Список литературы

1. *Шевченко Ю. И.* Связности, ассоциированные с распределением плоскостей в проективном пространстве. Калининград, 2009.

2. *Малаховский В. С.* Дифференциальная геометрия многообразий фигур и пар фигур в однородном пространстве // Тр. геом. семин. ВИНИТИ. М., 1969. Т. 2. С. 179—206.

3. *Скрягина А. В.* (*Вялова А. В.*) Объект кривизны на центрированной плоскостной поверхности // Доклады международного математического семинара: к 140-летию со дня рождения Давида Гильберта из Кенигсберга и 25-летию математического факультета. Калининград, 2002. С. 152—159.

A. Vyalova

Reduction of centeredprojective connection to the group connection on a point-plane surface

In many-dimensional projective space the projective group as centeredprojective frame bundle, in which centeredprojective connection is given, is introduced. A point-plane surface and associated with it principle bundle, in which group connection is given, in the projective space is considered. It is shown, that the object of the centeredprojective connection to the object of group connection is reduced.

УДК 514.76

А. И. Егоров

(Пензенский государственный педагогический университет им. В. Г. Белинского, г. Пенза)

Метрические пространства линейных и гиперплоскостных элементов $(p+1)$-й лакунарности основного случая

Рассматриваются максимально подвижные метрические пространства линейных и гиперплоскостных элементов различных лакунарностей основного случая. Эти пространства допускают группу движений G_r порядка

$$r = \frac{p(p+1)}{2} + \frac{(n-p)(n-p+1)}{2}, \text{ где } n > \frac{(p+1)(p+2)}{2}.$$

Ключевые слова: группа движений, максимально подвижные метрические пространства, лакунарность, основной случай.

В работе находятся все максимально подвижные метрические пространства линейных и гиперплоскостных элементов определенной метрики различных лакунарностей основного случая. Метрика в них задается невырожденным симметрическим тензором $\overset{0}{g}_{ij}(x,y)$ типа (0,2) (тензором $g^{ij}(x,u)$ типа (2,0)) нулевого измерения однородности относительно y и u. Максимально подвижные метрические пространства $(p+1)$-й лакунарности в основном случае допускают группы движений G_r порядка

$$r=\frac{p(p+1)}{2}+\frac{(n-p)(n-p+1)}{2}.$$

Исследования ведутся в локальном аспекте. Используются обозначения и понятия, введенные в работе [1].

1. Задача сводится к интегрированию систем дифференциальных уравнений инвариантности для группы движений G_r, являющейся прямым произведением двух групп (G_1, G_2) движений римановых пространств постоянной кривизны измерений p и $n-p$. Интегрируя эти системы, находим:

$$\begin{cases}\overset{0}{g}_{ab}(x,y)=D_1^{-2}\left[\delta_{ab}\varphi_1(\nu)+y^a y^b\gamma_1^{-1}\varphi_2(\nu)\right],\\ \overset{0}{g}_{a\lambda}(x,y)=D_1^{-1}D_2^{-1}\gamma_1^{-\frac{1}{2}}\cdot\gamma_2^{-\frac{1}{2}}\varphi_3(\nu)y^a y^\lambda,\\ \overset{0}{g}_{\lambda\mu}(x,y)=D_2^{-2}\left[\delta_{\lambda\mu}\varphi_4(\nu)+y^\lambda y^\mu\gamma_2^{-1}\varphi_5(\nu)\right],\end{cases}\qquad(1)$$

где

$$D_1=1+\frac{K_1}{4}\alpha_1, D_2=1+\frac{K_2}{4}\alpha_2, (K_1,K_2\in R), \nu=\gamma_2 D_1^2/\gamma_1 D_2^2,$$

$$\alpha_1 = \sum x^{a^2}\ , \gamma_1 = \sum y^{a^2}\ , \alpha_2 = \sum x^{\lambda^2}\ ,\ \gamma_2 = \sum y^{\lambda^2}\ ,$$

$(a, b = 1,\ldots, p;\ \lambda, \mu = p+1,\ldots,n)$, $(l = 1,2,3,4,5)$, φ_l — произвольные дифференцируемые функции от ν — такие, что

$$det\left\| \overset{0}{g}_{ij}(x,y) \right\| \neq 0\,.$$

Полученные здесь составляющие метрического тензора $\overset{0}{g}_{ij}(x,y)$ (1) могут быть записаны также в следующей инвариантной тензорной форме:

$$\begin{cases} \overset{0}{g}_{ij}(x,y) = \tilde{\varphi}_1(\nu)A_{\cdot i\cdot j} + \tilde{\varphi}_4(\nu)B_{\cdot i\cdot j} + \tilde{\varphi}_5(\nu)B^{-1}B_{\cdot i}B_{\cdot j} + \\ +\tilde{\varphi}_2(\nu)A^{-1}A_{\cdot i}A_{\cdot j} + \tilde{\varphi}_3(\nu)(AB)^{-\frac{1}{2}}\left(A_{\cdot i}B_{\cdot j} + A_{\cdot j}B_{\cdot i}\right), \end{cases} \tag{2}$$

