Таким образом, справедлива

Т е о р е м а. Если поверхность V_p принадлежит гиперсфере $S_{n-1}(O,\tau) \subset E_n$, то индикатриса кривизны такой поверхности лежит в плоскости $\Pi_{q-1}(x)$, проходящей через точку $\vec{S} = \vec{x} + \vec{M}$, нормальным вектором которой является вектор $\overrightarrow{O'x} = x^a \vec{e}_a$.

Заметим, что точка O' принадлежит плоскости $\Pi_{q-1}(x)$ тогда и только тогда, когда $\sum\limits_a x^a(-x^a) + 1 = 0$, т.е. тогда и только тогда, когда $|\overrightarrow{O'x}| = 1$. Приведенное выше замечание позволяет сделать вывод, что справедлива

Т е о р е м а. Если поверхность V_p принадлежит гиперсфере $S_{n-1}(O,\tau) \subset E_n$, то тетраэдр T является ортоцентрическим тогда и только тогда, когда для любой точки x такой поверхности плоскость $\Pi_{q-1}(x)$, в которой лежит индикатриса кривизны, проходит через точку O'

Список литературы

1. Базылев В.Т. О многомерных сетях в евклидовом пространстве. - Лит. матем. сб., 1966, №4, с.475-492.

2. Схоутен И.А., Стройк Д.Дж. Введение в новые методы дифференциальной геометрии. Т.П. М., 1948, с.99.

3. Базылев В.Т. Об одном аддитивном представлении тензора Риччи p-поверхности евклидова пространства. - Сибирский матем. журнал, 1966, №3, с.499-511.

4. Силаев Е.В. О p-сопряженных системах на гиперсфере в евклидовом пространстве E_n. - Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Вып. 12. Калининград, 1981, с.84-87.

5. Jano Kentaro. Submanifolds with parallel mean curvature vector of a euclidean space or a sphere. Kōdai mathematical seminar reports., 1971, vol. 23, N1, p. 144-159.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР

Вып. 14 1983

УДК 514.75

Е.П. С о п и н а

О КОНГРУЭНЦИИ ГИПЕРКВАДРИК В A_n С ФОКАЛЬНОЙ КОНГРУЭНЦИЕЙ $(n-2)$-МЕРНЫХ КВАДРИК

В n-мерном пространстве A_n продолжается [1] исследование $(n-1)$-мерных многообразий центральных гиперквадрик. В статье исследуются конгруэнции $\overset{\circ}{V}_{n-1}$ центральных гиперквадрик Q, содержащих в качестве фокального многообразия $(n-2)$-мерную квадрику $\mathcal{K}$. Показано существование двух классов таких конгруэнций со специальными свойствами центров.

Отнесем конгруэнцию $\overset{\circ}{V}_{n-1}$ к реперу $R = \{A, \bar{e}_\alpha\}$ $(\alpha,\beta,\gamma = \overline{1,n})$, где A - центр гиперквадрики Q, векторы $\bar{e}_i$ $(i,j,\kappa = \overline{1,n-1})$ лежат в гиперплоскости $(n-2)$-мерной фокальной квадрики $\mathcal{K}$, вектор $\bar{e}_n$ направлен по направлению, сопряженному векторам $\bar{e}_i$ относительно гиперквадрики Q.

Уравнения гиперквадрики Q и фокальной квадрики $\mathcal{K}$ относительно данного репера запишутся соответственно в виде:

$$Q \equiv a_{ij} x^i x^j + a_{nn} (x^n)^2 - 1 = 0, \qquad (1)$$

$$\mathcal{K} \equiv a_{ij} x^i x^j - 1 = 0, \quad x^n = 0. \qquad (2)$$

Из того, что каждая точка квадрики $\mathcal{K}$ является фокальной точкой гиперквадрики Q, получаем:

$$dQ\big|_{x^n=0} = \mu \mathcal{K}. \qquad (3)$$

Система пфаффовых уравнений конгруэнции $\overset{\circ}{V}_{n-1}$ приводится к виду:

$$\nabla a_{ij} = 0, \quad \omega^i = 0, \qquad (4)$$
$$\omega^n = c^i \omega_i, \quad \omega_n^i = p^{ik}\omega_k, \quad da_{nn} - 2a_{nn}\omega_n^n = b^i \omega_i,$$

где формы $\omega_i \overset{def}{=} \omega_i^n$ приняты в качестве базисных.

