Аналогично предыдущим рассуждениям, налагая на поле F четвертое условие невырожденности $\Phi_3 = \det \| \check{\Phi}^p_{k\ell j} \| \neq 0$, используя обратный тензор $\hat{\Phi}^{k\ell i}_s$ для $\check{\Phi}^p_{k\ell j}$ с помощью соответствующей канонизации $\Phi^j_{i\ell} = \varphi_{k p i} \hat{\Phi}^{kpj}_\ell = 0$, сделаем формы ω^j_{ik}, и следовательно, в силу (24) формы $\omega^i_{\lambda\mu k}$ главными. Таким образом, все формы (4) выражены через базисные формы ω^R, что позволяет заключить, что пространство S''_m является пространством с Λ-связностью, инвариантно присоединенной к интегралу (1); в результате чего возникают следующие структурные уравнения форм Λ-связности

$$d\omega^\alpha = \omega^\beta \wedge \omega^\alpha_\beta + \Omega^\alpha,$$

$$d\omega^i = \omega^k \wedge \omega^i_k + \omega^\alpha \wedge \omega^i_\alpha,$$

$$d\omega^i_\alpha = \omega^j_\beta \wedge (\delta^\beta_\alpha \omega^i_j - \delta^i_j \omega^\beta_\alpha) + \omega^\beta \wedge \omega^i_{\alpha\beta} + \Omega^i_\alpha,$$

$$d\omega^i_{\alpha\beta} = \omega^j_{\lambda\mu} \wedge (\delta^\lambda_\alpha \delta^\mu_\beta \omega^i_j - \delta^\lambda_\alpha \delta^i_j \omega^\mu_\beta - \delta^\mu_\beta \delta^i_j \omega^\lambda_\alpha) + \Omega^i_{\alpha\beta},$$

$$d\omega^\alpha_\beta = \omega^\gamma_\beta \wedge \omega^\alpha_\gamma + \Omega^\alpha_\beta,$$

$$d\omega^i_k = \omega^\ell_k \wedge \omega^i_\ell + \Omega^i_k.$$

Таким образом, в силу теоремы Лаптева-Картана с пространством S''_m ассоциируется расслоение, наделенное Λ-связностью, инвариантно присоединенной к интегралу (1). В случае равенства нулю форм кривизны-кручения $\Omega = 0$ интеграл в подходящей системе координат выражается только через вторые производные.

Список литературы

1. Митрофанова Е.А. Однородное пространство представления группы $A^p_m(n)$. – В кн.: Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Вып. 14. Калининград, 1983, с. 62-63.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР
Вып. 16 1985

УДК 514.75

Ю.И. Попов

ОБ ОДНОМЕРНЫХ НОРМАЛЯХ ПЕРВОГО РОДА $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Настоящая работа является продолжением работ [7], [8] автора, посвященных построению общей теории регулярных трехсоставных распределений, которые мы назвали $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределениями [8]. $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределение – это тройка распределений проективного пространства P_n, состоящая из базисного распределения 1-го рода r-мерных линейных элементов $\Pi_r \equiv \Lambda$ (Λ-распределение), оснащающего распределения 1-го рода m-мерных линейных элементов $\Pi_m \equiv M$ $(m > r)$ (M-распределение) и оснащающего распределения 1-го рода гиперплоскостных элементов $\Pi_{n-1} \equiv H$ $(r < m < n-1)$ (H-распределение) с отношением инцидентности их соответствующих элементов в общем центре X следующего вида: $X \in \Lambda \subset M \subset H$.

Исследование ведется относительно специализированного репера $\mathcal{R}_L(H, M)$ [8, §3].

