Список литературы

1. *Боро В., Цагир Д., Рольфс Ю. и др.* Живые числа. М., 1985.
2. *Малаховский В. С.* Числа знакомые и незнакомые. Калининград, 2004.
3. *Малаховский В. С.* Удивительные свойства некоторых подмножеств простых чисел и их особая роль во множестве натуральных чисел // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2016. Вып. 47. С. 89—97.

V. Malakhovsky

Wonderful properties of two first prime numbers

By using prime numbers 2 and 3 it is shown that subsets of prime numbers p where $m_i \le p \le M_i$, $5 \le m_i \le 11$; $103 \le M_i \le 337$, decomposes upon pairs of subsets producing new prime numbers.

Key words: prime number, subset, subclass.

УДК 514.76

К. В. Полякова
Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград
polyakova_@mail.ru

О действии структурной группы главного расслоения в его касательном пространстве

Показано, что применение дифференцирования по групповым параметрам к векторам приводит к уравнениям инфинитезимального действия группы, а в случае классического тензора — к тензорному закону Лаптева при фиксации точки базы.

Рассмотрены два способа проверки правоинвариантности подпространств касательного пространства к главному расслоению, которые заключаются в нахождении инфинитезимальных смещений образов базисных векторов этих подпространств при отображении, индуцированном правыми сдвигами структурной группы этого расслоения. Первый способ основан на использовании координатных представлений базисных касательных векторов и их дифференцирований по групповым параметрам, второй способ использует дифференциальные уравнения на базисные векторы.

Ключевые слова: главное расслоение, структурная группа расслоения, действие структурной группы в касательном пространстве к расслоению, дифференциалы правых сдвигов, тензор Лаптева.

§ 1. О касательном отображении $\mathbf{TR_g}$ на произвольном главном расслоении

В слоях главного расслоения GX_m над многообразием X_m группа Ли G действует правыми сдвигами R_g, то есть $R_g(A) = R_g(a, b_\alpha) = (a, x_\alpha^\beta b_\beta)$, $A = (a, b_\alpha) \in GX_m$, $a \in X_m$, b_α — репер слоя в точке A, $g = (x_\alpha^\beta) \in G$. Здесь и далее индексы принимают значения: $i, j, \ldots = 1, \ldots, m;\ \alpha, \beta, \ldots = m+1, \ldots, m+r$.

При фиксации точки (x^i) базы X_m (то есть при $\omega^i \overset{def}{=} x_j^i dx^j = 0$) слоевые координаты x^β становятся параметрами структурной группы G [5, с. 161], а слоевые формы $\omega^\alpha = x_i^\alpha dx^i + x_\beta^\alpha dx^\beta$ расслоения GX_m становятся инвариантными базисными формами $\overline{\omega}^\alpha = x_\beta^\alpha dx^\beta$ этой структурной группы, то есть $\overline{\omega}^\alpha = \omega^\alpha \Big|_{\omega^i = 0}$. При этом $\overline{\omega}_\alpha^\beta = C_{\alpha\gamma}^\beta \overline{\omega}^\gamma$, где

$C^{\alpha}_{\beta\gamma} = x^{\alpha}_{\delta,\varepsilon} \overset{*}{x}{}^{\varepsilon}_{[\beta} \overset{*}{x}{}^{\delta}_{\gamma]}$ — структурные константы, причем $x^{\alpha}_{\beta} = x^{\alpha}_{\beta}(x^i, x^{\gamma})$, $x^{\alpha}_{\beta,\gamma} = \dfrac{\partial x^{\alpha}_{\beta}}{\partial x^{\gamma}}$, $\overset{*}{x}{}^{\alpha}_{\beta} x^{\beta}_{\gamma} = \delta^{\alpha}_{\gamma}$ (см., например: [3, с. 296; 10; 12, с. 107]). В разложениях слоевых форм

$$\omega^{\alpha}_{i} = x^{\alpha}_{j} d\tilde{x}^{j}_{i} + x^{\alpha}_{\beta} d\tilde{x}^{\beta}_{i} + x^{\alpha}_{ij}\omega^{j} + x^{\alpha}_{i\beta}\omega^{\beta},$$

$$\omega^{\alpha}_{\beta} = x^{\alpha}_{\gamma} d\tilde{x}^{\gamma}_{\beta} + x^{\alpha}_{\beta i}\omega^{i} + x^{\alpha}_{\beta\gamma}\omega^{\gamma}$$

