$*) вырождается в одну нормаль тогда и только тогда, когда в этой точке пучок нормалей второго рода* $\nu_i(\tau)$ *(*$\nu_i^n(\tau)$*) вырождается в одну нормаль.*

Теорема 7. *В точке* $A_0 \in V_{n-1}$ *в* K_n *пучок нормалей первого рода* $\nu_n^i(\tau)$ *(второго рода* $\nu_i(\tau)$*) вырождается в одну нормаль тогда и только тогда, когда в соответствующей точке* $B_n \in \tilde{V}_{n-1}$ *полярный пучок нормалей второго рода* $\nu_i^n(\tau)$ *(первого рода* $\nu_0^i(\tau)$*) полярной гиперповерхности* $\tilde{V}_{n-1}$ *в* K_n *вырождается в одну нормаль.*

Теорема 8. *Нормализация в смысле А.П. Нордена регулярной гиперповерхности* V_{n-1} *(*$\tilde{V}_{n-1}$*) в* K_n *индуцирует две двойственные аффинные связности* $\overset{1}{\nabla}$ *и* $\overset{2}{\nabla}$ *(*$\overset{\tilde{1}}{\nabla}$ *и* $\overset{\tilde{2}}{\nabla}$*) без кручения.*

Теорема 9. *Двойственные аффинные связности* $\overset{1}{\nabla}$ *и* $\overset{2}{\nabla}$ *(*$\overset{\tilde{1}}{\nabla}$ *и* $\overset{\tilde{2}}{\nabla}$*), индуцируемые на нормализованной гиперповерхности* V_{n-1} *(*$\tilde{V}_{n-1}$*) проективно-метрического пространства* K_n*, совпадают тогда и только тогда, когда рассматриваемая гиперповерхность есть гиперквадрика и ее нормализация является автополярной; при этом связность* $\overset{1}{\nabla} \equiv \overset{2}{\nabla} \equiv \overset{0}{\nabla}$ *(*$\overset{\tilde{0}}{\nabla} \equiv \overset{\tilde{1}}{\nabla} \equiv \overset{\tilde{2}}{\nabla}$*) – риманова.*

Список литературы

1. *Лаптев Г.Ф.* Дифференциальная геометрия погруженных многообразий // Тр. Моск. матем. о-ва. 1953. Т. 2. С. 275 – 382.

2. *Норден А.П.* Пространства аффинной связности. – М.: Наука, 1976. 432 с.

3. *Столяров А.В.* Двойственная теория оснащенных многообразий: Монография. Чебоксары, 1994. 290 с.

4. *Столяров А.В.* Внутренняя геометрия проективно-метрического пространства // Диф. геом. многооб. фигур. – Калининград, 2001. Вып. 32. С. 94 – 101.

D. Abrukov

THE INTERIOR GEOMETRY OF POLAR HYPERSURFACES IN PROJECTIVE-METRICAL SPACE

The interior geometry of polar (concerning to absolute Q_{n-1} of projective-metrical space K_n) regular hupersurfaces V_{n-1} и $\tilde{V}_{n-1}$ in space K_n within absolute Q_{n-1} is investigated.