Под одномерными нормалями 1-го рода $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределения мы понимаем одномерные нормали 1-го рода оснащающего H-распределения. В дифференциальной окрестности 2-го порядка построены поля нормалей 1-го рода $\mathfrak{P}(1_o)$ и $\mathfrak{Q}(1_o)$ $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределения, ассоциированные с нормалью Михэйлеску 1-го рода $\mathfrak{M}(1_o)$. Построена конструкция, позволяющая с каждой одномерной нормалью ν 1-го рода $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределения связать три однопараметрических пучка $(\nu, \mathfrak{P}_\nu)$, $(\nu, \mathfrak{Q}_\nu)$, $(\mathfrak{P}_\nu, \mathfrak{Q}_\nu)$ нормалей 1-го рода $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределения, где $\mathfrak{P}_\nu(1_o)$, $\mathfrak{Q}_\nu(1_o)$ – одномерные нормали H-распределения, соответствующие в обобщенном проективитете Бомпьяни-Пантази [3] соответственно плоскостям $\mathfrak{p}(L_0)$ и $\mathfrak{q}(L_0)$ [8, § 5] Нордена-Тимофеева [4],[2].

Во всей работе мы придерживаемся обозначений работ [7],[8], а также следующей схемы использования индексов:

$\bar{\mathcal{I}}, \bar{\mathcal{J}}, \bar{\mathcal{K}} = \overline{0,n}$; $\alpha, \beta, \gamma = \overline{m+1, n-1}$; $\sigma, \tau, \rho, \varepsilon = \overline{1, n-1}$; $i, j, k = \overline{\tau+1, m}$;

$a, b, c = \overline{1,m}$; $u, v = \overline{\tau+1, n-1}$; $p, q = \overline{1, \tau}$; $\mathcal{I}, \mathcal{J}, \mathcal{K} = \overline{1,n}$.

1.Нормаль $\mathfrak{Q}$. Сущность соответствия Бомпьяни-Пантази для распределения гиперплоскостных элементов [6], [3] состоит в том, что нормаль 2-го рода, соответствующая в проективитете Бомпьяни-Пантази некоторой нормали 1-го рода, является характеристикой элемента при смещении центра по кривым, принадлежащим распределению этих нормалей 1-го рода.

Пусть плоскость Нордена-Тимофеева $\mathfrak{q}(L_0)$, определенная объектом $\{\mathfrak{q}_{\sigma 0}\}$ [8, § 5], является характеристикой гиперплоскости $H(L_0)$ при смещении центра L_0 по кривым, принадлежащим распределению нормалей 1-го рода $\mathfrak{Q}(L_0)$, определяемых некоторым геометрическим объектом $\{\mathfrak{Q}^\sigma_n\}$. Построим охват объекта $\{\mathfrak{Q}^\sigma_n\}$. Предварительно найдем уравнения, определяющие характеристику гиперплоскости $H(L_0)$ [8, § 4] в репере $\mathcal{R}_1(H,M)$ при смещении центра L_0 по кривым

$$\theta^\sigma_0 = \mathfrak{Q}^\sigma_n \theta^n_0, \quad \theta^n_0 = \mu^n \theta, \quad (\mu^n \neq 0, \ \mathcal{D}\theta = \theta \wedge \theta_1), \qquad (1)$$

принадлежащим распределению нормалей $\mathfrak{Q}(L_0)$.
В результате получим

$$y^0 + (A^n_{\sigma n} + A^n_{\sigma\rho} \mathfrak{Q}^\rho_n) y^\sigma = 0, \quad y^n = 0. \qquad (2)$$

Введенные здесь функции [8, см. § 3, § 4]

$$A^n_{\sigma n} \equiv \{F^n_{an}; H^n_{\alpha n}\} \equiv \{\Lambda^n_{pn}, H^n_{in}; H^n_{\alpha n}\} \equiv \{\Lambda^n_{pn}; H^n_{un}\}, \qquad (3)$$

$$A^n_{\sigma\rho} \equiv \{F^n_{ab}, H^n_{\alpha b}; F^n_{a\beta}, H^n_{\alpha\beta}\} \equiv \{B^n_{pq}, B^n_{uq}; \Lambda^n_{pv}, H^n_{uv}\} \equiv \{A^n_{\sigma q}, A^n_{\sigma v}\},$$

в силу формул (3.62), (3.64), (4.17), (4.18), (4.79) работы [8] в репере $\mathcal{R}_1(H,M)$ удовлетворяют соответственно уравнениям:

$$\overset{(\theta)}{\nabla} A^n_{\sigma n} = A^n_{\sigma\tau} \theta^\tau_n + \theta^0_\sigma + A^n_{\sigma n K} \omega^K_0, \qquad (4)$$

$$\overset{(\theta)}{\nabla} A^n_{\sigma\rho} = A^n_{\sigma\rho K} \omega^K_0. \qquad (5)$$