справедлива симметрия $x^{\alpha}_{i\beta} = x^{\alpha}_{\beta i}$, поэтому будем полагать несимметричную по индексам i, β правую часть разложения $x^{\alpha}_{i\beta} = (x^{\alpha}_{\gamma,j}\tilde{x}^{j}_{i} + x^{\alpha}_{\gamma,\delta}\tilde{x}^{\delta}_{i})\tilde{x}^{\gamma}_{\beta}$ равной нулю (ср. [11]). Условие $x^{\alpha}_{\gamma,j}\tilde{x}^{j}_{i} + x^{\alpha}_{\gamma,\delta}\tilde{x}^{\delta}_{i} = 0$ выделяет сечение расслоения GX_m, продолжениями слоевых форм которого являются $\omega^{\alpha}_{i} = R^{\alpha k}_{ij} d\tilde{x}^{j}_{k} + R^{\alpha}_{ij}\omega^{j} + R^{\alpha}_{i\beta}\omega^{\beta}$ [11]. В работе [4, с. 192] в качестве слоевых форм главного расслоения берутся формы $\omega^{\alpha}_{i} = R^{\alpha}_{ij}\omega^{j} + R^{\alpha}_{i\beta}\omega^{\beta}$.

Вычисляя внешний дифференциал форм $\overline{\omega}^{\alpha}$ и учитывая $D(dx^{\beta}) = 0$, получим уравнения структурной группы G

$$D\overline{\omega}^{\alpha} = \tfrac{1}{2} C^{\alpha}_{\beta\gamma}\overline{\omega}^{\beta} \wedge \overline{\omega}^{\gamma}. \tag{1}$$

Известно, что структурные уравнения главного расслоения позволяют указать сравнительно простые условия, которые при связной структурной группе расслоения могут заменить условие правоинвариантности в определении связности на этом расслоении, практически весьма трудно проверяемое [6, с. 43]. Действительно, для связности с формами $\tilde{\omega}^{\alpha} = \omega^{\alpha} - \Gamma^{\alpha}_{i}\omega^{i}$ такими условиями согласно теореме Картана — Лаптева являются сравнения $\Delta\Gamma^{\alpha}_{i} + \omega^{\alpha}_{i} \equiv 0 \pmod{\omega^{i}}$.

Рассмотрим два способа проверки правоинвариантности подпространств (распределений) касательного пространства $TGX_m = span(e_\alpha, e_i)$ к главному расслоению GX_m, которые заключаются в нахождении инфинитезимальных смещений векторов этих подпространств, подвергшихся действию группы в пространстве TGX_m. Это действие обозначим TR_g — продолжение действия R_g структурной группы главного расслоения в его касательное пространство.

Первый способ основан на использовании координатных представлений базисных (вертикальных, невертикальных и горизонтальных) векторов и их дифференцирований по групповым параметрам. Зафиксируем базисные координаты, тогда слоевые координаты расслоения становятся параметрами его структурной группы [5, с. 161], а дифференциал d на расслоении становится дифференциалом $\bar{d}$ в слое. Дифференциал d соответствует произвольным инфинитезимальным смещениям касательных к расслоению векторов, а дифференциал $\bar{d}$ отвечает за инфинитезимальные смещения этих векторов, подвергшихся действию TR_g группы; $\bar{d} = d\big|_{\omega^i=0,\ d(\partial)=0}$. Вычислим дифференциал $\bar{d}$ вертикальных векторов $e_\alpha = \overset{*}{x}{}^\beta_\alpha \partial_\beta$:

$$\bar{d}e_\alpha = d\overset{*}{x}{}^\beta_\alpha \partial_\beta = \bar{\omega}^\beta_\alpha e_\beta = C^\beta_{\alpha\gamma}\bar{\omega}^\gamma e_\beta . \tag{2}$$