Замыкая уравнения (4_1), получаем

$$\omega_k \wedge \omega_n^k = 0, \qquad (5_1)$$

$$\omega^n \wedge \omega_n^k = 0, \qquad (5_2)$$

Из (5) следует, что

$$\rho^{ik} = \rho^{ki} \qquad (6)$$

Если $\omega^n = 0$, то уравнения (5_2) тождественно исчезают. При $\omega^n \neq 0$ уравнения (5_2) принимают вид:

$$\omega_n^k = h^k \omega^n \qquad (7)$$

Таким образом существуют два класса конгруэнций V^0_{n-1} :

1/конгруэнции V^{01}_{n-1}, определяемые системой дифференциальных уравнений

$$\nabla a_{ij} = 0, \quad \omega^i = 0, \quad \omega^n = 0, \qquad (8)$$
$$\omega_n^i = \rho^{ik}\omega_k, \quad da_{nn} - 2a_{nn}\omega_n^n = b^i\omega_i ;$$

2/конгруэнции V^{02}_{n-1}, определяемые системой пфаффовых уравнений

$$\nabla a_{ij} = 0, \quad \omega^i = 0, \quad \omega^n = e^i\omega_i, \qquad (9)$$
$$\omega_n^i = h^i\omega^n, \quad da_{nn} - 2a_{nn} = b^i\omega_i .$$

Из систем (8) и (9) следует, что центры всех гиперквадрик $Q \in V^{01}_{n-1}$ неподвижны, а центры гиперквадрик $Q \in V^{02}_{n-1}$ перемещаются по линии, касательная к которой сопряжена гиперплоскости фокальной квадрики $\mathcal{K}$.

Список литературы

1.Сопина Е.П. Конгруэнции центральных невырожденных гиперквадрик в n-мерном аффинном пространстве.- В кн.:Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Вып.6, Калининград, 1976, с.105-111.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР

Вып.14 1983

УДК 514.75

В.Н.Х у д е н к о

СВЯЗНОСТЬ В РАССЛОЕНИИ, АССОЦИИРОВАННОМ С МНОГООБРАЗИЕМ КВАДРИК

В n-мерном проективном пространстве изучается связность в расслоении, ассоциированном с многообразием p-мерных квадрик, геометрически охарактеризованы объект связности, а также два его подобъекта.

В n-мерном проективном пространстве P_n рассмотрим невырожденное h-параметрическое многообразие $(h,h,n)^2_p$ квадрик $Q_p \ (1 \le p \le n-2)$ [1]. Плоскость размерности $(p+1)$ квадрики Q_p в дальнейшем будем обозначать L_{p+1}. Отнесем пространство P_n к реперу $R = \{A_J\}$, деривационные формулы которого имеют вид

$$dA_J = \omega_J^K A_K , \qquad (1)$$

причем формы Пфаффа ω_J^K удовлетворяют уравнениям структуры проективного пространства

$$D\omega_J^K = \omega_J^L \wedge \omega_L^K . \qquad (2)$$

Здесь и в дальнейшем индексы принимают значения

$$J, \mathcal{J}, K, \ldots = 1, 2, \ldots, n+1; \quad \alpha, \beta, \gamma, \ldots = 1, 2, \ldots, p+2;$$
$$a, b, c, \ldots = p+3, p+4, \ldots, n+1; \quad i, j, k, \ldots = 1, 2, \ldots, h.$$

Поместим вершины репера A_α в плоскости L_{p+1}, а вершины A_a вне этой плоскости, тогда квадрика Q_p определяется системой уравнений

$$a_{\alpha\beta}x^\alpha x^\beta = 0, \quad x^a = 0, \qquad (3)$$

причем $\det(a_{\alpha\beta}) = 1$. Зададим многообразие $(h,h,n)^2_p$ параметрически с помощью системы уравнений

$$\omega_\alpha^a = \Lambda^a_{\alpha i}\tau^i, \qquad (4)$$
$$\theta_{\alpha\beta} = \Lambda_{\alpha\beta i}\tau^i, \qquad (5)$$