Плоскость (2) совпадает с плоскостью Нордена-Тимофеева $\mathfrak{q}(L_0)$ тогда и только тогда, когда выполняются равенства

$$\mathfrak{q}_\sigma = -(A^n_{\sigma n} + A^n_{\sigma\rho} \mathfrak{Q}^\rho_n). \qquad (6)$$

В общем случае

$$A = \det \| A^n_{\sigma\rho} \| \neq 0, \qquad (7)$$

что позволяет ввести в рассмотрение обращенный тензор $A^{\sigma\rho}_n$, удовлетворяющий уравнениям

$$\overset{(\theta)}{\nabla} A^{\sigma\rho}_n = A^{\sigma\rho}_{nK} \omega^K_0 \qquad (8)$$

и конечным соотношениям

$$A^n_{\sigma\tau} A^{\tau\rho}_n = \delta^\rho_\sigma, \quad A^n_{\sigma\rho} A^{\tau\sigma}_n = \delta^\tau_\rho. \qquad (9)$$

Свернув уравнения (6) с тензором $A^{\sigma\tau}_n$, представим их в виде

$$\mathfrak{Q}^\tau_n = -A^{\tau\sigma}_n (\mathfrak{q}_\sigma + A^n_{\sigma n}). \qquad (10)$$

Таким образом, (n-2)-мерные плоскости (6) и $\mathfrak{q}(L_0)$ [8. § 5] совпадают тогда и только тогда, когда имеет место формула (10) охвата объекта $\{\mathfrak{Q}^\tau_n\}$, компоненты которого в репере $\mathcal{R}_1(H,M)$ удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$\overset{(\theta)}{\nabla} \mathfrak{Q}^\sigma_n + \theta^\sigma_n = \mathfrak{Q}^\sigma_{nK} \omega^K_0. \qquad (11)$$

Отсюда следует, что поле геометрического объекта $\{\mathfrak{Q}^\sigma_n\}$ определяет поле нормалей 1-го рода $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределения.

2.Нормаль Михэйлеску. Нормаль Михэйлеску 1-го рода $\{M^\sigma_n\}$ H-распределения (или, что то же, $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределения) определяется во второй дифференциальной окрестности его образующего элемента и имеет следующее строение (находится аналогично построениям Балазюк Т.Н. [1]):

$$M^\sigma_n = -\frac{1}{2(n+1)}\left(W^n_{\xi\tau\rho} + W^n_{\xi\tau n} H^n_\rho + W^n_{\rho\tau} H^n_{\xi n} + W^n_{\xi\rho} H^n_{\tau n} + W^n_{\xi\tau} H^n_{\rho n}\right) W^{\sigma\xi}_n \mathfrak{V}^{\tau\rho}_n, \qquad (12)$$

где совокупность функций $\{W^{\sigma\xi}_n\}$ образует обращенный тензор 1-го порядка (вообще говоря, несимметрический) для тензора $\{W^n_{\xi\rho}\}$ [8, § 2]:

$$W^{\sigma\xi}_n W^n_{\xi\rho} = \delta^\sigma_\rho, \quad W^{\sigma\xi}_n W^n_{\rho\sigma} = \delta^\xi_\rho, \quad \overset{(\vartheta)}{\nabla} W^{\sigma\xi}_n = W^{\sigma\xi}_{nK}\omega^K_0, \qquad (13)$$

а совокупность функций $\{\mathfrak{V}^{\tau\rho}_n\}$ является обращенным симметрическим тензором 1-го порядка относительно симметрического тензора 1-го порядка

$$\mathfrak{V}^n_{\xi\rho} = \frac{1}{2}\left(W^n_{\xi\rho} + W^n_{\rho\xi}\right). \qquad (14)$$