Для невертикальных векторов e_i координатное представление $e_i = \overset{*}{x}{}^j_i \partial_j + \overset{*}{x}{}^\alpha_i \partial_\alpha$ при отображении $\bar{d}$ переходит в эквивалентное ему инвариантное дифференциальное представление

$$\bar{d}e_i = \bar{\omega}^j_i e_j + \bar{\omega}^\alpha_i e_\alpha . \tag{3}$$

Учитывая выражения (2, 3), можно найти образ при отображении $\bar{d}$ для любого касательного вектора. В частности, для трансверсальных (горизонтальных) векторов $\tilde{e}_i = e_i + \Gamma_i^\alpha e_\alpha$ получим [7]

$$\bar{d}\tilde{e}_i = \bar{\omega}_i^j \tilde{e}_j + (\bar{\Delta}\Gamma_i^\alpha + \bar{\omega}_i^\alpha)e_\alpha, \tag{4}$$

$$(\bar{\Delta}\Gamma_i^\alpha = \bar{d}\,\Gamma_i^\alpha + \Gamma_i^\beta \bar{\omega}_\beta^\alpha - \Gamma_j^\alpha \bar{\omega}_i^j).$$

Если $\bar{\Delta}\Gamma_i^\alpha + \bar{\omega}_i^\alpha = 0$, то $\bar{d}\tilde{e}_i = \bar{\omega}_i^j \tilde{e}_j$.

Понятие инвариантности векторов и подпространств в аппарате, основанном на применении векторнозначных форм, определим следующим образом.

Определение 1. Подпространство $L = span(u_a)$ называется *инвариантным относительно отображения f*, если образ векторов u_a представляет собой векторнозначную 1-форму со значениями в подпространстве L, то есть $f(e_\alpha) \in \Omega_1(L)$.

В работе [12, с. 29, 31, 105] показано, что дифференцирование параметрических уравнений группы по ее параметрам a^α приводит к эквивалентным дифференциальным уравнениям $\dfrac{\partial y^i}{\partial a^\alpha} = \xi_\beta^i \psi_\alpha^\beta(a)$, то есть при бесконечно малом преобразовании группы координаты $y^i = f^i(x, a)$ получают приращения $dy^i = \xi_\beta^i(y)\omega^\beta$, где $\omega^\beta = \psi_\alpha^\beta(a)da^\alpha$ — базисные инвариантные формы группы *G*. Уравнения $dy^i = \xi_\beta^i(y)\omega^\beta$ называют уравнениями инфинитезимального действия группы [14].

Отображение $\bar{d}$ отвечает за инфинитезимальное смещение векторов при бесконечно малом преобразовании группы. Из выражений (2—4) следует, что вертикальное и ему трансверсальное распределения инвариантны при отображении $\bar{d}$. Сравнения $\Delta\Gamma_i^\alpha + \omega_i^\alpha \equiv 0 \ (\mathrm{mod}\,\omega^i)$ являются условиями правоинвариантности векторов $\tilde{e}_i$.

Утверждение 1. *Дифференциал* $\bar{d}$ *касательных векторов при фиксации точки* (x^i) *базы и в предположении, что дифференциалы от частных дифференцирований* ∂_β, ∂_j *равны нулю, представляет инфинитезимальные смещения векторов* $TR_g e$, *которые будем обозначать* $dR_g e \overset{def}{=} d(TR_g e)$, *то есть* $dR_g e = \bar{d}e$.

Следовательно, для касательных (вертикальных, невертикальных и горизонтальных) векторов имеем

$$dR_g e_\alpha = C^\beta_{\alpha\gamma}\varpi^\gamma e_\beta,\ dR_g e_i = \varpi^j_i e_j + \varpi^\alpha_i e_\alpha,\ dR_g \tilde{e}_i = \varpi^j_i \tilde{e}_j .$$

Фактически считаем, что если на главном расслоении вертикальное и ему трансверсальное распределения инвариантны при отображении, то это отображение является дифференциалом правого сдвига.