где

$$A = \frac{\gamma_1}{D_1^2},\ B = \frac{\gamma_2}{D_2^2},\ \gamma = \frac{B}{A} = \frac{\gamma_2 D_1^2}{\gamma_1 D_2^2},\ \tilde{\varphi}_\delta(\nu) = \frac{1}{2}\varphi_\delta(\nu),$$

$$\tilde{\varphi}_\sigma(\nu) = \frac{1}{4}\varphi_\sigma(\nu),\ (\delta = 1,4),\ (\sigma = 2,3,5), (i, j = 1,2,\ldots,n).$$

2. В случае пространств $\overset{H}{g}_{n,y}$ ($g_{ij}(x,y)$ — необязательно нулевой степени однородности относительно y^k) для рассматриваемых выше групп движений G_r компоненты метрического тензора $\overset{H}{g}_{ij}(x,y)$ имеют в инвариантной тензорной форме вид

$$\begin{cases} \overset{H}{g}_{ij}(x,y) = \psi_1(A,B)A_{\cdot i\cdot j} + \psi_4(A,B)B_{\cdot i\cdot j} + \psi_5(A,B)B_{\cdot i}B_{\cdot j} + \\ +\psi_2(A,B)A_{\cdot i}A_{\cdot j} + \psi_3(A,B)\left(A_{\cdot i}B_{\cdot j} + A_{\cdot j}B_{\cdot i}\right) \end{cases} \tag{3}$$

или в рассматриваемой системе координат

$$\begin{cases} \overset{H}{g}_{ab}\left(x,y\right) = D_1^{-2}\left[\delta_{ab}\tilde{\psi}_1\left(A,B\right) + \tilde{\psi}_2\left(A,B\right)D_1^{-2}y^a y^b\right], \\ \overset{H}{g}_{a\lambda}\left(x,y\right) = D_1^{-2}D_2^{-2}\tilde{\psi}_3\left(A,B\right)y^a y^\lambda, \\ \overset{H}{g}_{\lambda\mu}\left(x,y\right) = D_2^{-2}\left[\delta_{\lambda\mu}\tilde{\psi}_4\left(A,B\right) + D_2^{-2}\tilde{\psi}_5\left(A,B\right)y^\lambda y^\mu\right], \end{cases} \tag{4}$$

где

$$\tilde{\psi}_\delta\left(A,B\right) = 2\psi_\delta\left(A,B\right),\ \left(\delta = 1,4\right),$$
$$\tilde{\psi}_\sigma\left(A,B\right) = 4\psi_\sigma\left(A,B\right),\ \left(\sigma = 2,3,5\right).$$

Структуры метрических тензоров $g_{ij}\left(x,y\right)$ (2), (4) следуют соответственно из структур (1), (3).

Все выше приведенные метрические пространства линейных элементов допускают группы движений G_r порядка

$$r = \frac{p\left(p+1\right)}{2} + \frac{\left(n-p\right)\left(n-p+1\right)}{2},$$

где

$$n > \frac{\left(p+1\right)\left(p+2\right)}{2},$$

и, следовательно, являются максимально подвижными пространствами $\left(p+1\right)$-й лакунарности основного случая.

Нетрудно убедиться, что метрическое пространство гиперплоскостных элементов $\overset{H}{g}_{n,u}$ с метрическим тензором

$$\begin{cases} \overset{0}{g}{}^{ab}\left(x,u\right) = D_1^2\left[\delta_{ab}f_1\left(\omega\right) + u_a u_b \gamma_3^{-1} f_2\left(\omega\right)\right], \\ \overset{0}{g}{}^{a\lambda}\left(x,u\right) = D_1 D_2 \gamma_3^{-\frac{1}{2}}\gamma_4^{-\frac{1}{2}} f_3\left(\omega\right)u_a u_\lambda, \\ \overset{0}{g}{}^{\lambda\mu}\left(x,u\right) = D_2^2\left[\delta_{\lambda\mu}f_4\left(\omega\right) + u_\lambda u_\mu \gamma_4^{-1} f_5\left(\omega\right)\right], \end{cases} \tag{5}$$