Оператор $\overset{(\vartheta)}{\nabla}$ записан относительно форм $\vartheta^{\bar{\varkappa}}_{\bar{\tau}}$, являющихся компонентами инфинитезимального перемещения репера нулевого порядка $\mathcal{R}_T(H)$, определенного точками:

$$A_0, \quad T_\sigma = A_\sigma + H^n_\sigma A_n, \quad T_n = A_n. \qquad (15)$$

Величины M^σ_n в репере $\mathcal{R}_T(H)$ удовлетворяют уравнениям

$$\overset{(\vartheta)}{\nabla} M^\sigma_n + \vartheta^\sigma_n = M^\sigma_{nK}\omega^K_0, \qquad (16)$$

а относительно репера $\mathcal{R}(H)$ [8, § 3] формулы охвата объекта $\{M^\sigma_n\}$ совпадают с формулами, введенными в работе [6], и удовлетворяют уравнениям вида

$$\nabla M^\sigma_n + \omega^\sigma_n = M^\sigma_{nK}\omega^K_0. \qquad (17)$$

В репере $\mathcal{R}_L(H,M)$ нормаль Михэйлеску $\mathfrak{M}(L_0)$ определяется системой уравнений:

$$y^\sigma = \mathfrak{M}^\sigma_n y^n, \qquad (18)$$

где

$$\mathfrak{M}^i_n = M^i_n - \Lambda^i_q M^q_n; \quad \mathfrak{M}^p_n = M^p_n; \quad \mathfrak{M}^\alpha_n = M^\alpha_n, \qquad (19)$$

причем величины M^σ_n удовлетворяют уравнениям (17). В силу этого относительно репера $\mathcal{R}_L(H,M)$ компоненты объекта $\{\mathfrak{M}^\sigma_n\}$ удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$\overset{(\theta)}{\nabla}\mathfrak{M}^a_n + \mathfrak{M}^\alpha_n\theta^a_\alpha + \theta^a_n = \mathfrak{M}^a_{nK}\omega^K_0, \qquad (20)$$

$$\overset{(\theta)}{\nabla}\mathfrak{M}^\alpha_n + \theta^\alpha_n = \mathfrak{M}^\alpha_{nK}\omega^K_0. \qquad (21)$$

3. Нормаль $\mathfrak{P}$. Построим еще одну нормаль 1-го рода $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределения, использовав построенную нами ранее нормаль 2-го рода H-распределения – плоскость Нордена-Тимофеева $\mathfrak{p}(L_0)$ [8, § 5]. Пусть в проективитете Бомпьяни-Пантази плоскость Нордена-Тимофеева, определенная объектом $\{\mathfrak{p}_\sigma\}$ [8, §5], является характеристикой гиперплоскости при смещении центра L_0 по кривым, принадлежащим распределению нормалей 1-го рода $\mathfrak{P}(L_0)$, определяемых некоторым геометрическим объектом $\{\mathfrak{P}^\sigma_n\}$. Построим охват искомого объекта $\{\mathfrak{P}^\sigma_n\}$ нормали $\mathfrak{P}(L_0)$, следуя работам [1], [6]. Характеристика гиперплоскости $H(L_0)$ при смещении центра L_0 по кривым

$$\theta^\sigma_0 = \mathfrak{P}^\sigma_n\theta^n_0, \quad \theta^n_0 = \mu^n\theta, \quad (\mu^n \ne 0, \ \mathcal{D}\theta = \theta\wedge\theta_1), \qquad (22)$$

принадлежащим распределению нормали $\mathfrak{P}(L_0)$, определяется системой уравнений

$$y^0 + \left(A^n_{\sigma n} + A^n_{\sigma\tau}\mathfrak{P}^\tau_n\right) y^\sigma = 0, \quad y^n = 0. \qquad (23)$$

(n-2)-мерная плоскость, определяемая в текущем элементе

$H(L_0)$ системой уравнений (23), совпадает с плоскостью Нордена-Тимофеева $p(L_0)$ тогда и только тогда, когда выполняются соотношения

$$p_\sigma = -(A^{n'}_{\sigma n} + A^{n}_{\sigma\tau} P^{\tau}_{n}). \qquad (24)$$