Координатные представления

$$e_\alpha = \overset{*}{x}{}^\beta_\alpha \partial_\beta,\ e_i = \overset{*}{x}{}^j_i \partial_j + \overset{*}{x}{}^\alpha_i \partial_\alpha$$

переходят в эквивалентные им дифференциальные представления $\bar{d}e_\alpha = \varpi^\beta_\alpha e_\beta$, $\bar{d}e_i = \varpi^j_i e_j + \varpi^\alpha_i e_\alpha$, а параметры группы — в инвариантные формы группы.

Замечание 1. Дифференциал d, примененный к координатным представлениям касательных векторов, приводит к дифференциальным уравнениям на эти векторы и координатным представлениям векторов 2-го порядка [10].

Второй способ использует дифференциальные уравнения этих векторов. Дифференциал d переводит векторы расслоения TGX_m в векторнозначные 1-формы со значениями в касательном пространстве 2-го порядка T^2GX_m, то есть [8]

$$d\colon\ \Omega^1_0 = TGX_m \ \to\ \Omega^2_1 = \Omega_1(T^2GX_m).$$

Рассмотрим отображение $\delta = d - (\omega^i de_i + \omega^\alpha de_\alpha)$, действующее из расслоения TLX_m во множество $\Omega_1(TGX_m)$ векторнозначных 1-форм со значениями в касательном пространстве TGX_m. Найдем результат отображения δ на касательных векторах из TGX_m и его проекцию на слой, то есть при фиксации точки базы получим

$$\delta(e_i)\Big|_{\omega^i=0} = e_j\overline{\omega}_i^j + e_\alpha\overline{\omega}_i^\alpha, \ \delta(e_\alpha)\Big|_{\omega^i=0} = C_{\alpha\gamma}^\beta\overline{\omega}^\gamma e_\beta. \qquad (5)$$

Поскольку фиксируем точку (то есть $\omega^i = 0$), то фактически достаточно задать отображение $\delta = d - \omega^\alpha de_\alpha$. Отображение $\delta\Big|_{\omega^i=0}$ осуществляет действие структурной группы в расслоении TGX_m, то есть

$$dR_g = \delta\big|_{\omega^i=0} = d - \omega^\beta de_\beta\big|_{\omega^i=0}.$$

Получили, что

$$dR_g = \delta\Big|_{\omega^i=0} = \overline{d},$$

то есть $dR_g = d - \omega^\beta de_\beta\Big|_{\omega^i=0} = d\big|_{\omega^i=0,\, d(\partial)=0}$.

Утверждение 2. *Отображение* $\delta\Big|_{\omega^i=0}$ *касательных векторов* e *определяет инфинитезимальные смещения векторов* $TR_g e$, *которые будем обозначать* $dR_g e \overset{def}{=} dTR_g e$, *то есть* $dR_g = \delta\Big|_{\omega^i=0}$.

§ 2. О касательном отображении $\mathbf{TR_g}$ на расслоении линейных реперов

В случае расслоения LX_m линейных реперов на многообразии X_m слоевые формы $\omega_j^i = \overset{*}{x}{}_j^k dx_k^i + x_{jk}^i\omega^k$ при фиксации точки (x^i) (то есть при $\omega^i = 0$) базы X_m являются инвариантными формами $\overline{\omega}^i_j$ линейной группы $L = GL(m)$, то есть $\overline{\omega}^i_j = \omega^i_j\big|_{\omega^i=0}$. Дифференцируя внешним образом инвариантные формы $\overline{\omega}^i_j = -\overset{*}{x}{}^k_j dx^i_k = x^i_k d\overset{*}{x}{}^k_j$ $(\overset{*}{x}{}^k_j x^i_k = \delta^i_j)$ и учитывая $D(dx^i_j) = 0$, $D(d\overset{*}{x}{}^i_j) = 0$, получим уравнения Маурера — Картана $D\overline{\omega}^i_j = \overline{\omega}^k_j \wedge \overline{\omega}^i_k$ линейной группы $L = GL(m)$. Эти уравнения можно записать с помощью структурных констант

$$D\overline{\omega}^i_j = \tfrac{1}{2} C^{ikp}_{jlq} \overline{\omega}^l_k \wedge \overline{\omega}^q_p \,. \tag{6}$$