где

$$\gamma_3 = \sum u_a^2\,,\ \gamma_4 = \sum u_\lambda^2\,,\ \omega = \frac{\gamma_4 D_2^2}{\gamma_3 D_1^2}\,,$$

также допускает группу движений G_r порядка

$$r = \frac{p(p+1)}{2} + \frac{(n-p)(n-p+1)}{2}.$$

В случае пространств $\overset{H}{g}_{n,u}$ для рассматриваемых групп G_r $\overset{H}{g}{}^{ij}(x,u)$ будут вида (5), но $f_1 - f_5$ зависят уже от двух аргументов:

$$Q_1 = \gamma_3 D_1^2\,,\ Q_2 = \gamma_4 D_2^2\,.$$

3. Рассмотрим далее максимально подвижные метрические пространства векторных плотностей $(p+1)$-й лакунарности основного случая. В этом пункте мы считаем, что $\overline{u}(u^i)$ — векторная плотность веса w. Интегрируя уравнения инвариантности метрического тензора, получим, что в нашем случае

$$\begin{cases} \overset{H}{g}\,{}^{w}_{ab}(x,u) = D_1^{-2}\left[K_1(u,v)\delta_{ab} + K_2(u,v)\dfrac{u^a u^b}{\overline{\gamma}_1}\right], \\ \overset{H}{g}\,{}^{w}_{a\lambda}(x,u) = D_1^{-1}D_2^{-1}\overline{\gamma}_1^{\,-\frac{1}{2}}\overline{\gamma}_2^{\,-\frac{1}{2}}K_3(u,v)u^a u^\lambda, \\ \overset{H}{g}\,{}^{w}_{\lambda\mu}(x,u) = D_2^{-2}\left[K_4(u,v)\delta_{\lambda\mu} + K_5(u,v)\dfrac{u^\lambda u^\mu}{\overline{\gamma}_2}\right] \end{cases} \tag{6}$$

и

$$\begin{cases} \overset{0}{g}\,{}^{w}_{ab}(x,u) = D_1^{-2}\left[M_1(t)\delta_{ab} + M_2(t)\dfrac{u^a u^b}{\overline{\gamma}_1}\right], \\ \overset{0}{g}\,{}^{w}_{a\lambda}(x,u) = D_1^{-1}D_2^{-1}\overline{\gamma}_1^{\,-\frac{1}{2}}\overline{\gamma}_2^{\,-\frac{1}{2}}M_3(t)u^a u^\lambda, \\ \overset{0}{g}\,{}^{w}_{\lambda\mu}(x,u) = D_2^{-2}\left[M_4(t)\delta_{\lambda\mu} + M_5(t)\dfrac{u^\lambda u^\mu}{\overline{\gamma}_2}\right], \end{cases} \tag{7}$$

где $K_e(u,v)$; $M_e(t)$ — произвольные дифференцируемые функции от указанных аргументов, причем $(e = 1, 2, 3, 4, 5)$,

$$u = \bar{\gamma}_1 \left(1 + \frac{K_2}{4}\alpha_2\right)^{2wn_2} \cdot \left(1 + \frac{K_1}{4}\alpha_1\right)^{-2(1-wn_1)},$$

$$v = \bar{\gamma}_2 \left(1 + \frac{K_1}{4}\alpha_1\right)^{2wn_1} \cdot \left(1 + \frac{K_2}{4}\alpha_2\right)^{-2(1-wn_2)},$$

$$t = \frac{\bar{\gamma}_1 D_2^2}{\bar{\gamma}_2 D_1^2},\ \bar{\gamma}_1 = \sum u^{a^2},\ \bar{\gamma}_2 = \sum u^{\lambda^2},\ det\left\| \overset{H}{g}{}^{\,w}_{jk}(x,\bar{u}) \right\| \neq 0;$$

$$det\left\| \overset{0}{g}{}^{\,w}_{jk}(x,u) \right\| \neq 0,\ (j,k = 1,2,\ldots,n).$$

Список литературы

1. *Егоров А. И., Егоров И. П., Егорова Л. И.* Приводимые и полуприводимые метрические пространства линейных элементов и их место в теории движений // Межвуз. сб. науч. тр. Пенза, 1991. С. 38—62.

A. Egorov

Metric spaces of linear and hyperplane elements of $(p+1)$-th lacunarity of basic case

We considered maximally moving metric spaces of various lacunarities of basic case. These spaces admit a group of motions G_r of order

$$r = \frac{p(p+1)}{2} + \frac{(n-p)(n-p+1)}{2},$$

where $n > \dfrac{(p+1)(p+2)}{2}$.