Свернув уравнения (24) с тензором $A^{\tau\sigma}_{n}$, удовлетворяющим условиям (9), приведем эти уравнения к виду

$$P^{\tau}_{n} = -A^{\tau\sigma}_{n}(p_\sigma + A^{n}_{\sigma n}). \qquad (25)$$

Значит, (n-2)-мерные плоскости (23) и $p(L_0)$ [8, § 5] совпадают тогда и только тогда, когда охват объекта $\{P^{\tau}_{n}\}$ имеет вид (25). Компоненты объекта $\{P^{\tau}_{n}\}$ в репере $R_1(H,M)$ удовлетворяют уравнениям

$$\overset{(0)}{\nabla} P^{\tau}_{n} + \theta^{\tau}_{n} = P^{\tau}_{nx}\omega^{x}_{0}. \qquad (26)$$

Отсюда следует, что поле геометрического объекта $\{P^{\tau}_{n}\}$ определяет поле нормалей 1-го рода $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределения. Так как охваты объектов $\{P^{\sigma}_{n}\}$ и $\{Q^{\sigma}_{n}\}$, определяющих соответственно одномерные нормали $P(L_0)$ и $Q(L_0)$ $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределения, существенно зависят от выбранной нами одномерной нормали $\nu(L_0)$ $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределения, то будем говорить, что нормали $P(L_0)$ и $Q(L_0)$ ассоциированы с одномерной нормалью $\nu(L_0)$. В общем случае такие нормали будем обозначать P_ν и Q_ν.

Отметим, что нормали 1-го рода $P(L_0)$ и $Q(L_0)$ $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределения ассоциированы с нормалью Михэйлеску $\mathcal{M}(L_0)$, так как соответствующие им при построении плоскости Нордена-Тимофеева $p(L_0)$ и $q(L_0)$ построены [8] с существенным использованием нормали Михэйлеску $\mathcal{M}(L_0)$.

Можно показать, что среди объектов $\{Q^{\tau}_{n}\}$ (10), $\{\mathcal{M}^{\tau}_{n}\}$ (19), $\{P^{\tau}_{n}\}$ (25) нет ни одной пары совпадающих и что ни один из них не является комбинацией двух других.

Таким образом, справедлива

Т е о р е м а 1. Поля объектов $\{P^{\sigma}_{n}\}, \{Q^{\sigma}_{n}\}, \{\mathcal{M}^{\sigma}_{n}\}$ определяют внутренним инвариантным образом во второй дифференциальной окрестности три однопараметрических пучка $(P,\mathcal{M}), (Q,\mathcal{M}), (P,Q)$ одномерных нормалей $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределения, ассоциированных с нормалью Михэйлеску $\mathcal{M}(L_0)$.

З а м е ч а н и е. При $r = m$, т.е. в случае гиперполосного распределения плоскости $p(L_0)$ и $q(L_0)$ Нордена-Тимофеева оснащающего H-распределения совпадают [8] и, следовательно, $P(L_0) \equiv Q(L_0)$. Значит, в этом случае мы имеем только один пучок (из трех) нормалей $(P,\mathcal{M})$ 1-го рода H-распределения, ассоциированный с нормалью Михэйлеску $\mathcal{M}(L_0)$.

Имеет место более общее утверждение:

Т е о р е м а 2. В дифференциальной окрестности порядка $t \geqslant 2$ (t - порядок внутренней инвариантной нормали ν) внутренним инвариантным образом присоединяются три однопараметрических пучка (ν, P_ν), (ν, Q_ν), (P_ν, Q_ν) нормалей 1-го рода $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределения, ассоциированных с нормалью ν, где P_ν, Q_ν -одномерные нормали H- распределения, соответствующие в обобщенном проективитете Бомпьяни-Пантази соответственно плоскостям p и q Нордена-Тимофеева.