Структурные константы $C^{ikp}_{jlq} = \delta^k_j \delta^i_q \delta^p_l - \delta^p_j \delta^i_l \delta^k_q$ удовлетворяют условию кососимметричности по двум последним вертикальным парам индексов $C^{ikp}_{jlq} = -C^{ipk}_{jql}$ и не меняются при циклической перестановке вертикальных пар индексов $C^{ikp}_{jlq} = C^{kpi}_{lqj} = C^{pik}_{qjl}$. Используется также обозначение $C^{\binom{i}{j}}_{\binom{k}{l}\binom{p}{q}}$ (см., например: [4, с. 96]).

Структурные (ковариантные) уравнения группы L эквивалентны контравариантным уравнениям $[e^i_j, e^k_l] = -C^{ikp}_{jlq} e^q_p$. Тензор C^{ikp}_{jls} в [13] называется объектом вертикальной неголономности. Этот объект хотя и тензор, однако, в нуль его обратить нельзя. Таким объектом может быть, например, кручение групповой связности в расслоении, ассоциированном с пространством центрированных m-мерных плоскостей в n-мерном проективном пространстве [2].

Рассмотрим оба способа проверки правоинвариантности распределений касательного пространства $TLX_m = span(e^i_j, e_k)$ к главному расслоению LX_m.

В первом способе вертикальные векторы можно представить в двух видах

$$e_j^i = -x_k^i \partial_j^k \text{ или } e_j^i = \overset{*}{x}{}_j^k \overset{*}{\partial}{}_k^i \left(\overset{*}{\partial}{}_k^i = \frac{\partial}{\partial \overset{*}{x}{}_i^k} \right).$$

Вычислим дифференциал векторов e_j^i при фиксации точки (x^i) базы и в предположении, что дифференциалы от частных дифференцирований ∂_j^k, $\overset{*}{\partial}{}_k^i$ равны нулю. Обозначим

$$\overline{d} = d\big|_{\omega^i=0,\, d(\partial)=0,\, d(\overset{*}{\partial})=0}.$$

Для разложения $e_j^i = -x_k^i \partial_j^k$ получим $\overline{d}(e_i^j)\big|_{\omega^i=0} = -e_k^j \pi_i^k$, для равносильного разложения $e_j^i = \overset{*}{x}{}_j^k \overset{*}{\partial}{}_k^i$ получим

$$\overline{d}(e_i^j)\big|_{\omega^i=0} = e_i^k \overline{\omega}_k^j.$$

Будем полагать

$$\overline{d} e_i^j = e_k^j \overline{\omega}_i^k - e_i^k \overline{\omega}_k^j = C_{jlq}^{ikp} \overline{\omega}_k^l e_p^q, \tag{7}$$

что согласуется с аналогичными построениями (2) для вертикальных векторов на произвольном главном расслоении. Вертикальное распределение $V = span\,(e_i^j)$ инвариантно при отображении $\overline{d}$.

Координатное представление невертикальных векторов $e_i = \overset{*}{x}{}_i^j \partial_j + x_{ji}^k\, e_k^j$ приводит к выражению для их инфинитезимальных смещений

$$\overline{d} e_i = e_j \overline{\omega}_i^j + e_k^j \overline{\omega}_{ji}^k. \tag{8}$$

Учитывая выражения (7, 8), для трансверсальных (горизонтальных) векторов $\widetilde{e}_k = e_k + \Gamma^i_{jk} e^j_i$ получим

$$\overline{d}\tilde{e}_k = \overline{\omega}^j_k \tilde{e}_j + (\overline{\Delta}\Gamma^i_{jk} + \overline{\omega}^i_{jk}) e^j_i \,, \tag{9}$$

где $\overline{\Delta}\Gamma^i_{jk} = d\Gamma^i_{jk} + \Gamma^l_{jk}\overline{\omega}^i_l - \Gamma^i_{lk}\overline{\omega}^l_j - \Gamma^i_{jl}\overline{\omega}^l_k$. Горизонтальное распределение $span\,(\widetilde{e}_i)$ инвариантно при отображении $\overline{d}$, то есть $\overline{d}\,\widetilde{e}_k = \overline{\omega}^j_k \widetilde{e}_j$, если $\overline{\Delta}\Gamma^i_{jk} + \overline{\omega}^i_{jk} = 0$, тогда $\Delta\Gamma^i_{jk} + \omega^i_{jk} \equiv 0$ $(\mathrm{mod}\ \omega^i)$.