Любая нормаль, принадлежащая одному из пучков (ν, P_ν), (ν, Q_ν), (P_ν, Q_ν) вместе с $H\Lambda$- виртуальной нормалью 1-го рода $\chi(L_0)$ [8, (4.8)] порождает двойственную нормализацию базисного Λ-распределения в смысле Нордена-Чакмазяна [5], [9]. Таким образом, имеет место

Т е о р е м а 3. В дифференциальной окрестности порядка $t \geqslant 2$ (t -порядок внутренней инвариантной нормали $\nu(L_0)$ 1-го рода H-распределения) внутренним инвариантным образом присоединяются к Λ-распределению три однопараметрических пучка двойственных нормализаций в смысле Нордена-Чакмазяна [5], [9] с общей осью плоскостью $\chi(L_0)$.

Аналогично, любая нормаль 1-го рода H-распределения, принадлежащая одному из пучков $(\nu,\mathcal{P}_\nu)$, $(\nu,\mathcal{Q}_\nu)$, $(\mathcal{P}_\nu,\mathcal{Q}_\nu)$, где ν – внутренняя инвариантная нормаль порядка $t\geq 2$, вместе с HM-виртуальной нормалью 1-го рода $\Phi(L_0)$ [8, (4.22)] порождает двойственную нормализацию в смысле Нордена-Чакмазяна.

В результате приходим к следующему предложению.

Т е о р е м а 4. В дифференциальной окрестности порядка $t\geq 2$ внутренним инвариантным образом присоединяются к оснащающему M-распределению три однопараметрических пучка двойственных нормализаций в смысле Нордена-Чакмазяна с общей осью – плоскостью $\Phi(L_0)$.

4. Канонические касательные пучков $(\mathcal{P},\mathcal{M}),(\mathcal{Q},\mathcal{M}),(\mathcal{P},\mathcal{Q})$.

Рассмотрим три пучка $(\mathcal{P},\mathcal{M}),(\mathcal{Q},\mathcal{M}),(\mathcal{P},\mathcal{Q})$ инвариантных нормалей 1-го рода $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределения, ассоциированных с нормалью Михэйлеску $\mathcal{M}(L_0)$, которые зададим соответственно в виде:

$$\mathcal{X}^\sigma_n(\vartheta)=\mathcal{P}^\sigma_n+\vartheta(\mathcal{P}^\sigma_n-\mathcal{M}^\sigma_n)\equiv\mathcal{P}^\sigma_n+\vartheta\mathcal{X}^\sigma_n,\quad(27)$$

$$\mathcal{Y}^\sigma_n(\eta)=\mathcal{Q}^\sigma_n+\eta(\mathcal{Q}^\sigma_n-\mathcal{M}^\sigma_n)\equiv\mathcal{Q}^\sigma_n+\eta\mathcal{Y}^\sigma_n,\quad(28)$$

$$\mathcal{Z}^\sigma_n(\varkappa)=\mathcal{P}^\sigma_n+\varkappa(\mathcal{P}^\sigma_n-\mathcal{Q}^\sigma_n)\equiv\mathcal{P}^\sigma_n+\varkappa\mathcal{Z}^\sigma_n,\quad(29)$$

где $\vartheta,\eta,\varkappa$ – абсолютные инварианты. Так как $\{\mathcal{M}^\sigma_n\},\{\mathcal{P}^\sigma_n\}$, и $\{\mathcal{Q}^\sigma_n\}$ – тензоры второго порядка, то каждая из совокупностей функций

$$\left.\begin{array}{l}\mathcal{X}^\sigma_n\stackrel{def}{=}\mathcal{P}^\sigma_n-\mathcal{M}^\sigma_n,\quad \mathcal{Y}^\sigma_n\stackrel{def}{=}\mathcal{Q}^\sigma_n-\mathcal{M}^\sigma_n,\\ \mathcal{Z}^\sigma_n\stackrel{def}{=}\mathcal{P}^\sigma_n-\mathcal{Q}^\sigma_n\end{array}\right\}\quad(30)$$

образует тензор второго порядка:

$$\overset{(\theta)}{\nabla}\mathcal{X}^\sigma_n=\mathcal{X}^\sigma_{nk}\omega^k_0,\quad \overset{(\theta)}{\nabla}\mathcal{Y}^\sigma_n=\mathcal{Y}^\sigma_{nk}\omega^k_0,\quad \overset{(\theta)}{\nabla}\mathcal{Z}^\sigma_n=\mathcal{Z}^\sigma_{nk}\omega^k_0.\quad(31)$$

Условно будем считать, что значению $\vartheta=\infty$ соответствует в плоскости текущего элемента H-распределения прямая $\mathcal{X}(L_0)$, по которой плоскость $[\mathcal{P},\mathcal{M}]$ пучка $(\mathcal{P},\mathcal{M})$ сечет соответствующий элемент H-распределения, т.е. плоскость $H(L_0)$. Прямая

$$\mathcal{X}=[L_0,\mathcal{X}_n=\mathcal{X}^\sigma_n L_\sigma],\quad(32)$$

натянутая на точки L_0, $\mathcal{X}_n=\mathcal{X}^\sigma_n L_\sigma$, называется канонической касательной пучка $(\mathcal{P},\mathcal{M})$.

Аналогичным образом находим, что прямые

$$\mathcal{Y}=[L_0,\mathcal{Y}_n=\mathcal{Y}^\sigma_n L_\sigma],\quad(33)$$
$$\mathcal{Z}=[L_0,\mathcal{Z}_n=\mathcal{Z}^\sigma_n L_\sigma]$$

являются каноническими касательными соответственно пучков (28) и (29). Резюмируя результаты этого пункта, приходим к выводу:

Т е о р е м а 5. В дифференциальной окрестности второго порядка к оснащающему H-распределению в каждом центре L_0 внутренним инвариантным образом присоединяются три однопараметрических пучка $(\mathcal{X},\mathcal{Y})$, $(\mathcal{X},\mathcal{Z})$, $(\mathcal{Y},\mathcal{Z})$ канонических касательных, порожденных пучками (27)-(29).

Геометрические объекты

$$\begin{array}{l}\{\mathcal{X}^u_n\},\ \{\mathcal{X}^\alpha_n\},\ \{\check{\mathcal{X}}^p_n\equiv\mathcal{X}^p_n-\chi^p_i\mathcal{X}^i_n-\chi^p_\alpha\mathcal{X}^\alpha_n\},\\ \{\mathcal{Y}^u_n\},\ \{\mathcal{Y}^\alpha_n\},\ \{\check{\mathcal{Y}}^p_n\equiv\mathcal{Y}^p_n-\chi^p_i\mathcal{Y}^i_n-\chi^p_\alpha\mathcal{Y}^\alpha_n\},\\ \{\mathcal{Z}^u_n\},\ \{\mathcal{Z}^\alpha_n\},\ \{\check{\mathcal{Z}}^p_n\equiv\mathcal{Z}^p_n-\chi^p_i\mathcal{Z}^i_n-\chi^p_\alpha\mathcal{Z}^\alpha_n\}\end{array}\quad(34)$$

являются тензорами второго порядка, равенство нулю которых характеризует взаимное расположение соответственно канонических касательных $\mathcal{X},\mathcal{Y},\mathcal{Z}$ (в каждом центре L_0) с инвариантными плоскостями $\Lambda(L_0)$, $M(L_0)$, $\chi(L_0)$ [8, §4], лежащими в гиперплоскости $H(L_0)$. Действительно, имеют место следующие предложения[1]:

1/ каноническая касательная $\mathcal{X}(L_0)$ (соответственно $\mathcal{Y}(L_0)$, $\mathcal{Z}(L_0)$) тогда и только тогда принадлежит плоскости $\Lambda(L_0)$, когда тензор $\mathcal{X}^u_n$ (соответственно $\mathcal{Y}^u_n$, $\mathcal{Z}^u_n$) равен нулю;

2/каноническая касательная $\mathcal{X}(L_0)(\mathcal{Y}(L_0),\mathcal{Z}(L_0))$ тогда и только тогда принадлежит плоскости $M(L_0)$, когда тензор $\mathcal{X}^{\alpha}_{n}$ ($\mathcal{Y}^{\alpha}_{n}$; $\mathcal{Z}^{\alpha}_{n}$) равен нулю;

3/каноническая касательная $\mathcal{X}(L_0)(\mathcal{Y}(L_0),\mathcal{Z}(L_0))$ тогда и только тогда принадлежит плоскости $\chi(L_0)$ ([8, §4]), когда тензор $\check{\mathcal{X}}^{p}_{n}$ ($\check{\mathcal{Y}}^{p}_{n}$; $\check{\mathcal{Z}}^{p}_{n}$) равен нулю.