Отображение $\overline{d}$ отвечает за инфинитезимальное смещение вектора при бесконечно малом преобразовании группы; из выражений (7—9) следует, что вертикальное и ему трансверсальное распределения инвариантны при отображении $\overline{d}$.

Применяя утверждение 1 соответственно в предположении, что дифференциалы от частных дифференцирований ∂^k_j, $\overset{*}{\partial}{}^i_k$, ∂_j равны нулю, для касательных (вертикальных, невертикальных и горизонтальных) векторов имеем

$$dR_g e^i_j = C^{ikp}_{jlq}\overline{\omega}^l_k e^q_p \,,\ dR_g e_i = e_j\overline{\omega}^j_i + e^j_k\overline{\omega}^k_{ji} \,,\ dR_g\tilde{e}_k = \overline{\omega}^j_k\tilde{e}_j \,. \tag{10}$$

Замечание 2. Дифференциал d, примененный к координатным представлениям касательных векторов, приводит к дифференциальным уравнениям на эти векторы и координатным представлениям векторов 2-го порядка [8].

Для второго способа рассмотрим действие оператора $\delta = d - (\omega^i de_i + \omega^i_j de^j_i)$ на касательных векторах из TLX_m и найдем проекции отображений δ на слой, то есть при фиксации точки базы получим

$$\delta(e_i)\Big|_{\omega^i=0} = e_j\overline{\omega}^j_i + e^j_k\overline{\omega}^k_{ji} \,,\ \delta(e^j_i)\Big|_{\omega^i=0} = e^j_k\overline{\omega}^k_i - e^k_i\overline{\omega}^j_k = C^{ikp}_{jlq}\overline{\omega}^l_k e^q_p \,.$$

Для горизонтальных векторов получаем [9]:

$$dR_g(\tilde{e}_k) = \delta(\tilde{e}_k)\Big|_{\omega^i=0} = \tilde{e}_i \pi^i_k .$$

Поскольку фиксируем точку (то есть $\omega^i = 0$), то фактически достаточно задать отображение $\delta = d - \omega^i_j de^j_i$. Получили справедливость утверждения 2: $dR_g = \delta\Big|_{\omega^i=0} = \overline{d}$. Отображение $\delta\Big|_{\omega^i=0}$ осуществляет действие структурной группы в расслоении TLX_m, то есть $dR_g = \delta\Big|_{\omega^i=0} = d - \omega^i_j de^j_i\Big|_{\omega^i=0}$.

§ 3. Классический тензор и тензор Лаптева

Применяя отображение $\overline{d}$ (то есть дифференциал в слое, а не на расслоении) к классическому тензорному закону, покажем, что тензор Лаптева при фиксации точки базы является классическим тензором. Рассмотрим законы преобразований для тензора F типа (1, 1)

$$\overline{f}^i_j = f^p_q \overset{*}{x}{}^i_p x^q_j , \quad f^i_j = \overline{f}^p_q x^i_p \overset{*}{x}{}^q_j . \tag{11}$$

Применяя дифференциал $\overline{d}$ ко второму равенству, получим

$$\overline{d}f^i_j = \overline{f}^p_q dx^i_p \overset{*}{x}{}^q_j + \overline{f}^p_q x^i_p d\overset{*}{x}{}^q_j = -f^k_j \overline{\omega}^i_k + f^i_k \overline{\omega}^k_j ,$$

то есть приходим к тензорному закону Лаптева

$$\overline{\Delta} f^i_j = 0 \ \ (\overline{\Delta} f^i_j = df^i_j + f^k_j \overline{\omega}^i_k - f^i_k \overline{\omega}^k_j), \tag{12}$$

который на расслоении имеет вид уравнений $\Delta f^i_j = f^i_{jk} \omega^k$ или сравнений $\Delta f^i_j \equiv 0 \ (\mathrm{mod}\, \omega^k)$, $\Delta f^i_j = df^i_j + f^k_j \omega^i_k - f^i_k \omega^k_j$.

Итак, из преобразований компонент классического тензора (полагая $\frac{\partial x^i}{\partial y^j} = x^i_j$) можно получить уравнения на тензор в смысле Г. Ф. Лаптева при $\omega^i = 0$. Наличие комбинаций $f^i_{jk}\omega^k$ в тензорном законе Лаптева указывает на то, что объект задан в расслоении с базисными формами ω^k. Пфаффовы производные f^i_{jk} являются комбинациями компонент самого объекта f^i_j, его частных производных по базисным переменным x^i с коэффициентами — слоевыми координатами x^i_j, x^i_{jk} 1-го и 2-го порядка.

В работе [1, с. 23] применяется интегрирование уравнения (12) для получения тензорного закона (11_2).

Список литературы

1. *Акивис М. А.* Многомерная дифференциальная геометрия : учеб. пособие. Калинин, 1977.

2. *Белова О. О.* Кручение групповой подсвязности в про-странстве центрированных плоскостей // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2012. Вып. 43. С. 15—22.

3. *Катанаев М. О.* Геометрические методы в математической физике. М., 2011.

4. *Кириченко В. Ф.* Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях. М., 2003.

5. *Лаптев Г. Ф.* Основные инфинитезимальные структуры высших порядков на гладком многообразии // Тр. геом. семин. / ВИНИТИ. М., 1966. Т. 1. С. 139—189.

6. *Лумисте Ю. Г.* Связности в расслоенных пространствах с однородными слоями. Тарту, 1977.

7. *Полякова К. В., Шевченко Ю. И.* Способ Лаптева — Лумисте задания связности и горизонтальные векторы // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2012. Вып. 43. С. 114—121.

8. *Полякова К. В.* Репер 2-го порядка расслоения касательных линейных реперов $L(X_m)$ // Геометрия многообразий и ее приложения : матер. науч. конф. с международным участием. Улан-Удэ, 2014. С. 22—26.

9. *Полякова К.В.* О задании аффинной связности 2-го порядка векторнозначными формами 1-го, 2-го и 3-го порядков // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2016. Вып. 47. С. 108—122.

10. *Рязанов Н.А.* Реперы 1-го и 2-го порядков на главном расслоении // Там же. 2015. Вып. 46. С. 129—137.

11. Рязанов Н.А. О базисных и слоевых формах главного расслоения // Там же. 2016. Вып. 47. С. 132—140.

12. *Столяров А.В.* Метод внешних форм Картана и группы Ли: учеб. пособие. Чебоксары, 1997.

13. *Iliev B.Z.* Connection theory in differentiable fibre bundles: a concise introduction // International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences. Vol. 2006. Article ID 56397. P. 1—51. DOI 10.1155/IJMMS/2006/56397.

14. *Kolář I., Vitolo R.* Absolute contact differentiation on submanifolds of Cartan space // Differential Geometry and its Applications, 2010. Vol. 28, Iss. 1. P. 19—32.

K. Polyakova

On action of structure group of principal fibre bundle in its tangent space

It is shown that application of differentiation in group parameters to vectors leads to the equations of infinitesimal action of the group, and to the classical tensor law it leads to the tensor law of Laptev under fixing a base point.

We consider two ways of check of right invariancy of subspaces of tangent space to the principal fibre bundle, these ways consist in finding of infinitesimal shift of images of basic vectors in the subspaces under the mapping induced by the right action of the structure group of the bundle. The first way is based on using the coordinate representations of basic tangent vectors and their differentiation in group parameters; the second way uses the differential equations on basic vectors.

Key words: principal fibre bundle, structure group, action of structure group in tangent space to fibre bundle, differentials of the right shifts, Laptev tensor.