Список литературы

1.Балазюк Т.Н.Дифференциальная геометрия m-мерных линейных элементов,оснащенных конусом .II. ВИНИТИ АН СССР,М.,1978,23с.,библиогр.6 назв.(Рукопись деп. в ВИНИТИ 24 января 1978г., № 268-78 Деп.)

2.Домбровский Р.Ф.О неголономных композициях на поверхностях $M_{m,z}$,в P_n .Всесоюзн.конф.по неевклидовой геометрии "150 лет геометрии Лобачевского".Казань, Тезисы докл.,1976,с.69.

3.Лаптев Г.Ф.,Н.М.Остиану.Распределения m-мерных линейных элементов в пространстве проективной связности.I. - Тр.Геометрич.семинара.ВИНИТИ АН СССР, т.3,с.49-94.

4.Норден А.П.,Тимофеев Г.Н. Инвариантные признаки специальных композиций многомерных пространств. -Известия высших учебн.заведений.Математика,1972,№ 8(123); с.81-89.

5.Норден А.П. Пространства аффинной связности.М., Наука,1976.

6.Остиану Н.М. Распределение гиперплоскостных элементов в проективном пространстве.-Тр.Геометрич.семинара.ВИНИТИ АН СССР,1973,т.4,с.71-120.

7.Попов Ю.И. О голономности $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределения.- В кн.:Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Вып.15.Калининград,1984,с.71-78.

8.Попов Ю.И.Инвариантные подпространства,ассоциированные с $\mathcal{H}(M(\Lambda))$-распределением проективного пространства.I.Калининград,1984,93с.,библиограф.21 назв.(Рукопись деп.в ВИНИТИ АН СССР 2 июля 1984г.,№ 4481-84 Деп.).

9.Чакмазян А.В. Двойственная нормализация.-Докл. АН Арм.ССР,1959,28,№ 4,с.151-157.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР

Вып.16 1985

УДК 514.75

А.Г.Р е з н и к о в

ВПОЛНЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ РАССЛОЕНИЯ ГРУПП ЛИ

В работе [1] была выяснена связь между расслоениями трехмерной сферы S^3 со стандартной метрикой на геодезические окружности и сжимающими отображениями сферы S^2,также снабженной стандартной метрикой и расстоянием.Такой подход позволяет распространить указанную связь на случай расслоений групп. Пусть $H\subset G$ - компактные группы Ли,причем G связана, $M=G/H$ - соответствующее однородное пространство.Назовем подгруппу H обширной,если выполнены следующие условия:

1/нормализатор $N(H)$ подгруппы H совпадает с H ;

2/действие H на проектификации факторпространства $\mathfrak{g}/\mathfrak{h}$ транзитивное ($\mathfrak{g}$ и $\mathfrak{h}$ -алгебры Ли групп G,H).

В силу компактности H пространство M можно снабдить G - инвариантной римановой метрикой,а сами группы G,H -би-инвариантными метриками. Легко видеть, что условие 2/ эквивалентно следующему:

2'/ группа G транзитивно действует на эквидистантных парах,т.е. если $\rho(x,y)=\rho(x_1,y_1)$,то существует $g\in G$ такой,что $gx=x_1$, $gy=y_1$ (ρ -риманово расстояние на M).В качестве примера обширной подгруппы $H\subset G$ можно поэтому взять вложения $SO(n)\subset SO(n+1)$ или $SU(n)\subset SU(n+1)$. Обширна и подгруппа $S^1\approx SO(2)\subset SU(2)\approx S^3$.

Мы получим полное описание расслоений группы G на вполне геодезические слои вида fHg ,где $f,g\in G$.

Прежде всего выясним,до какой степени элементы f,g определены множеством $F=fHg$. Пусть f' и g' -другие элементы,такие ,что $fHg=F=f'Hg'$. Имеем $f'^{-1}fHgg'^{-1}=H$;